Механика
Транспорт
Комуникации
Научно списание

ISSN 1312-3823
том 12, брой 2, 2014 г.
статия № 0938
http://www.mtc-aj.com

ОПРЕДЕЛЯНЕ НА НАПРЕГНАТОТО СЪСТОЯНИЕ В СЕЧЕНИЕ С ПУКНАТИНА В ПРЕДВАРИТЕЛНО НАПРЕГНАТИ СТОМАНОБЕТОННИ ЕЛЕМЕНТИ

Борислав Даалов
bobdaal@abv.bg

Висше строително училище "Любен Каравелов",
Ул. Суходолска 175, 1373 София,
БЪЛГАРИЯ

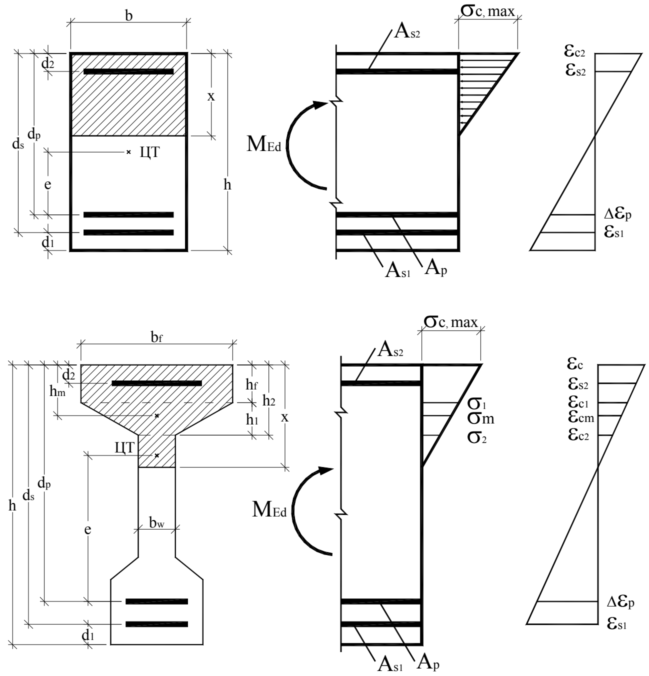
Ключови думи :*напрежение, натискова зона, предварително напрягане*

Резюме : *Напрегнатото състояние в сечението е изведено във функция на два основни параметъра: напрежението в крайното натиснато влакно и височината на натисковата зона. За определянето им са използвани равновесните условия за сума от силите и за сума от моментите спрямо центъра на тежестта на напрегнатата армировка. Разгледани са правоъгълно сечение, двойно Т и Т сечение и вариант при последните, при който във височината на натисковата зона не участва стеблото.*

Еврокод 2 [1] изисква проверка на напреженията в бетона и стоманата в експлоатационно гранично състояние. При сечение с нормална пукнатина опънната зона в бетона е изключена от работа. Опънните сили са поети изцяло от армировката. Напрегнатото състояние в сечението се определя с помощта на равновесните условия. Необходими са два параметъра, чрез които могат да бъдат намерени деформациите и напреженията по цялата височина на сечението. За такива обикновено се приемат височината на натисковата зона x и деформацията в крайното натиснато влакно или напрежението в същото. Използваме хипотезата на Бернули за равнинност на сечението и предпоставката, че в експлоатационно състояние напреженията в бетона са пропорционални на деформациите. Диаграмата на напреженията в натисковата зона е триъгълна, което позволява лесното определяне на напрежението за всяко влакно по височината. Напреженията в обикновената армировка и прираста на напреженията в напрегнатата армировка са пропорционални на деформациите в тях, които са определяни чрез двата начални параметъра. По-нататък са разгледани условията за намиране на тези параметри.

<u>Правоъгълно сечение</u>

Необходимите размери са показани на фигура 1. Всички означения са по [1] .



Фиг.1 Напрегнато и деформирано състояние на сечения с пукнатини

Не е показана напрегна армировка в натиснатата зона на сечението, тъй като такава армировка е рядко прилагана. Ако тя присъства, трябва да бъде използвана по същия начин както напрегнатата армировка в опънната зона. Разликата е само в това, че прирастът на напреженията в нея ще бъде отрицателен и съществуващото напрежение ще бъде намалено.

За неизвестни параметри приемаме :

- най-голямото натисково напрежение в бетона $\sigma_{c,\max}$;
- височината на натисковата зона x.

Чрез тях за деформациите получаваме :

- натиснат ръб $\varepsilon_c = \sigma_{c,\max}/E_{cm}$ (ако изчисляваме сечението за продължително действие, вместо E_{cm} трябва да бъде използван $E_{c,eff}$) ;
- център на тежестта на сечението на горната армировка $\varepsilon_{s2} = \varepsilon_c \dfrac{x - d_2}{x}$;
- център на тежестта на сечението на напрегнатата армировка
  $\Delta\varepsilon_p = \varepsilon_c \dfrac{d_p - x}{x}$;
- център на тежестта на сечението на долната армировка $\varepsilon_{s1} = \varepsilon_c \dfrac{d_s - x}{x}$.

Напреженията в армировките са :

- горна армировка $\sigma_{s2} = \varepsilon_c \dfrac{x - d_2}{x} E_s = \alpha_{es}\sigma_{c,\max} \dfrac{x - d_2}{x} \leq 0{,}8 f_{yk}$;
- напрегната армировка $\Delta\sigma_p = \alpha_{ep}\sigma_{c,\max} \dfrac{d_p - x}{x}$;
- долна армировка $\sigma_{s1} = \alpha_{es}\sigma_{c,\max} \dfrac{d_s - x}{x} \leq 0{,}8 f_{yk}$.

Напрежението в горната армировка е натисково, а в долната и напрягащата армировка е опънно.

В сечението действа огъващ момент M_{Ed} и напрягаща сила P_{k} със съответните загуби.

Първото равновесно условие е сума от силите

$$(1)\ 0{,}5\sigma_{\mathrm{c,max}}bx + \alpha_{es}\sigma_{\mathrm{c,max}}\frac{x-d_2}{x}A_{\mathrm{s2}} = P_{\mathrm{k}} + \alpha_{ep}\sigma_{\mathrm{c,max}}\frac{d_p-x}{x}A_{\mathrm{p}} + \alpha_{es}\sigma_{\mathrm{c,max}}\frac{d_s-x}{x}A_{\mathrm{s1}}$$

Опростяваме условието чрез разделяне с $\sigma_{\mathrm{c,max}}$ и умножаване с x

$$(2)\ 0{,}5bx^2 + \alpha_{es}(x-d_2)A_{\mathrm{s2}} = \frac{P_k x}{\sigma_{c,\max}} + \alpha_{ep}(d_p-x)A_{\mathrm{p}} + \alpha_{es}(d_s-x)A_{\mathrm{s1}}.$$

Второто равновесно условие е сума от моменти спрямо центъра на тежестта на сечението на напрегнатата армировка

$$(3)\ M_{\mathrm{Ed}} = 0{,}5\sigma_{\mathrm{c,max}}bx(d_p-0{,}33x) + \alpha_{es}\sigma_{\mathrm{c,max}}\frac{x-d_2}{x}A_{\mathrm{s2}}(d_p-d_2) +$$

$$+\ \alpha_{es}\sigma_{\mathrm{c,max}}\frac{d_s-x}{x}A_{\mathrm{s1}}(d_s - d_p).$$

Ако $d_s < d_p$, приносът на долната армировка става отрицателен.

Определянето на неизвестните параметри се извършва по итерационен начин. За първоначална стойност на напрежението $\sigma_{\mathrm{c,max}}$ може с голяма вероятност да бъде приета

$$(4)\ \sigma_{\mathrm{c,max}} \approx K\left(\frac{P_k}{A_{red}} - \frac{P_k e}{W_{s,red}} + \frac{M_{Ed}}{W_{s,red}}\right) \le 0{,}6f_{\mathrm{ck}}\ ,$$

$$K = 1{,}10 - 1{,}40.$$

От уравнение (2) изчисляваме височината x , след което заместваме в уравнение (3) и проверяваме изпълнението на равенството.

Ако в сечението действа и нормална сила N_{Ed} от външни въздействия, тя ще участва със съответния знак в уравнение (2), а в (3) към M_{Ed} трябва да бъде добавен моментът $N_{\mathrm{Ed}}.a$. С a е означено разстоянието между центровете на тежестта на бетонното и редуцираното сечение.

<u>Двойно Т- сечение и Т- сечение</u>

Необходимите размери са показани на фигура 7.3.За неизвестни параметри приемаме :

- най-голямото натисково напрежение в бетона $\sigma_{\mathrm{c,max}}$;
- височината на натисковата зона x.

Чрез тях за деформациите получаваме :

- натиснат ръб $\varepsilon_c = \sigma_{\mathrm{c,max}}/E_{\mathrm{cm}}$ (ако изчисляваме сечението за продължително действие, вместо E_{cm} трябва да бъде използван $E_{\mathrm{c,eff}}$) ;
- център на тежестта на сечението на горната армировка $\varepsilon_{s2} = \varepsilon_c\frac{x-d_2}{x}$;
- долен ръб на пояса $\varepsilon_{c1} = \varepsilon_c\frac{x-h_f}{x}$;
- център на тежестта на трапеца $\varepsilon_{cm} = \varepsilon_c\frac{x-h_m}{x}$;
- долна основа на трапеца $\varepsilon_{c2} = \varepsilon_c\frac{x-h_2}{x}$;
- център на тежестта на сечението на напрегнатата армировка $\Delta\varepsilon_p = \varepsilon_c\frac{d_p-x}{x}$;
- център на тежестта на сечението на долната армировка $\varepsilon_{s1} = \varepsilon_c\frac{d_s-x}{x}$.

Напреженията за бетона получаваме като умножим деформациите с еластичния модул.

Напреженията в армировките са :

- горна армировка $\sigma_{s2} = \varepsilon_c \frac{x - d_2}{x} E_s = \alpha_{es}\sigma_{c,\max} \frac{x - d_2}{x} \leq 0{,}8 f_{yk}$;
- напрегната армировка $\Delta\sigma_p = \alpha_{ep}\sigma_{c,\max} \frac{d_p - x}{x}$;
- долна армировка $\sigma_{s1} = \alpha_{es}\sigma_{c,\max} \frac{d_s - x}{x} \leq 0{,}8 f_{yk}$.

Напрежението в горната армировка е натисково, а в долната и напрягащата армировка е опънно.

В сечението действа огъващ момент M_{Ed} и напрягаща сила P_k със съответните загуби.

Първото равновесно условие е сума от силите, действащи в сечението :

пояс $\frac{\sigma_{c,\max} + \sigma_1}{2} b_f h_f = \sigma_{c,\max}(1 + \frac{x - h_f}{x}) \frac{b_f h_f}{2}$, натиск ;

трапец $\sigma_m \frac{b_f + b_w}{2} h_1 = \sigma_{c,\max} \frac{x - h_m}{x} \frac{b_f + b_w}{2} h_1$, натиск ;

стебло $\frac{\sigma_2}{2} b_w(x - h_2) = \frac{\sigma_{c,\max}}{2} \frac{(x - h_2)^2}{x}$, натиск ;

горна армировка $F_{s2} = \alpha_{es}\sigma_{c,\max} \frac{x - d_2}{x} A_{s2}$, натиск ;

напрегната армировка $\Delta P = \alpha_{ep}\sigma_{c,\max} \frac{d_p - x}{x} A_p$, опън ;

долна армировка $F_{s1} = \alpha_{es}\sigma_{c,\max} \frac{d_s - x}{x} A_{s1}$, опън ;

напрягаща сила $P_к$, опън .

Равновесното условие за сума от силите, като умножим с x и разделим със $\sigma_{c,\max}$, добива вида

$$(5)\ 0{,}5 b_f h_f (2x - h_f) + 0{,}5(x - h_m)(b_f + b_w)h_1 + 0{,}5(x - h_2)^2 b_w + \alpha_{es}(x - d_2)A_{s2} =$$
$$= \frac{x}{\sigma_{c,\max}} P_k + \alpha_{ep}(d_p - x)A_p + \alpha_{es}(d_s - x)A_{s1}.$$

Ако бъде приета стойност на $\sigma_{c,\max}$ по (4), за определяне на x получаваме уравнението

$$(6)\ x^2 + \frac{2F}{b_w} x + \frac{2G}{b_w} = 0,$$

в което $F = A + 0{,}5B + C + D + E - b_w h_2 - \frac{P_k}{\sigma_{c,\max}}$,

$G = -0{,}5 A h_f - 0{,}5 B h_m - C d_2 - D d_p - E d_s + 0{,}5 b_w h_2^2$,

$A = b_f h_f$, $B = h_1(b_f + b_w)$, $C = \alpha_{es} A_{s2}$, $D = \alpha_{ep} A_p$, $E = \alpha_{es} A_{s1}$.

От (6) намираме x

$$(7)\ x = -\frac{F}{b_w} + \sqrt{\left(\frac{F}{b_w}\right)^2 - \frac{2G}{b_w}}.$$

Второто равновесно условие се отнася за моментите, определени спрямо центъра на тежестта на напрегнатата армировка, умножени с x и разделени със $\sigma_{c,\max}$,

$$(8)\quad \frac{x}{\sigma_{c,\max}} M_{\mathrm{Ed}} = A(x-h_f)(d_p-0{,}5h_f) + 0{,}5A\,h_f\,(d_p-0{,}333h_f) + 0{,}5B(x-h_m)(d_p-h_m)$$
$$+\,0{,}5b_w(x-h_2)^2[d_p - 0{,}333(x+2h_2)] + C(x-d_2)(d_p-d_2) + E(d_s-x)(d_s-d_p)\,.$$

Ако условие (8) е изпълнено в рамките на някаква желана точност, приетата стойност на $\sigma_{\mathrm{c,max}}$ и намерената стойност на x остават като крайно решение. В противен случай трябва да бъде избрана нова стойност на $\sigma_{\mathrm{c,max}}$ и да бъде повторена процедурата.

При наличие на нормална сила N_{Ed} в сечението, първото условие за равновесие е

$$(9)\quad 0{,}5b_fh_f(2x-h_f) + 0{,}5(x-h_m)(b_f+b_w)h_1 + 0{,}5(x-h_2)^2b_w + \alpha_{es}(x-d_2)A_{\mathrm{s2}} =$$
$$= \frac{x}{\sigma_{c,\max}}(P_{\mathrm{k}} \pm N_{\mathrm{Ed}}) + \alpha_{ep}(d_{\mathrm{p}}-x)A_{\mathrm{p}} + \alpha_{es}(d_s - x)A_{\mathrm{s1}}\,.$$

Знакът пред N_{Ed} в (9) е положителен при натиск и отрицателен при опън.

Второто условие за равновесие добива вида

$$(10)\quad \frac{x}{\sigma_{c,\max}}(M_{\mathrm{Ed}} \pm N_{\mathrm{Ed}}.e \pm N_{\mathrm{Ed}}.a) = A(x-h_f)(d_p-0{,}5h_f) + 0{,}5A\,h_f\,(d_p-0{,}333h_f) +$$
$$+\,0{,}5B(x-h_m)(d_p-h_m) + 0{,}5b_w(x-h_2)^2[d_p - 0{,}333(x+2h_2)] + C(x-d_2)(d_p-d_2) +$$
$$+\,E(d_s-x)(d_s-d_p)\,.$$

в който e представлява ексцентрицитета на напрегнатата армировка спрямо центъра на тежестта на редуцираното (или бетонното) сечение;

a – разстояние между центровете на тежестта на редуцираното и бетонното сечение, ако е използвано бетонното сечение $a = 0$.

Знакът пред N_{Ed} в (10) е в зависимост от това дали създаваният момент има посоката на M_{Ed} – приема се положителен, или посоката е обратна на M_{Ed} – приема се отрицателен.

Коефициентът F от уравнение (6) се променя на

$$(11)\quad F = A + 0{,}5B\; C + D + E - b_wh_2 - \frac{P_k \pm N_{Ed}}{\sigma_{c,\max}}\,.$$

Знакът пред N_{Ed} в (11) е положителен при натиск и отрицателен при опън.

Процедурата остава същата :

предварително приемаме стойност на $\sigma_{\mathrm{c,max}}$ по формула (4), в която добавяме ефекта на нормалната сила,

$$(12)\quad \sigma_{\mathrm{c,max}} \approx K\left(\frac{P_k \pm N_{Ed}}{A_{red}} - \frac{P_k e}{W_{s,red}} + \frac{M_{Ed} \pm N_{Ed}a}{W_{s,red}}\right) \le 0{,}6f_{\mathrm{ck}}\,;$$

изчисляваме височината на натисковата зона x по (7) ;

проверяваме изпълнението на (10).

<u>Двойно Т- сечение и Т- сечение при</u> $x \le h_2$

В този случай в равновесните условия не участва частта от стеблото. Нулевата линия се намира в трапецовидната част на сечението. Променените размери на трапецовидната част са :

$h_1^* = x - h_f$, нова височина на трапеца ;

$b_i = \dfrac{b_f - b_w}{h_1}(h_1 - h_1^*) + b_w$, новата долна основа на трапеца;

h_m^*, разстояние от горния ръб на сечението до приложната точка на силата в новия трапец.

И трите величини зависят пряко от x .

Понеже неизвестни, освен $\sigma_{\mathrm{c,max}}$ и x, са още трите нови размера на трапецовидната част, трябва да бъде използвано итерационно решение. То се състои от предварително приемане на начална стойност на x , за която получаваме стойностите на

h_1^*, b_i и h_m^*. С тях и със стойност на $\sigma_{c,max}$, изчислена по (4), определяме от равновесното условие за сума на силите височината на натисковата зона. Ако тя се различава чувствително от началната, приемаме друга стойност на x, получаваме съответстващите стойностите на h_1^*, b_i и h_m^*, след което повтаряме процедурата.

Равновесното условие за сума от силите, като умножим с x и разделим със $\sigma_{c,max}$, добива вида

$$(13)\quad 0{,}5b_f h_f(2x - h_f) + 0{,}5(x - h_m^*)(b_f + b_i)\, h_1^* + \alpha_{es}(x - d_2)A_{s2} =$$

$$= \frac{x}{\sigma_{c,\max}} P_k + \alpha_{ep}(d_p - x)A_p + \alpha_{es}(d_s - x)A_{s1}\,.$$

Коефициентите A, C, D и E са същите, променя се само коефициентът B, който се превръща в

$$B^* = h_1^*\,(b_f + b_i).$$

Ако приемем начална стойност на $\sigma_{c,max}$, h_1^*, b_i и h_m^*, за височината на натисковата зона получаваме уравнението

$$(14)\quad x = \frac{G^*}{F^*},$$

в което $F^* = A + 0{,}5\,B^* + C + D + E - \dfrac{P_k}{\sigma_{c,\max}}$;

$$G^* = 0{,}5Ah_f + 0{,}5\,B^*\,h_m^* + Cd_2 + Dd_p + Ed_s\,.$$

Второто равновесно условие, отнасящо се за моментите, определени спрямо центъра на тежестта на напрегнатата армировка, умножени с x и разделени със $\sigma_{c,max}$, има вида

$$(15)\quad \frac{x}{\sigma_{c,\max}} M_{Ed} = A(x - h_f)(d_p - 0{,}5h_f) + 0{,}5A\,h_f\,(d_p - 0{,}333h_f) + 0{,}5\,B^*(x - h_m^*)(d_p - h_m^*) + C(x - d_2)(d_p - d_2) + E(d_s - x)(d_s - d_p)\,.$$

ЛИТЕРАТУРА

[1] EN 1992-1-1,2004 Еврокод 2: Проектиране на бетонни и стоманобетонни конструкции: Общи правила и правила за сгради

DETERMINATION OF THE STRESSED STATE IN CRACKED SECTION IN PRESTRESSED CONCRETE ELEMENTS

Borislav Daalov
bobdaal@abv.bg

University of Structural Engineering & Arhitecture, "Lyuben Karavelov",
175 Souhodolska Street, 1373 Sofia,
BULGARIA

Key words : *stres , compression zone, prestressing.*

Abstract *: Stress state in the section is displayed as a function of two main parameters: the pressure in the final compressed fiber and the height of the compression zone. For their determination has been used the equilibrium conditions for the sum of the forces and the sum of moments about the center of gravity of the prestressed reinforcement. Requests are rectangular, double-T and T-section and variation, in which the height of the compression zone is not part from the web.*