Механика Транспорт Комуникации

Научно списание

ISSN 1312-3823

том 12, брой 2, 2014 г.

статия № 0939

http://www.mtc-aj.com

ЗАГУБИ НА НАПРЕЖЕНИЕ ОТ ЕЛАСТИЧНА ДЕФОРМАЦИЯ ПРИ СТОМАНОБЕТОННИ ЕЛЕМЕНТИ, НАПРЯГАНИ СЛЕД БЕТОНИРАНЕ

Борислав Даалов
bobdaal@abv.bg

Висше строително училище "Любен Каравелов",
Ул. Суходолска 175, 1373 София,
БЪЛГАРИЯ

Ключови думи : *Загуба на напрежение, еластична деформация, напрягане след бетониране.*

Резюме *: Изведени са формули за загубата на напрежение от еластична деформация на бетона при елементи, напрягани след бетониране. Показано е определянето на загубата при групи напрягащи елементи, имащи различни сечения и траектории. Разгледан е пример.*

Загубата от еластична деформация се дължи на скъсяването на бетонните влакна на нивото на напрегнатата армировка. Настъпва в момента на осъществяване на напрягането. Ако то се извършва едновременно за всички елементи, загуба няма да има, защото ефектът от деформация на бетона е компенсиран автоматично от нарастващата сила в пресата.

При неедновременно напрягане на елементите, в тези от тях, които са напрегнати преди другите, ще бъде проявена деформация на бетона. Тя е различна за всяка група елементи. В първите по реда на напрягането загубата ще бъде най-голяма, а в последните – нулева.

При осъществяване на загубата от еластична деформация напрегнатата армировка работи без сцепление с бетона, тъй като каналите все още не са инжектирани. Ако бъдат използвани гресирани въжета, което е характерно при плочи, инжектиране изобщо не е необходимо. Поради липсата на сцепление, бетонът и стоманата на едно ниво в сечението нямат еднакви деформации. По тази причина, съгласно Еврокод 2 [1], загубата от еластична деформация в момента на напрягането трябва да бъде изчислена за средни деформации по дължина на елемента за всеки от двата материала. Връзката между деформациите се представя с израза

(1) $\Delta\sigma_{pm} = \Delta\sigma_{cm}\frac{E_p}{E_{cm}(t)}$,

в който $\Delta\sigma_{pm}$ е средна разлика (спад) на напрежението в напрегнатата армировка ;

$\Delta\sigma_{cm}$ - средна разлика в напрежението на бетона на ниво център на тежестта на напрегнатата армировка, определя се за действие на напрягащата сила със средна стойност по дължина на елемента и за собственото тегло; ако няма

начално напрежение от други въздействия, може да бъде прието $\Delta\sigma_{cm} = \sigma_{cm}$;

$E_{cm}(t)$ - секущ модул на еластичност на бетона за времето t, след което става предаване на напрягащата сила върху бетона.

Използваните означения са по [1].

Ако напрягането се извършва последователно с еднакви по големина сили на n броя групи, всяка от тях със сечение A_p/n , намаляването на напрежението за група i ще бъде

(2) $\frac{n-i}{n}\Delta\sigma_p$.

Индексът i в (2) показва реда за напрягане : за първата група $i = 1$, за последната група $i = n$. От (2) се вижда, че при последната група няма да има загуби.

Общата загуба на сила за всички групи е

(3) $\Delta P_{\text{el}} = \sum_{i=1}^{n}\frac{n-i}{n}\Delta\sigma_p\frac{A_p}{n} = \Delta\sigma_p\frac{A_p}{n^2}\sum_{i=1}^{n}(n-i)$.

Сумирането на числовия ред при стойност на първия член $n - 1$ и на последния член 1 за общ брой на членовете $n - 1$ дава стойността $\frac{n(n-1)}{2}$.

Заместваме $\Delta\sigma_p$ от (1) в (3) и получаваме общата загуба

(4) $\Delta P_{\text{el}} = \frac{n-1}{2n}\sigma_c\frac{E_p A_p}{E_{cm}(t)}$.

При голям брой на групите $\frac{n-1}{2n} \approx 0{,}5$.

В нормативни документи на САЩ [2] е използвана опростената формула

(5) $\Delta P_{\text{el}} = 0{,}5\sigma_c\frac{E_p A_p}{E_{cm}(t)}$

като се посочва, че при различни по площ сечения на групите коефициентът 0,5 може да приеме и по-малки стойности. В бюлетин на CEB – FIP [3] е предложена също формула (5) и е показано възможното най-опростено определяне на напрежението в бетона, отнасящо се обаче за плочи,

(6) $\sigma_c = P_{max}/A$.

По-точното изчисляване на напрежението в бетона може да бъде извършено по формулата

(7) $\sigma_c = \frac{P_{max} - \Delta P\mu - \Delta P\text{sl}}{A} + \frac{(P_{max} - \Delta P\mu - \Delta P\text{sl})e - \text{M}_\text{G}}{I}e$,

в която ΔP_μ и ΔP_{sl} са загуби от триене в каналите и от деформации в закотвящите устройства;

A и I - съответно площ и инерционен момент на бетонното сечение ;

e – разстояние между центровете на тежестта на бетонното сечение и на напрегнатата армировка;

M_G – момент от собствено тегло на елемента.

Стойностите на ΔP_μ и ΔP_{sl} са променливи по дължина на елемента, така че изчисляването на напрежението в бетона по (7) се отнася за определено сечение. Ако те не бъдат взети под внимание, загубата по (5) ще бъде по-голяма, което е в посока на сигурността при проверка на елемента за експлоатационно състояние.

За случаите с различни напречните сечения на отделните групи напрягащи елементи, което означава и разлики в големините на прилаганите сили, в [1] е предложена приблизителна формула за изчисляване на средната загуба за всички напрягащи елементи

(8) $\Delta P_{\text{el}} = A_p E_p \sum\frac{j\Delta\sigma_c(t)}{E_{cm}(t)}$,

в която $\Delta\sigma_c(t)$ е промяната на напрежението в бетона, определено за центъра на тежестта на напрягащата армировка за време t ;

j - коефициент, който се приема равен на :

$(n\text{-}1)/2n$ където n е броят на съответните напрягащи елементи, които вече са напрегнати; за приблизително изчисление j може да бъде приет 0,5;

1,0 за промените на σ_c, дължащи се на постоянни въздействия, приложени след напрягането.

За брой на напрегнатите елементи, равен на броя на всички групи, формула (8) е идентична с формула (4) .

При групи от напрягащи елементи с различни сечения, разположени по значително различаващи се траектории, точното определяне на загубата трябва да бъде извършено за всяка група отделно при конкретно изчисляване на разликата в напрежението на бетона $\Delta\sigma_c$ по реда на напрягане. За извеждане на формулата за загуба на напрежение в този случай първоначално ще бъдат разгледани първите две групи елементи по реда на напрягането :

група 1 – напрягаща сила $P_{max,1}$, траектория $e_1(x)$, представляваща разстояние от центъра на тежестта на бетонното сечение до центъра на тежестта на сечението A_1 във функция на разстоянието x от началото на елемента до разглежданото сечение;

група 2 – напрягаща сила $P_{max,2}$, траектория $e_2(x)$, сечение A_2, напрегната след група 1.

В сечение x прираста на напрежението в бетона на ниво център на тежестта на сечението A_1 , получено вследствие от напрягането на група 2, е

(9) $\Delta\sigma_{c1}(x) = \frac{P_{max\ 2}}{A} + \frac{P_{max\ 2}\, e_2(x)}{I}\, e_1(x)$.

Средната стойност на това напрежение за цялата дължина на елемента L, създадено от напрягането на група 2, е

(10) $$\Delta\sigma_{cm1} = \frac{1}{L}\int_0^L \Delta\sigma_{c1}\,(x)dx = \frac{P_{max\ 2}}{A} + \frac{P_{max\ 2}}{LI}\int_0^L e_1(x)\, e_2(x)dx.$$

Интегрирането в (10) може да бъде извършено много лесно чрез умножаване на диаграмите на двете функции $e_1(x)$ и $e_2(x)$ като се ползва правилото на Верешчагин, така както се прилага процедурата за получаване на коефициентите в каноничните уравнения на силовия метод или при определяне на деформациите с интеграла на Максвел-Мор. Ако траекториите на армировките имат участъци под и над линията на центъра на тежестта на сечението, при умножаване на диаграмите ще има членове с положителен и с отрицателен знак, по аналогия с моментните диаграми.

За всяка следваща напрягана група i към напрежението за първа група по (10) трябва да бъде добавяна средна разлика, изчислявана за $P_{max,i}$ и $e_i(x)$. Окончателната формула за напрежението в тази група добива вида

(11) $$\Delta\sigma_{cm1} = \sum_{i=2}^{n}\left[\frac{P_{max\ ,i}}{A} + \frac{P_{max\ ,i}}{LI}\int_0^L e_1(x)\, e_i(x)dx\right].$$

В (11) сумирането е от втората напрегната група до последната n–та група.

Съответно за втората напрегната група разликата в напрежението на бетона, създадена от следващите групи по реда на напрягането, е

(11,а) $$\Delta\sigma_{cm2} = \sum_{i=3}^{n}\left[\frac{P_{max\ ,i}}{A} + \frac{P_{max\ ,i}}{LI}\int_0^L e_2(x)\, e_i(x)dx\right].$$

Сумирането е от третата напрегната група до последната n–та група .

По същия начин се процедира за намиране разликата в напрежението на бетона за ниво център на тежестта на всяка следващата група.

Когато траекториите на напрягащите елементи са подобни и се намират близо една до друга, може да бъде приет общ център на тежестта и да бъде използвана формула (4) или (8), но при значително различаващи се траектории и сечения на

напрягащите елементи точното определяне на загубата трябва да бъде извършено по (11).

Когато траекторията е по-сложна и включва няколко параболи, интегрирането в (11) може да бъде извършено и по отделни участъци на брой m , но средното напрежение ще бъде определено пак за цялата дължина на елемента. Формула (11) добива вида

(11,б) $\Delta\sigma_{cm1} = \sum_{i=2}^{n} \left[\frac{P_{max,i}}{A} + \frac{P_{max,i}}{LI} \sum_m \int_0^{L_k} e_1(x)\, e_i(x) dx\right]$,

в който L_k е дължина на участък κ ;

m – брой на участъците, образуващи траекторията на група i.

Собственото тегло снижава напреженията в бетона на нивото на напрягащите елементи и по този начин допринася за намаляване на загубата. Приносът на собственото тегло към напрежението на бетона в сечение x, отнасящо се за траекторията на група i , може да бъде изчислен с формулата

(12) $\sigma_{cG}(x) = -\frac{M_G(x)}{I} e_i(x)$.

Средното напрежение за цялата дължина на елемента е

(13) $\sigma_{cmG} = -\frac{1}{LI} \int_0^L M_G(x) e_i(x)\, dx$.

За интегрирането в (13) важи казаното по-напред: използва се правилото за умножаване на диаграмите – едната е от собствено тегло, а другата – разстоянията на точките от траекторията на група i до линията на центъра на тежестта на сечението. Напрежението е опънно и затова знакът е отрицателен. То се сумира с напрежението по (11), за да бъде намерена загубата на напрежение в стоманата по (1).

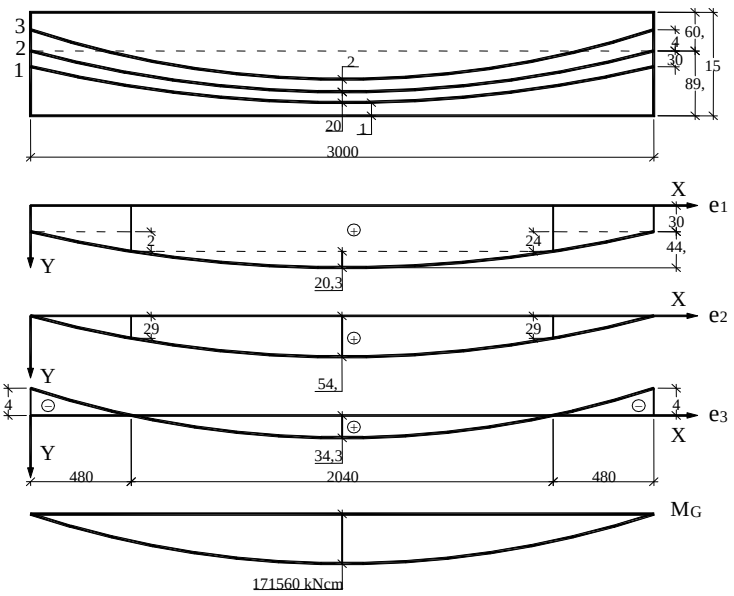
Пример –загуби от еластична деформация

Разглеждаме елемент с дължина 30 метра и височина на сечението 1,5 метра. Геометрични характеристики на бетонното Т-образно сечение са :

- площ A = 6100 cm^2 ;
- разстояние от долния ръб до центъра на тежестта на бетонното сечение y_i = 89,3 cm ;
- инерционен момент I = 1,22.10^7 cm^4.

Бетонът е клас C40/50. Напрягането се извършва след бетониране при отлежаване 6 дни. По [1] е изчислено за 6-тия ден $f_{cm}(6)$ = 36 MPa, $E_{cm}(6)$ = 3210 kN/cm^2.

Стоманата за напрягане е клас Y1860S7 с еластичен модул E_p = 19500 kN/cm^2. Напрягащите елементи са разположени в три траектории по квадратни параболи, показани на фигура 1.



Фиг. 1 Траектории на групите напрягащи елементи

С прекъснатата линията е показан центърът на тежестта на сечението. По реда на напрягането групите имат следните характеристики :

група 1 – 13 броя въжета със сечение по 1,5 cm^2 и обща площ A_{p1} = 19,5 cm^2, начална напрягаща сила $P_{max,1}$ = 2800 kN, $\sigma_{p,max}$ = 143,6 kN/cm^2;

група 2 – както група 1 A_{p2} = 19,5 cm^2, $P_{max,2}$ = 2800 kN;

група 3 - 12 броя въжета със сечение по 1,5 cm^2 и обща площ A_{p3} = 18,0 cm^2, начална напрягаща сила $P_{max,3}$ = 2600 kN, $\sigma_{p,max}$ = 144,4 kN/cm^2.

Целта е да бъдат определени еластичните загуби отделно за всяка група без да бъдат вземани под внимание загубите от триене и от деформации на закотвящите устройства.

<u>Армировка по траектория 1</u>

Прилагаме формула (11). Необходимите интегрални стойности са :

$\int_0^L e_1(x)\, e_2(x) dx = \frac{2}{3}$ 54,3.3000.30 + $\frac{8}{15}$ 54,3.44,3.3000 = 0,71.10^7 cm^3 ;

$\int_0^L e_1(x)\, e_3(x) dx$ = 2(-$\frac{1}{3}$ 30.40.480) + 2(- $\frac{2}{15}$ 24.40.480) + $\frac{2}{3}$ 54.34,3.2040 + $\frac{8}{15}$ 20,3.34,3.2040 = 0,276.10^7 cm^3.

Средната разлика в напрежението на бетона на ниво център на тежестта на сечението на армировката от група 1 , предизвикано от напрягането на групи 2 и 3, ще бъде

$\Delta\sigma_{cm1} = \frac{2800}{6100} + \frac{2800.0,71.10^7}{3000.1,22.10^7} + \frac{2600}{6100} + \frac{2600.0,276.10^7}{3000.1,22.10^7}$ = 1,63 kN/cm^2.

По (1) намираме спада на напрежението в армировката от група 1

$\Delta\sigma_{p1}$ = 1,63.19500/3210 = 9,9 kN/cm^2.

Загубата на напрягаща сила за група 1 е

$\Delta P_{\mathrm{el},1} = A_{p1}\, \Delta\sigma_{p1}$ = 19,5.9,9 = 193,1 kN.

<u>Армировка по траектория 2</u>

Необходимата интегрална стойност е

$\int_0^L e_2(x)\, e_3(x) dx$ = 2(- $\frac{2}{15}$ 40.29.480) + $\frac{2}{3}$ 34,3.29.2040 + $\frac{8}{15}$ 34,3.25,3.2040 = 0,215.10^7 cm^3.

Средната разлика в напрежението на бетона на ниво център на тежестта на сечението на армировката от група 2 , предизвикано от напрягането на група 3, ще бъде

$\Delta\sigma_{cm2} = \frac{2600}{6100} + \frac{2600.0,215.10^7}{3000.1,22.10^7} = 0,58$ kN/cm^2.

По (1) намираме спада на напрежението в армировката от група 2

$\Delta\sigma_{p2} = 0,58.19500/3210 = 3,5$ kN/cm^2, $\Delta P_{el,2} = A_{p2}\ \Delta\sigma_{p2} = 19,5.3,5 = 68,2$ kN.

В армировката по траектория 3 няма загуба от еластична деформация на бетона.

<u>Влияние на собственото тегло на елемента</u>

Теглото на елемента е $g = 0,61.25 = 15,25$ kN/m. Максималният момент в средата по дължина е $M_{G,max} = 1715,6$ kNm = 171560 kNcm. Прилагаме (13). За група 1 интегралната стойност е

$\int_0^L M_G(x)e_1(x)\,dx = -\left(\frac{2}{3}\ 171560.3000.30 + \frac{8}{15}\ 171560.44,3.3000\right) = -\ 2,25.10^{10}$ kNcm^3 .

Средното напрежение на бетона на ниво център на тежестта на сечението на армировката от група 1 , предизвикано от собственото тегло, е

$\sigma_{cmG,1} = -\frac{2,25.10^{10}}{3000.1,22.10^7} = -\ 0,61$ kN/cm^2.

По (1) коригираният спад на напрежението в армировката от група 1 ще бъде

$\Delta\sigma_{p1} = (1,63 – 0,61)19500/3210 = 6,2$ kN/cm^2.

Загубата на напрягаща сила за група 1 е

$\Delta P_{el,1} = A_{p1}\ \Delta\sigma_{p1} = 19,5.6,2 = 120,8$ kN.

В резултат на собственото тегло загубата е намаляла с 37 %.

За група 2 интегралната стойност по (13) е

$\int_0^L M_G(x)e_2(x)\,dx = -\frac{8}{15}\ 171560.54,3.3000 = -\ 1,48.10^{10}$ kNcm^3 .

Средното напрежение на бетона на ниво център на тежестта на сечението на армировката от група 2 , предизвикано от собственото тегло, е

$\sigma_{cmG,2} = -\frac{1,48.10^{10}}{3000.1,22.10^7} = -\ 0,4$ kN/cm^2.

Коригираният спад на напрежението в армировката от група 2 ще бъде

$\Delta\sigma_{p2} = (0,58 – 0,40)19500/3210 = 1,1$ kN/cm^2.

Загубата на напрягаща сила за група 2 е

$\Delta P_{el,2} = A_{p2}\ \Delta\sigma_{p2} = 19,5.1,1 = 21,5$ kN.

ЛИТЕРАТУРА

[1] EN 1992-1-1,2004 Еврокод 2: Проектиране на бетонни и стоманобетонни конструкции: Общи правила и правила за сгради

[2] ACI 318-11 Builging Code Requirements for Structural Concrete, 2011

[3] Bulletin 31 CEB-FIP Post-tensioning in buildings, 2005

ELASTIC LOSSES IN POST – TENSIONED ELEMENTS

Borislav Daalov

bobdaal@abv.bg

University of Structural Engineering & Arhitecture, "Lyuben Karavelov",
175 Souhodolska Street, 1373 Sofia,
BULGARIA

Key words : *Loss of prestress ,elastic deformation, post-tensioning.*

Abstract *: The formulas for loss of prestress from the elastic deformation of the post-tensioned concrete elements has been derived. It is shown the determination of loss on groups tensioning elements having different sections and trajectories. Considered an example.*