

**ПРИЛОЖЕНИЕ НА ИМИТАЦИОНЕН МОДЕЛ НА
МНОГОКАНАЛНА СИСТЕМА ЗА МАСОВО ОБСЛУЖВАНЕ (СМО)
С РЕАЛНИ ВХОДЯЩИ ПОТОЦИ ЗА ИЗСЛЕДВАНЕ И
ПРОЕКТИРАНЕ НА ТРАНСПОРТНИТЕ СИСТЕМИ И ПРОЦЕСИ**

Кирил Карагъзов
kkaragyzov@yahoo.com

**ВТУ „Т. Каблешков”,
София 1574, ул. "Гео Милев" 158
БЪЛГАРИЯ**

Ключови думи: имитационно моделиране, GPSS World, системи за масово обслужване, моделиране на отместени разпределения на вероятностите, дву моментна апроксимация на функциите на разпределение на вероятностите на случайни величини

Резюме: Разработен е имитационен модел на GPSS World на многоканална система за масово обслужване, който позволява да се изследват както вероятностите на състоянията на СМО, така и функциите на разпределение на престоя в системата и времето за чакане в опашката. С цел адекватно отчитане на реалните процеси в транспортните системи са разработени алгоритми за генериране на случайни величини, с детерминирана (отместена) част, включени в процедури към GPSS модела, като апроксимиращите разпределения се определят на базата на първите два централни момента на случайните величини. Вероятностите на състоянията са определени по два способа – сканиране на състоянието на СМО през определен интервал и в зависимост от времето за пребиваване в дадено състояние, сравнени са и е определена интервал на сканиране $1/100$ от моделната единица, които осигурява еднакви резултати. Приведени са резултатите от модела и е анализирана тяхната достоверност и адекватност, чрез сравнение с известни точни аналитични резултати

1. ВЪВЕДЕНИЕ

За изследване на работата на реални транспортни системи обслужващи отделни елементи на даден технологичен процес широко се използват представянето на отделната технологична система като система за масово обслужване.

В настоящата статия се разглеждат, проблемите свързани с използването на модела на СМО от вида Gi/G/S, т.е. с S- канала (прибора) за обслужване, с произволни разпределения на интервалите на входящия поток и на времената за обслужване, с неограничена опашка и без откази.

Проблемите с използването на СМО, често се изразяват в наличието редица реални фактори, които нарушават, както стационарността на разглежданите системи,

така и не позволяват по детайлно изследване на разглежданата система т.е. възможността за получаване на всички операционни характеристики:

- наличие на ясно изразена нестационарност на входящия поток и определена цикличност по дни на седмица. Типични примери са интензивността на входящия поток по часове за пътниците ползващи градския транспорт, от обаждания в call центрове, от пътници за обслужване от билетни каси в автомобилния и железопътния транспорт, от превозни средства в гранични и митнически пунктове, от кацащи и излитащи самолети в дадено летище или обслужвани от конкретна писта и т.н.
- използването на теоретични вероятностни разпределения на времената за обслужване- като експоненциално, ерлангово нормално и др, които се съгласуват по различни статистически критерии с реалните данни от извадката и респективно включване в различните имитационни и аналитични точни и приближени модели на СМО. Характерът на технологичните операции в транспорта е такъв, че времето за обслужване, като случайна величина, винаги има една често значителна детерминирана стойност, т.е. необходимо е използването на отместени теоретични разпределения.
- използването на апроксимации за операционните характеристики за стационарни СМО от вида $G_i/G/S$ са достатъчно точни за средните характеристики : средни времена за чакане и престой в системата, среден брой заявки в опашката и в системата. За системите обслужващи клиенти, често това не е достатъчно за проектиране на капацитета на системата, така че да осигурява определено ниво на обслужване. Например средното време за чакане в опашка може да е малко- например 3-4 мин, но ако вероятността за чакане повече от 10 минути да значителна, или средното време на тези, които действително са чакали да е 8-9 мин. За да могат реално да се проектира организацията и капацитета на системата, са необходими вероятностните разпределения на тези случайни величини- вероятности на състоянията на СМО и функциите на разпределение на времената за чакане и престой в системата.

Целта на тази работа е да се разработи имитационен модел на система за масово обслужване от типа $G(t)/G(t)/S$, за която са разширени различни допускания, така че особеностите отбелязани по горе да могат да бъдат отчетени, като допълнително се включват в имитационния модел следните възможности :

A. СМО тип $G/G/S$ - стационарен режим

- a) Разработване на модул (в GPSS World- procedure), позволяваща на базата на задаване на средните стойности и коефициента на вариация (равносилно на задаване на дисперсията), като и минималното време (отместването) да се моделира случайна величина с тези характеристики.(СМО е в стационарен режим) – интервалите на входящия поток и времената за обслужване.
- b) Разпределенията на вероятностите на броя на заявките в опашката и в системата и техните средни стойности и средни квадратични отклонения
- c) Функциите на разпределение на вероятностите на престоите в опашката и в системата

B. СМО тип $G_i/G/S$ - нестационарен режим

- a) Генериране на интервалите от нестационарен периодичен поасонов входящ поток.

В настоящата работа се анализира алгоритъма за генериране на нестационарен периодичен поасонов поток, но засега не е включен към GPSS модел.

2. МОДЕЛИРАНЕ НА ИНТЕРВАЛИТЕ И ВРЕМЕНАТА ЗА ОБСЛУЖВАНЕ

Разглеждат се двата характерни случая на стационарен входящ поток с интензивност независеща от времето, т.е. $\lambda(t) = \lambda = 1/E_x \rightarrow const$) и поасонов нестационарен поток с интензивност $\lambda(t) \rightarrow t \in (0, T)$

2.1 МОДЕЛИРАНЕ НА ИНТЕРВАЛИТЕ И ВРЕМЕНАТА ЗА ОБСЛУЖВАНЕ ПРИ СТАЦИОНАРЕН ВХОДЯЩ ПОТОК

За тези непрекъснати разпределения на случайните величини, като входни параметри са зададени:

- (1) $E_x \rightarrow E(x)$ - средна стойност на времето (интервала на входящия поток или времето за обслужване);
- (2) $CV_x = \frac{\sigma_x}{E_x} \rightarrow CVx$; коефициент на вариация на случайната величина X , където $T \min \rightarrow d$ - минимално детерминирано време (интервал) $const$.

В зависимост от зададената стойност на коефициента на вариация коефициента на вариация CVx в процедурата се използва апроксимацията със следните разпределения

Случай $CVx = 0 \rightarrow$ връща детерминиран постоянен интервал със стойност - E_x

Случай $CVx \leq 1$

Отместено Гама разпределение с плътност

$$(3) f(x) = \begin{cases} \frac{\beta^{-\alpha} (x-d)^{\alpha-1} e^{-\frac{x-d}{\beta}}}{\Gamma(\alpha)} & ; x > d \\ 0 & ; x \leq d \end{cases}$$

Където $\Gamma(\alpha)$ е гама функцията $\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt$

Средна стойност $E_x = \alpha\beta + d$

Дисперсия $Var(x) = \sigma_x^2 = \alpha\beta^2$

След като се използва формула (2) и след алгебрични преобразувания се получават следните зависимости за параметрите α и β в зависимост от зададените E_x , CVx и $T \min \rightarrow d$

$$(4) \alpha = \frac{(E_x - d)^2}{(E_x \cdot CVx^2)} = \frac{(1 - d/E_x)^2}{CVx^2}$$

$$(5) \beta = \frac{(E_x - d)}{\alpha} = \frac{(CVx \cdot E_x)^2}{(E_x - d)}$$

Генерираната от процедурата случайна величина X_i е –

$X_i \Rightarrow d + GAMMA(RNi, 0, \beta, \alpha)$

GAMMA е вградена процедура в GPSS, която генерира случайно число с Гама разпределение, с параметри α , β , а RNi -номера на използвания генератор на случайни числа в GPSS.

Случай $CVx \geq 1$

В този случай, когато няма отместване $T_{\min}=0$, един от често използваните в литературата способи е да се използва H2 -хипер експоненциалното разпределение от 2-ри порядък, т.е смес от две експоненциални разпределения с различни средни стойности. Плътноста на функцията на разпределение (п.ф.р.в) има вида :

$$(6) f(x) = p_1 \beta_1^{-1} e^{-\frac{x}{\beta_1}} + p_2 \beta_2^{-1} e^{-\frac{x}{\beta_2}} ; p_1 + p_2 = 1$$

Плътноста на H2 разпределението зависи от три параметъра и по този начин не е еднозначно определена от своите два първи момента. При апроксимация на основа първите два момента, често се използва така нареченото H2 с балансирани средни стойности, т.е. да е изпълнено : $p_1 \beta_1 = p_2 \beta_2$;

Параметрите на H2 разпределението с балансирани средни стойности и апроксимиращо първите два момента на неотрицателна случайна величина X са:

$$(7) p_1 = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{CVx^2 - 1}{CVx^2 + 1}} \right) ; p_2 = 1 - p_1 ; \beta_1 = \frac{Ex}{2p_1} ; \beta_2 = \frac{Ex}{2p_2} ;$$

Нека да се определи как да се отчете отместването $T_{\min}=d$. Случайната величина X със средна стойност Ex , може се представи като сума от детерминирана компонента d и такава разпределена по H2 със средна стойност Ex^* . При тази постановка е необходимо да се трансформира $CVx^* = k.CVx$, като $k = Ex/(Ex - d)$.

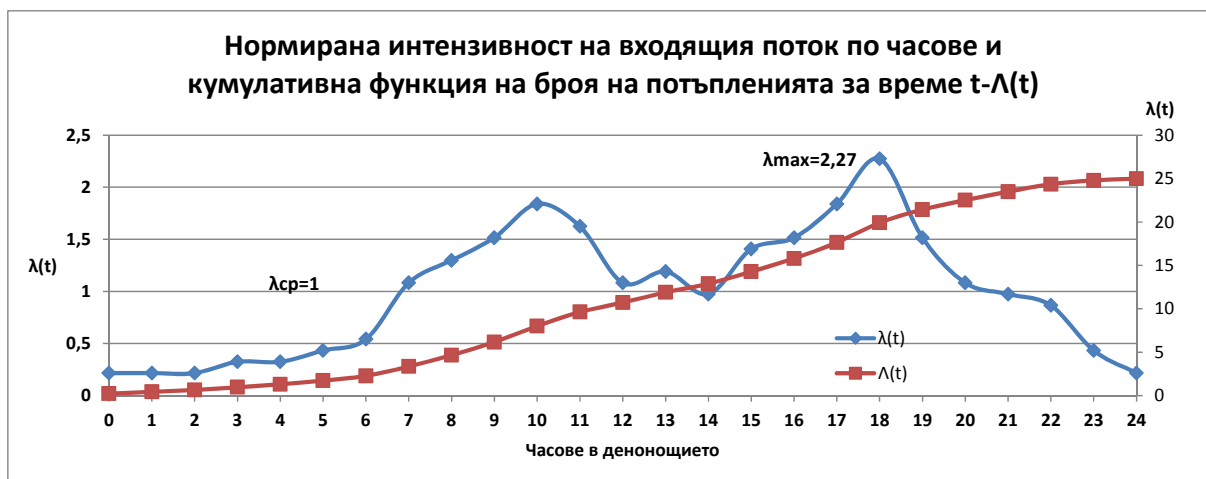
Алгоритъм за генериране на случайната величина X

1. Определяне Ex^* , k , CVx^* , p_1, p_2
2. Генериране случайно число в интервала $(0,1)$ $u_1 \sim U(0,1)$
3. Ако $u_1 \leq p_1$ тогава $X \Rightarrow d + \text{EXPONENTIAL}(RN_i, 0, \beta_1)$
4. Ако $u_1 > p_1$ тогава $X \Rightarrow d + \text{EXPONENTIAL}(RN_i, 0, \beta_2)$

$\text{EXPONENTIAL}(RN_i, 0, \beta)$ е вградена процедура в GPSS, която генерира случайна величина с експоненциално разпределение със средна стойност β .

2. 2 МОДЕЛИРАНЕ НА ИНТЕРВАЛИТЕ НА НЕСТАЦИОНАРЕН ПОАСОНОВ ВХОДЯЩ ПОТОК

Нестационарен е потока, при които събитията са с различна интензивност в различните часове в деня (излитания и кацания на самолетите на летищата), график на пристигащи превозни средства в градския транспорт или метрото и т.н . Очевидно е, че игнорирането на нестационарността може да доведе до сериозни грешки при анализа на работата на дадената система и оценка на необходимия капацитет за осигуряване на приемливо гарантирано ниво на обслужване. На фиг. 1 е даден една примерна зависимост на нормираната интензивност на входящия поток по часове в денонощието ($\lambda = \Lambda(t) / 24 = 1$) (характеризиращи например общ брой излитания и кацания на пистите на дадено летище), и на кумулативния поток $\Lambda(t)$ за t в интервала $[0, T]$, $T=24$ часа. Ако е необходимо да се получи интензивността на действителния поток в даден час е необходимо само да умножи със действителната средна интензивност. Нормираната интензивност на входящият поток е в действителност почасовия коефициент на неравномерност .



фиг. 1 Примерна диаграма на нормираната интензивност на входящия поток по часове

Теоретично броя на постъпилите заявки за периода $0-t$ е $\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(t) dt; t \in [0, t]$, като $\Lambda(T)$ е общия брой заявки постъпили за разглеждания период T , като в примера $T=24$ часа.

Наивният начин за генериране на интервалите между събитията в потока е следния: на базата на текущата интензивност в момента t да се генерира интервал между пристигащите заявки от ординарния поасонов поток, т.е експоненциално разпределение с параметър $Ex = 1/\lambda(t)$. Без да се влиза в подробности в научната литература е доказано [4], че това е подход, който е лесен, но с значителна грешка при апроксимация на реалния процес.

Един от сравнително лесните директни подходи е така наречения метод „приемане-отхвърляне“ (acceptance-rejection) или наречен процес на разреждане (thinning method) [3]. Той е директен и е приложим в реалните транспортни системи, когато често статистическите данни се свеждат до установяване на интензивностите от наблюдения в ограничен интервал (15м, час, 2, часа и т.н) и конкретен период в денонощието. В [4] е дадено кратко изложение на метода, което се привежда, а алгоритъма се използва в настоящия доклад за създаване на подходящата процедура в GPSS при последващо развитие на модела.

Идеята е преди процеса на разреждане да се намери максималната стойност $\lambda_u = \lambda_{\max}(t)$, виж фиг.1, след това да се генерира интервала на базата на хомогенен поасонов процес с интензивност λ_u и да се отхвърли част от генерираните събития (моменти), докато желаната интензивност $\lambda(t)$ се достигне. Този процес се основава на следната теорема приведена в [4], доказана в [3] и приведена на фиг.3.

Theorem 3 (Lewis and Shedler, 1979). *Consider a nonhomogeneous Poisson process with rate function $\lambda_u(t), t \geq 0$. Suppose that $T_1^*, T_2^*, \dots, T_n^*$ are random variables representing event times from the nonhomogeneous Poisson process with rate function $\lambda_u(t)$, and lying in the fixed interval $(0, t_0]$. Let $\lambda(t)$ be a rate function such that $0 \leq \lambda(t) \leq \lambda_u(t)$ for all $t \in [0, t_0]$. If the i th event time T_i^* is independently deleted with probability $1 - \lambda(t)/\lambda_u(t)$ for $i = 1, 2, \dots, n$, then the remaining event times form a nonhomogeneous Poisson process with rate function $\lambda(t)$ in the interval $(0, t_0]$.*

фиг.3. Теорема за съществуване на не стационарен поток [3]

Алгоритъм на „разреждане“

5. Начало $t=0$
6. Генериране на 2 случайни числа $u_1, u_2 \sim U(0,1)$
7. Полагаме $t \leftarrow t - \frac{1}{\lambda_u} \ln(u_1)$
8. Ако $u_2 \leq \frac{\lambda(t)}{\lambda_u}$ интервала е приет и равен на t -край
9. иначе към 2.

3.ИМИТАЦИОННИ МОДЕЛИ НА СМО GI/G/S НА GPSS

3.1 ИМИТАЦИОНЕН МОДЕЛ НА GI/G/S –СТАЦИОНАРЕН РЕЖИМ

Имитационният модел е разработен със специфични модули, които да могат да реализират поставената цел за апроксимация на интервалите на входящия поток и времената за обслужване въз основа на зададени средна стойност, коефициент на вариация и детерминирано минимално време. В труд [2] е разработен специализиран модул, който да определя вероятностите на състоянията в едноканална СМО, въз основа на отчитане на времето за пребиваване в дадено състояние отнесено към общото моделно време. От друга страна въз основа на разработения в подход в [1] вероятностите на състоянията могат да се определят въз основа на сканиране на броя на заявките в СМО през някакъв детерминиран интервал dt . Вторият подход позволява да се реализира модел, който е сравнително по компактен и не изисква допълнителни сегменти и дефиниране на прибори.

GPSS dt -модел на СМО Gi/G/S –вероятности на състоянията –dt- метод

На фиг.2 е даден програмния код на модела, който при дефиниране на достатъчно малка стъпка на сканиране на състоянията в СМО (напр. 1/100 временна единица), дава същите резултати в сравнения с първия по сложен модел, основан на оценка на вероятностите на състоянията на базата на времето за пребиваване в дадено състояние отнесено към общото моделно време..

На фиг.3 е приведена модификацията на този модел с цел добавяне на модула, който определя вероятностите на състоянията на СМО, въз основа на времето за пребиваване в дадено състояние [2]. Вероятностите на състоянията се отчитат в заетостта на едноканалните устройства. Трябва да се отбележи, че номерата на едноканалните устройства са отместени с една единица, т.е относителната заетост на устройство 1-определя P_0 , на 2 – P_1 , и т.н. За да може да се отчете и момента от влизане на транзакта в модела е използван подхода предложен в [2]. Генериране на транзактите се реализира, чрез генериране на 1 транзакт, които се клонира от блока SPLIT и насочва в блока ADVANCE, който задържа транзакта съгласно функцията, която генерира интервалите на входящия поток $V\$IAT$. В модела са дадени допълнителните оператори за инициализация на системата и изменения сегмент 1. Останалите оператори са същите, като в предходния модел.

**GPSS dt-модел с вероятности на състоянията въз основа на сканиране с $dt=1/100$
единица време**

*Declarations			
	RMULT	111,99,2147483536,55,101,46,56	*
*Входни данни			
*Единица време час			
INITIAL	X\$Laarr,2.25		;интензивност на вх.поток
INITIAL	X\$Kdlarr,0.5		;отн. дял на детерминираната част в средния интервал
INITIAL	X\$Carr,0.71		;коэффициент на вариация на интервалите на вх. поток
INITIAL	X\$Mu_ser,1		;интензивност на обслужване на 1 ОУ
INITIAL	X\$KdSerTime,0.5		;отн. дял на детерминираната част в средното време за обслужване
INITIAL	X\$Cser,0.4		;коэффициент на вариация на времето за обслужване
*Variables			
Meanlarr	FVariable (1/X\$Laarr)		;среден интервал на входящия поток
dlarr	FVariable (X\$Kdlarr/X\$Laarr)		;dТмин- детрминирана част в интервала
Cvlarr	FVariable X\$Carr		;коэф. на вариация на интервалите на вх. поток
MeanServ	FVariable (1/X\$Mu_ser)		;средно време за обслужване
dSerTime	FVariable (X\$KdSerTime/X\$Mu_ser)		;детерминирана част на времето за обслужване
CVSerTime	FVariable X\$Cser		;коэффициент на вариация на времето за обслужване
IAT	FVARIABLE	(ProbDistr(1,V\$dIarr,V\$Meanlarr,V\$Cvlarr))	
ServTimes	FVARIABLE	(ProbDistr(3,V\$dSerTime,V\$MeanServ,V\$CVSerTime))	;генерира на интервалите на вх. поток ;генерира времената за обслужване
*Tables			
IATimes	TABLE	V\$IAT,0.22,0.20,25	;Табулира интервалите на вх.поток
TimeInSys	TABLE	MP10,0,0,2,40	;Табулира времето за престой в системата
CurrLgSys	TABLE	S\$Ls_Sys,0.999,1,40	;Табулира разпределението на броя на заявките в системата
*QTables			
*Инициализиране на таблици с честотните разпределения на			
*времената за чакане на заявките в опашките пред ОУ и тази за системата			
QueueGGG	QTABLE	GGG,0.999,1,14	
*Storages			
*Дефиниране на броя на обслужващите устройства			
GGG	STORAGE	3	;Брой обслужващи устройства
Ls_Sys	STORAGE	10000	;10000 като стойност на безкрайност
* Моделен сегмент			
	GENERATE	V\$IAT,....1	;Генерира заявка с интервал-variable V\$IAT
	TABULATE	IATimes	;Табулира разпределението на интервалите
	MARK	10	;В параметър 10 времето за вход в модела
	ENTER	Ls_Sys	;Заема 1 единица от Ls_sys с неограничен капацитет
	Queue	GGG	;Заема опашката в многоканалната система GGG, ако всички ОУ са заети
	Enter	GGG	;Заема свободно обслужващо устройство GGG
	DEPART	GGG	;Освобождава 1 единица от опашката
	ADVANCE	V\$ServTimes	;Време за обслужване V\$ServTimes
	LEAVE	GGG	;Освобождава ОУ- т.е 1 от капацитета на GGG
	LEAVE	Ls_Sys	;Освобождава 1 от Ls_sys с неограничен капацитет
	TABULATE	TimeInSys	;Табулира времето за престой в системата
	TERMINATE	1	;Напуска модела
*Modeling Segment			
	GENERATE	0.0166	;Генерира 1 заявка всяка 1/100 единица време
	TABULATE	CurrLgSys	;Табулира текущия брой в СМО
	TERMINATE		;Напуска модела
*Управление на симулацията			
	START	1000,NP	;Изпълнява 1000 реализации на модела
	RESET		;Отбелязва начало на период от време в протежение, на който се извършва симулация
	START	200000	;Изпълнява още 200000 реализации на модела, започвайки от времето, в което е завършила последната (1000-та) имитация
*ПРОЦЕДУРИ			
*Генерира случайна величина с произволно разпределение на вероятностите апроксимирано			
*на основа на входните параметри срена (mean)-Ех и коэффициент на вариация-Сх			
	PROCEDURE	ProbDistr(RNG,Tmin,Ex,Cx)	
	BEGIN		
	TEMPORARY	Es,Alfa,Prob1,Prob2,ts1,ts2,URN;	
	TEMPORARY	Exh2,Cxh2;	
	IF	(Cx<=1) THEN	
	BEGIN		
	IF	(Cx=0) THEN RETURN Ex;	
	ELSE		
	BEGIN		
	Alfa	=(1-Tmin/Ex)^2);	
	Alfa	=(Alfa/Cx^2);	
	Es	=(Ex-Tmin)/Alfa);	
	RETURN	(Tmin+GAMMA(RNG,0,Es,Alfa));	
	END;		
	END;		
	ELSE IF	(Cx>1) THEN	
	BEGIN		
	Exh2	=(Ex-Tmin);	
	Cvh2	=(Cx*(Ex/Exh2));	
	Prob1	=(0.5*(1+SQR((Cxh2^2-1)/(Cxh2^2+1))))); Prob2=(1-Prob1);	
	ts1	=(Exh2/(2*Prob1));ts2=(Exh2/(2*Prob2));	
	RETURN	(Tmin+(ts1+(RNS'LE'(Prob2#1000))#(ts2-ts1))#(Exponential(RNG,0,1)));	
	END;		
	END;		

фиг.2 Програмен код на GPSS dt-модел

Модифициран GPSS модел

```

* Declarations *
****
****
*Променливи свързани с транзакта наблюдател на състоянията на системата
var1          INITIAL      x$Sum,0          ;Състояние на системата
              VARIABLE     p1+1
*****
*****
* Моделен сегмент I- модифициран *
*****
              GENERATE     ,,1,1
              LOGIC S      Change
              BUFFER
ETIKET1      ADVANCE      V$IAT
              SPLIT       1,ETIKET1
              TABULATE    IATimes
              MARK        10
              LOGIC S      Change
              SAVEVALUE   Sum+,1
              BUFFER
              ENTER       Ls_Sys
              Queue      GGS
              Enter      GGS
              DEPART     GGS
              ADVANCE    V$ServTimes
              LEAVE      GGS
              LEAVE      Ls_Sys
              LOGIC S      Change
              SAVEVALUE   Sum-,1
              BUFFER
              TABULATE    TimeInSys
              TERMINATE 1
              *Допълнителен СЕГМЕНТ - ВЕРОЯТНОСТИ НА СЪСТОЯНИЯТА
              GENERATE     ,,1
              PRIORITY     1
              ASSIGN      1,x$Sum
              SEIZE       v$var1
              TEST NE     p1,x$Sum
              RELEASE     v$var1
ETIKET4      GATE LS      Change
              LOGIC R      Change
              ASSIGN      1,x$Sum
              SEIZE       v$var1
              TEST NE     p1,x$Sum
              RELEASE     v$var1
              SPLIT       1,ETIKET4
              TERMINATE
...
... .Без изменение от GPSS dt-модел

```

фиг.3 Модифициран GPSS модел, допълнения към GPSS dt-модел

3.2 РЕЗУЛТАТИ ОТ РЕАЛИЗАЦИЯТА НА МОДИФИЦИРАНИЯ GPSS МОДЕЛ

На фиг. 4 е дадено в синтезиран вид сравнението на резултатите за вероятностите на състоянията получени по двата метода от модифицирания модел с допълненията (фиг.3) и при изходни параметри на модела дадени на фиг.4. Трябва да се отбележи, че това е СМО с относителна заетост 0,75, S=3 и коефициенти на вариация на интервалите на входящия поток -0,71 и на времето за обслужване 0,4, като и за двете величини детерминираната част е с дял 0,5.

n	Pn(Ti/T)	Pn(dt=0,01t)	ПАРАМЕТРИ	Дефиниция	Стойност
0	0,047	0,047	Интензивност на вх.поток	X\$Laarr,2.25	2.25 бр/час
1	0,161	0,161	Отн. дял на детерминираната част в средния интервал	X\$Kdlarr,0.5	0.5
2	0,281	0,281	Коефициент на вариация на интервалите на вх. поток	X\$Carr,0.71	CVa=0,71
3	0,266	0,266	Интензивност на обслужване на 1 ОУ	X\$Mu_ser,1	1 бр/час
4	0,150	0,150	Отн. дял на детерминираната част на времето за обслужване	X\$KdSerTime,0.5	0.5
5	0,061	0,061	Коефициент на вариация на времето за обслужване	X\$Csser,0.4	CVs=0,4
6	0,022	0,022	Брой облс. устройства	GG\$ STORAGE 3	S=3
7	0,008	0,008			
8	0,003	0,003			
9	0,001	0,001			
10	0,000	0,000			
11	0,000	0,000			
12	0,000	0,000			
13	0,000	0,000			
14	0,000	0,000			
15	0,000	0,000			
16	0,000	0,000			



фиг. 4 Сравнение на вероятностите на състоянията по двата метода

Резултати от модифицирания GPSS модел с параметри дефинирани в фиг.4

FACILITY	ENTRIES	UTIL.	AVE.	TIME AVAIL.	OWNER	PEND	INTER	RETRY	DELAY
1	11104	0.047	0.377	1	0	0	0	0	0
2	51512	0.161	0.276	1	0	0	0	0	0
3	103518	0.281	0.241	1	0	0	0	0	0
4	112155	0.266	0.211	1	0	0	0	0	0
5	72153	0.150	0.184	1	0	0	0	0	0
6	31556	0.061	0.171	1	0	0	0	0	0
7	11487	0.022	0.167	1	0	0	0	0	0
8	4156	0.008	0.168	1	0	0	0	0	0
9	1493	0.003	0.171	1	0	0	0	0	0
10	509	0.001	0.162	1	0	0	0	0	0
11	189	0.000	0.184	1	0	0	0	0	0
12	76	0.000	0.168	1	0	0	0	0	0
13	35	0.000	0.174	1	0	0	0	0	0
14	30	0.000	0.169	1	0	0	0	0	0
15	19	0.000	0.169	1	0	0	0	0	0
16	6	0.000	0.183	1	0	0	0	0	0
17	1	0.000	0.142	1	0	0	0	0	0

*Pn-1(Ti/T)=>UTIL за обслужващо устройство n (FACILITY n)

QUEUE	MAX CONT.	ENTRY	ENTRY(0)	AVE. CONT.	AVE. TIME	AVE. (-0)	RETRY
GG\$	13	0	199999	114622	0.393	0.174	0.408

* Опашка в СМО Gi/G/S- среден брой-(AVE.CONT.); средно време за чакане-1.(AVE.TIME)-2.само на чакащите-(AVE.(-0))

STORAGE	CAP.	REM.	MIN.	MAX.	ENTRIES	AVL.	AVE.C.	UTIL.	RETRY	DELAY
LS_SYS	10000	9998	0	16	200002	1	2.649	0.000	0	0
GG\$	3	1	0	3	200002	1	2.256	0.752	0	0

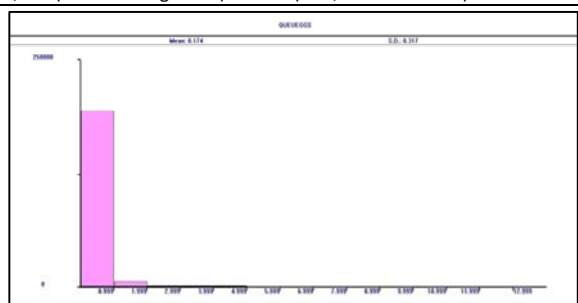
* Среден брой в СМО Gi/G/S-(GG\$) под обслужване- (AVE.C)-2,256, относителна заетост -(UTIL) -0,752=AVE.C./CAP ; CAP-S =3 =>бр.ОУ

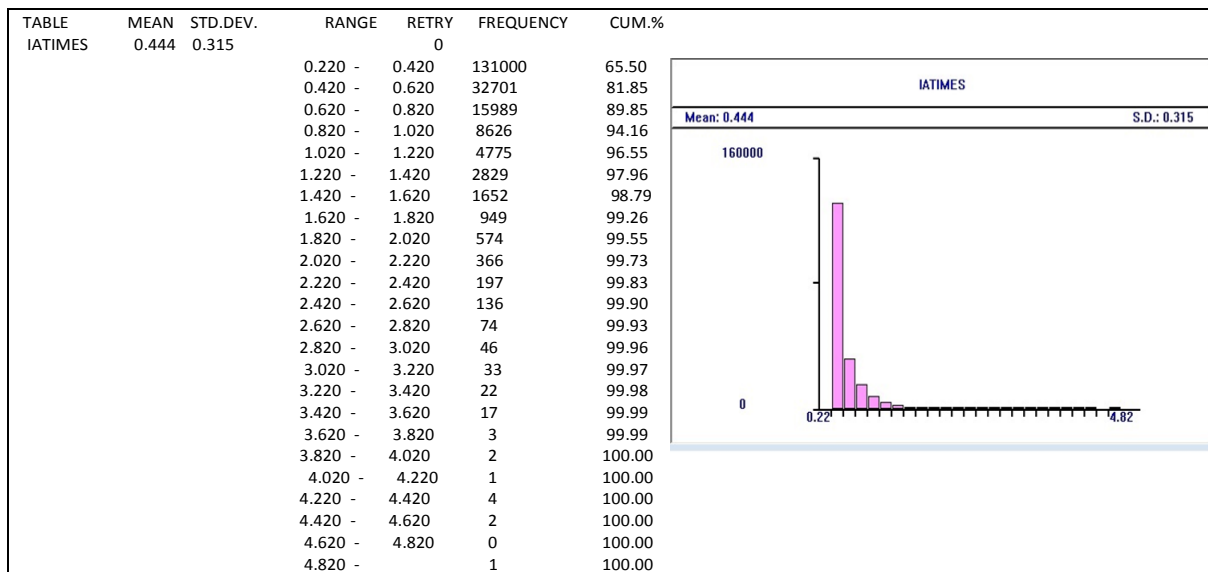
* Среден брой в СМО (LS_SYS)-(опашка+обслужване)- (AVE.C)-2,649-- 2,256 (AVE.C-storage GG\$)+- 0.393(AVE.C- QUEUE-GG\$)

QUEUE	EGGS	0.174	0.317	0	0.999	193704	96.85
				0.999 -	1.999	5867	99.79
				1.999 -	2.999	385	99.98
				2.999 -	3.999	38	100.00
				3.999 -	4.999	5	100.00

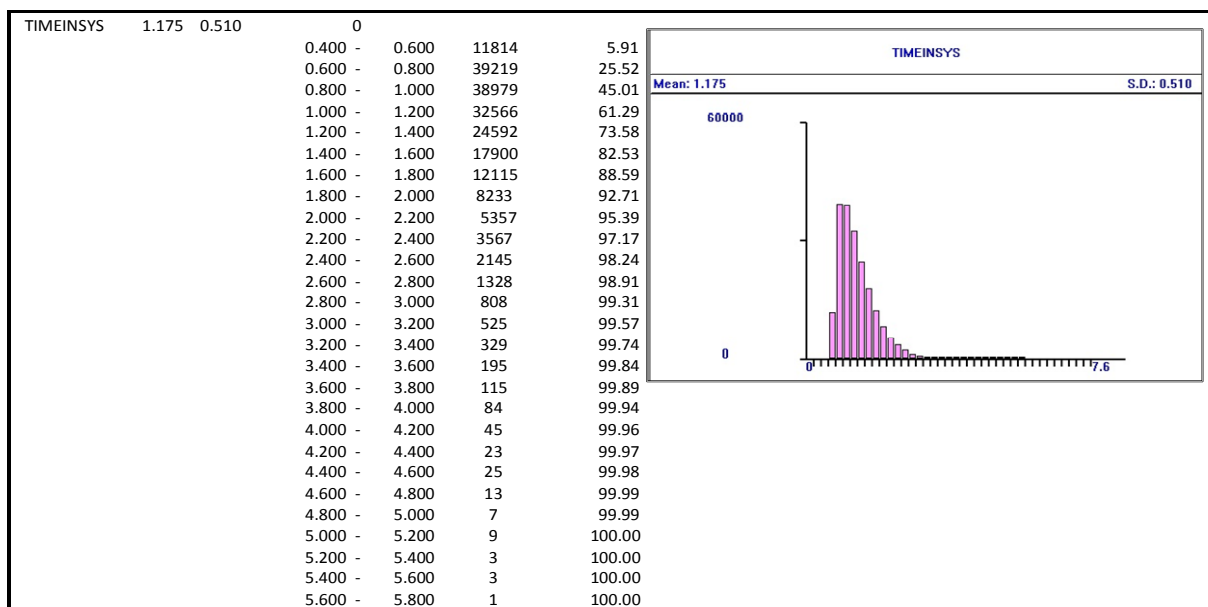
*Честоти на разпределението на броя в опашката

* средна стойност (mean-0.174), средно кв. откл. (STD.DEV-0.317)

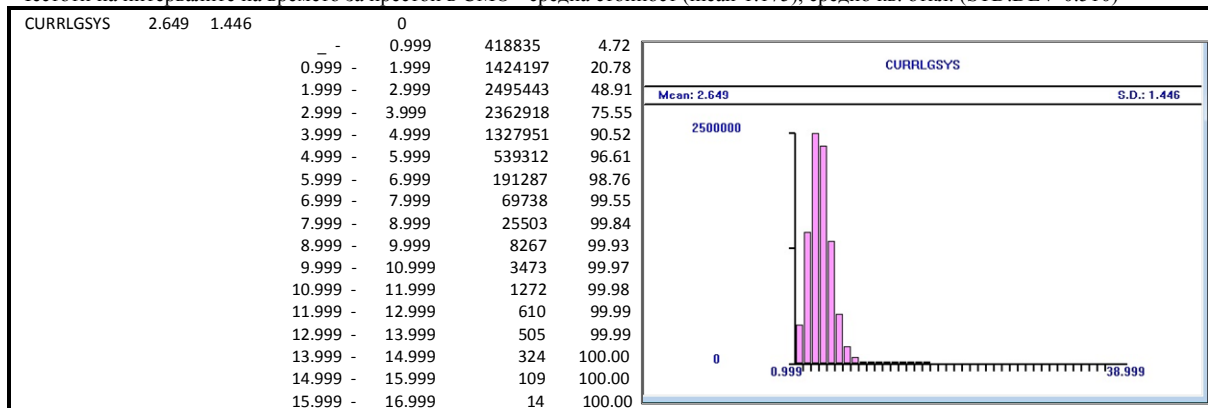




*Честоти на интервалите на входящия поток- средна стойност (mean-0,444), средно кв. откл. (STD.DEV-0.315)



*Честоти на интервалите на времето за престой в СМО - средна стойност (mean-1.175), средно кв. откл. (STD.DEV-0.510)



*Честоти на разпределението на броя на заявките в системата средна стойност (mean-2.649), средно кв. откл. (STD.DEV-1.446)

Резултатите от GPSS модела на Gi/G/S СМО са достатъчно подробни и техният анализ показва, големите възможности за изследване на операционните характеристики на многоканалните СМО. Освен за ефекта върху средните стойности и за техните

разпределения на вероятностите, за да може да се оцени колко е съществено влиянието на отместените функции на разпределение на вероятностите на интервалите на входящия поток и времената за обслужване се анализира СМО М/М/3 при следните параметри, зададени в табл.1:

Модел Gi/G/3 - Входни данни				табл. 1	
Параметри	М/М/3			Gi/G/3	
	GPSS-пром.	обознач.		Варианти	
Интензивност на вх. поток	LAARR	La	1		
Отн. дял на детерминираната част в средния интервал	KDIARR	alfaLa	0	0,5	
Коефициент на вариация на интервалите на вх. поток	CARR	Ca	1		
Отн. дял на детерминираната част в средното време за обслужване	KDSERTIME	alfamu	0	0,5	
Коефициент на вариация на времето за обслужване	CSSER	Cs	1		
Варианти на относителна заетост					
Интензивност на обслужване на 1 ОУ	MU_SER	Mu	0,67	0,48	0,37
Относителна заетост	Sara		0,50	0,70	0,90

Изходните резултати от GPSS модела, при зададените варианти в табл.1, са обобщени за да се направи сравнителен анализ на някои ключови параметри. В таблица 2 са дадени сравнителни резултати на основни параметри и тяхната относителна грешка, спрямо точните аналитични резултати за СМО М/М/3. Трябва да се отбележи, че за многоканалната СМО с експоненциални разпределения на интервалите на входящия поток и времената за обслужване, вероятността пристигнала заявка да чака P_w и вероятността в произволен момент всички обслужващи устройства са заети $P_d = P(n \geq S)$ са еднакви, поради свойствата на поасоновия входящ поток. Когато се използват отместени експоненциални разпределения със същия коефициент на вариация-1, за да се компенсира детерминираната част на случайната величина (в разглежданите случаи половината от средната стойност), то коефициента на вариация случайната компонента нараства двойно от 1 на 2. В този случай, процесите не са Марковски и следователно и не може да се очаква равенство между P_w и P_d . В таблица 2 относителната грешка винаги се сравнява с точните стойност на СМО М/М/3 с реализираната от GPSS модела относителна заетост.

Сравнение на резултатите от имитационния модел за СМО М/М/3 и Gi/G/3 (отместени разпределения)														
Имитационен модел на GPSS World											табл.2		М/М/3 точни резултати	
дял на	Sara		Lq	Ls		StdvLs	Pw		P(n>=3)		Sara	Pw=P(n>=3)	Ls	
Xmin	(теор)	(sim)	(sim)	(sim)	(% отн. греш.)	(sim)	(sim)	(% отн. греш.)	(sim)	(% отн. греш.)				
0-М/М/3	0,5	0,499	0,24	1,737	-0,30%	1,589	0,237	-0,52%	0,238	0,96%	0,499	0,24	1,73	
0,5	0,5	0,503	0,131	1,641	6,60%	1,333	0,21	12,91%	0,160	-33,65%	0,503	0,24	1,76	
0-М/М/3	0,7	0,699	1,154	3,25	-0,40%	2,896	0,491	-0,02%	0,492	0,33%	0,699	0,49	3,24	
0,5	0,7	0,705	0,923	3,037	8,56%	2,615	0,491	2,03%	0,464	-7,40%	0,705	0,50	3,32	
0-М/М/3	0,9	0,898	7,267	9,962	-1,07%	9,287	0,815	-0,18%	0,815	0,20%	0,898	0,81	9,86	
0,5	0,9	0,906	7,475	10,193	5,69%	9,843	0,832	-0,31%	0,829	-0,02%	0,906	0,83	10,81	
средна отн. грешка	М/М/3				-0,59%			-0,24%					0,5%	
	Gi/G/3				6,95%			4,88%					-13,7%	
Обозначения														
Sara	относителна заетост													
Lq	средна дължина на опашката													
Ls	среден брой в СМО													
StdvLs	средно квадратично отклонение на броя в СМО													
Pw	вероятност пристигаща заявка да чака													
P(n>=3)	вероятност всички ОУ да са заети													
% отн. грешка- спрямо точните аналитични резултати за СМО М/М/3														

Анализът на получените резултати, показва че при дял 0,5 на детерминирана част от средния интервал, грешката която се прави с неотчитането на отместването е значителна при малките и средни стойности на относителната заетост на СМО, като влиянието е в посока на надценяване на параметрите- среден брой в СМО (6-9%), вероятност за чакане (13-2%) за относителна заетост (0,5-0,70), като при по голяма относителна заетост е практически точна и в посока на недооценка на вероятността всички обслужващи устройства да са заети (-34%-8%) за относителна заетост (0,5-0,70) и практически точна при по висока относителна заетост.

За СМО М/М/3 практически всички параметри са еднакви с теоретичните резултати (относителна грешка в диапазона от 0,18%- 1%), което показва адекватността предлагания модел, за изследване и моделиране на реални транспортни процеси.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработеният модел на многоканална СМО на GPSS World е естествено развитие на възможността за използването му като сегмент във развитието на комплексните имитационни модели на мрежи от СМО.

Моделирането на интервалите на входящия поток и времената за обслужване, чрез обособени процедури в модела, позволява тяхното лесно адаптиране със следните възможности:

- за апроксимация на вероятностните разпределения въз основа на оценката на първите два момента от статистическите данни;
- случайни величини с отместване.

Разработеният GPSS модел, позволява да се изследват вероятностите на състоянията на СМО, функциите на разпределение на престоя в опашката и в системата, средните стойности и дисперсиите на всички операционни характеристики, изследване на аналитични апроксимации, отчитане на минималната детерминирана част на случайните величини.

Насоки за развитие на модела

- развитие на модела с цел отчитане на ограничения на опашките или времето за чакане;
- разработване на процедура за моделиране на периодични нестационарни потоци.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] К. Карагъзов, С.Димитров. Комплексен имитационен модел на отворени мрежи от системи за масово обслужване с произволна структура, Годишник на ВТУ 5/2014 ISSN 1314-362X
- [2] Т.Размов. Анализ на транспортните системи, чрез дискретно-събитийно моделиране. Списание “Механика, транспорт, комуникации“, ISSN 1312-3823, бр.3, 2013.
- [3] P. A.W. Lewis and G. S. Shedler. Simulation of nonhomogenous Poisson processes by thinning. . Naval Research Logistics Quarterly, 26(3):403–413, 1979
- [4] Pasupathy, R. Generating Nonhomogeneous Poisson Processes. Wiley Encyclopedia of Operations Research and Management Science, 2011.

**APPLICATION OF SIMULATION MODEL OF MULTI-SERVER QUEUING
SYSTEM WITH REAL INFLOWS TO INVESTIGATE AND DESIGN TRANSPORT
SYSTEMS AND PROCESSES**

Kiril Karagyozov
kkaragyozov@yahoo.com

***Todor Kableshkov University of Transport,
158 Geo Milev Street, Sofia,
BULGARIA***

Key words: Simulation, GPSS World, queuing system, modeling of shifted probability distribution, two-moment fitting of probability distribution

Abstract: A GPSS World simulation model of multi-server queuing system is developed to allow exploring both the probabilities of the queuing system states and functions of distribution of stay in the system and waiting time in the queue. In order to adequately report on actual processes in transport systems, algorithms have been developed to generate random variables with deterministic (shift) part included in procedures to the GPSS model since the fitting probability distributions are determined based on the first two central moments of random variables. The probabilities of states are determined by two ways: by scanning the queuing system state at regular intervals, which are compared depending on the dwell time in a given state, and with a scan interval of 1/100 of the model unit, which provides the same results. The outcomes of the model are given and their credibility and relevance are analyzed by comparison with analytical results known exactly.