Механика Транспорт Комуникации

Научно списание

ISSN 1312-3823

том 11, брой 3, 2013 г.

статия № 0867

http://www.mtc-aj.com

MS EXCEL-БАЗИРАН МОДУЛ ЗА СИМУЛАЦИОННО ИЗСЛЕДВАНЕ НА ЛИНЕЙНИ КОДОВЕ, ПРИЛАГАН В ОБУЧЕНИЕТО ПО ДИСЦИПЛИНАТА „КОДИРАНЕ В ТЕЛЕКОМУНИКАЦИОННИТЕ СИСТЕМИ”

Адриана Бороджиева
aborodjieva@ecs.uni-ruse.bg

Русенски университет „Ангел Кънчев”, 7017 Русе, ул. „Студентска” № 8 БЪЛГАРИЯ

Ключови думи: *Линейни кодове, кодиране, декодиране, телекомуникационни системи, синдром, MS EXCEL.*

Резюме: *В публикацията се описва разработен MS EXCEL-базиран модул за симулационно изследване на линейни кодове, който ще намира приложение в учебния процес по дисциплината „Кодиране в телекомуникационните системи”, включена като избираема в учебния план на специалност „Телекомуникационни системи”, за образователно-квалификационната степен „бакалавър”, в Русенски университет „Ангел Кънчев”. Приложението позволява изследването на линейни кодове въз основа на генераторната и контролната матрици. Модулът съдържа 24 опции за избор на генераторна матрица на линеен (6,3)-код. Илюстриран е процесът на получаване на контролната матрица въз основа на избраната генераторна матрица. Изведени са законите за кодиране и за проверка на разглежданите линейни кодове. Приложението позволява да се проследи процеса на получаване на кодовата дума при зададена информационна последователност, както и процеса на откриване и коригиране на еднократна грешка при зададена кодова дума. С разработения обучаващ модул се цели повишаване на интереса на студентите, изучаващи дисциплината „Кодиране в телекомуникационните системи”. Модулът може да послужи и за автоматизиране на процеса на генериране на варианти на задания за самостоятелна работа на студентите по време на практическите упражнения по дисциплината. Бъдещата работа предвижда разширяването на модула и с включването на други линейни (n,k)-кодове, както и на кодовете на Хеминг.*

ВЪВЕДЕНИЕ

Шумоустойчивото кодиране се използва за откриване и коригиране на грешки, които възникват обикновено поради смущения от различен произход или от факта, че комуникационните канали не са идеални. На тази тематика са посветени много монографии, научни публикации, книги на специалисти, тъй като тя има важно значение за комуникациите и за други научно-технически области [1].

ЛИНЕЙНИ КОДОВЕ

Систематични (*линейни*) се наричат тези блокови разделими (n, k)-кодове, в които обикновено първите k разряда са информационни и представляват комбинации

на прост код без излишък, а останалите $r = n - k$ разряда са контролни и се получават чрез линейни операции над информационните разряди. Под линейни операции в случая се разбират сумирания по модул 2 така, че ако една комбинация на (n, k)-код е $i_1, i_2, \ldots, i_k, c_1, c_2, \ldots, c_r$, където с $i_1, i_2, \ldots, i_k$ са означени информационните, а с $c_1, c_2, \ldots, c_r$ – контролните разряди, всеки контролен разряд може да се разглежда като получен чрез израза: $c_i = b_1 i_1 \oplus b_2 i_2 \oplus \ldots \oplus b_k i_k$, където $b_1, b_2, \ldots, b_k$ са коефициенти, равни на 0 или 1.

Систематичните кодове имат следните важни свойства [2]:

1. Сумата по модул 2 между кои да са две и повече разрешени комбинации на систематичния код дава също така разрешена комбинация. Това свойство е пряко следствие от правилата за сумиране по модул 2 и на него се базира основният начин за построяване на систематичните кодове.

2. Минималното кодово разстояние d_0 на един систематичен код е равно на минималното тегло на неговите ненулеви комбинации.

Тези две основни свойства позволяват да се построи един систематичен код, ако се разполага само с k различни, линейно-независими разрешени комбинации, между които не е нулевата. Останалите $2^k - k - 1$ комбинации се получават чрез сумирания по модул 2 на различни съчетания на първите k комбинации. Накрая се приписва нулевата комбинация. Обикновено наборът от k разрешени комбинации, с които се построява систематичният код (които „пораждат" кода), се задава във вид на матрица чрез записване на тези k комбинации една под друга. Тази матрица има k реда и $n = k + r$ стълба и се нарича *генераторна*, *производяща* или *пораждаща*. Тя се означава обикновено със символа $\boldsymbol{G}(k, n)$. За построяването на генераторната матрица най-често се използва следният метод, гарантиращ изпълнение на всички изисквания, изброени по-горе. При зададени d_0, k и r се построява една единична матрица $\boldsymbol{E}_k$ с k реда и k стълба, която характеризира напълно простия k-разряден код, тъй като при сумиране по модул 2 на редовете ѝ, ще се получат всички възможни k-разрядни комбинации. Ако се приеме, че първите k разряда във всяка комбинация са информационни, остава по подходящ начин да се подберат останалите r разряда, за да се получи $\boldsymbol{G}(k, n)$. За целта вдясно на $\boldsymbol{E}_k$ се приписва една матрица $\boldsymbol{D}(k, r)$ с r стълба и k реда. $\boldsymbol{D}$-матрицата трябва да отговаря на следните условия:

1. Всеки ред на $\boldsymbol{D}$-матрицата трябва да съдържа не по-малко от $d_0 - 1$ единици, което е необходимо, за да се изпълни второто свойство на систематичните кодове: тези $d_0 - 1$ единици, заедно с единицата на съответния ред на $\boldsymbol{E}_k$, да са не по-малко от d_0.

2. Сумата по модул 2 на кои да са два реда на $\boldsymbol{D}$-матрицата не трябва да има по-малко от $d_0 - 2$ единици. Спазването на това условие гарантира изпълнението и на двете основни свойства на систематичните кодове [2].

На практика $\boldsymbol{D}$-матрицата се построява, като се вземат всички r-разрядни комбинации, които отговарят на първото условие, и от тях чрез проби се изберат k комбинации, отговарящи и на второто условие [2].

Алгоритъмът, по който се извършва проверката на всяка от приетите кодови комбинации, се задава чрез т.нар. *контролна* или *проверочна* матрица $\boldsymbol{H}(r, n)$, която се построява по следния начин: вляво на единична квадратна матрица с r реда и r стълба се приписва една матрица, първият стълб на която е първи ред на $\boldsymbol{D}$-матрицата, вторият стълб – втори ред и т.н., т.е. транспонираната $\boldsymbol{D}$-матрица.

Описаната в [2] теория е приложена в примера, който студентите решават по време на практическото упражнение, посветено на линейните блокови кодове, по дисциплината „Кодиране в телекомуникационните системи”.

ПРИМЕР ЗА ПОСТРОЯВАНЕ НА ЛИНЕЕН КОД

Задача. Да се състави линеен код, който има 7 разрешени комбинации (без нулевата комбинация) и открива всички единични и двойни грешки. Да се построят генераторната и контролната матрици, да се формулират законите на кодиране и проверка. Да се илюстрират: **1)** кодирането на комбинация на възможния изходен прост код; **2)** откриването и коригирането на еднократна грешка; **3)** откриването на двукратна грешка.

Решение: Прилага се алгоритъмът за построяване на линеен код.

1. По условие кратността на откриваните грешки е $t_0 = 2$. Следователно, минималното кодово разстояние на кода е $d_0 \geq t_0 + 1 = 2 + 1 = 3$.

2. По условие броят на разрешените комбинации е $N_p = 7$. Следователно, броят на информационните битове е $k \geq \log_2 N_p = \log_2 7 = 2{,}8074 \Rightarrow k = 3$ (след избиране на най-малкото цяло число, удовлетворяващо неравенството).

3. Броят на контролните битове r се определя по формулата:

$r \geq \log_2\left[k + 1 + \log_2(k+1)\right] = \log_2\left[3 + 1 + \log_2(3+1)\right] = 2{,}5850 \Rightarrow r = 3$.

4. Окончателно се избират: $k = 3; r = 3; n = k + r = 3 + 3 = 6; d_0 = 3$.

5. За съставянето на генераторната матрица, по-конкретно на подматрицата $\boldsymbol{D}(3,3)$, трябва да се изберат три триразрядни ($r = 3$) комбинации, които изпълняват следните две условия: **1)** имат най-малко по две единици ($d_0 - 1 = 2$); **2)** сумата по модул 2 на кои да са две от тях да не съдържа по-малко от една единица ($d_0 - 2 = 1$). На тези условия отговарят комбинациите 011, 101, 110 и 111, като изпълнението на второто условие е обосновано по-долу.

011	011	011	101	101	110
$\oplus$	$\oplus$	$\oplus$	$\oplus$	$\oplus$	$\oplus$
101	110	111	110	111	111
110	101	100	011	010	001

6. Построява се генераторната матрица, като $A_1A_2A_3$, $B_1B_2B_3$ и $C_1C_2C_3$ са една от изброените комбинации в точка 5:

$$\boldsymbol{G}(3,6) = \left\|\boldsymbol{E}_3, \boldsymbol{D}(3,3)\right\| = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & A_1 & A_2 & A_3 \\ 0 & 1 & 0 & B_1 & B_2 & B_3 \\ 0 & 0 & 1 & C_1 & C_2 & C_3 \end{Vmatrix}.$$

Генераторната матрица позволява определянето на разрешените кодови комбинации, като три от тях съвпадат с редовете на генераторната матрица, а останалите разрешени кодови комбинации се получават чрез сумиране по модул 2 на различните съчетания от редовете на генераторната матрица.

7. Съгласно генераторната матрица, три от разрешените комбинации имат вида:

$x_1 = 100A_1A_2A_3; x_2 = 010B_1B_2B_3; x_3 = 001C_1C_2C_3$.

8. Останалите разрешени кодови комбинации се получават чрез сумиране по модул 2 на различните съчетания от редовете на генераторната матрица:

$x_4 = x_1 \oplus x_2 = 110, (A_1 \oplus B_1), (A_2 \oplus B_2), (A_3 \oplus B_3)$;

$x_5 = x_1 \oplus x_3 = 101, (A_1 \oplus C_1), (A_2 \oplus C_2), (A_3 \oplus C_3)$;

$x_6 = x_2 \oplus x_3 = 011, (B_1 \oplus C_1), (B_2 \oplus C_2), (B_3 \oplus C_3)$;

$x_7 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 = 111, (A_1 \oplus B_1 \oplus C_1), (A_2 \oplus B_2 \oplus C_2), (A_3 \oplus B_3 \oplus C_3)$.

9. Построява се контролната матрица:

$$\boldsymbol{H}(3,6) = \left\| \boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}(3,3), \boldsymbol{E}_3 \right\| = \left\| \begin{matrix} A_1 & B_1 & C_1 & X_1 & Y_1 & Z_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & X_2 & Y_2 & Z_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 & X_3 & Y_3 & Z_3 \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} A_1 & B_1 & C_1 & 1 & 0 & 0 \\ A_2 & B_2 & C_2 & 0 & 1 & 0 \\ A_3 & B_3 & C_3 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \right\|.$$

Колоните на тази матрица са отбелязани с буквите A, B, C, X, Y, Z, като съответстват на трите информационни бита a, b, c и на трите контролни бита x, y, z, а редовете й – с буквите S, N, R, като те определят трите бита на синдрома s, n, r, указващ дали е възникнала грешка в приетата кодова комбинация или не.

10. Уравненията за проверка ще имат вида:

$s = X_1.x \oplus Y_1.y \oplus Z_1.z \oplus A_1.a \oplus B_1.b \oplus C_1.c = x \oplus A_1.a \oplus B_1.b \oplus C_1.c$;

$n = X_2.x \oplus Y_2.y \oplus Z_2.z \oplus A_2.a \oplus B_2.b \oplus C_2.c = y \oplus A_2.a \oplus B_2.b \oplus C_2.c$;

$r = X_3.x \oplus Y_3.y \oplus Z_3.z \oplus A_3.a \oplus B_3.b \oplus C_3.c = z \oplus A_3.a \oplus B_3.b \oplus C_3.c$.

11. Законите за кодиране могат да се получат от законите за проверка, като се приеме, че синдромът $s, n, r = 000$ и се отчете, че $0 \oplus a = a$ и $a \oplus a = 0$, т.е.

$0 = x \oplus A_1.a \oplus B_1.b \oplus C_1.c \qquad x = A_1.a \oplus B_1.b \oplus C_1.c$

$0 = y \oplus A_2.a \oplus B_2.b \oplus C_2.c \Rightarrow y = A_2.a \oplus B_2.b \oplus C_2.c$,

$0 = z \oplus A_3.a \oplus B_3.b \oplus C_3.c \qquad z = A_3.a \oplus B_3.b \oplus C_3.c$

където a, b, c са информационните разряди, а x, y, z са контролните разряди.

MS EXCEL-БАЗИРАН МОДУЛ ЗА СИМУЛАЦИОННО ИЗСЛЕДВАНЕ НА ЛИНЕЙНИ КОДОВЕ

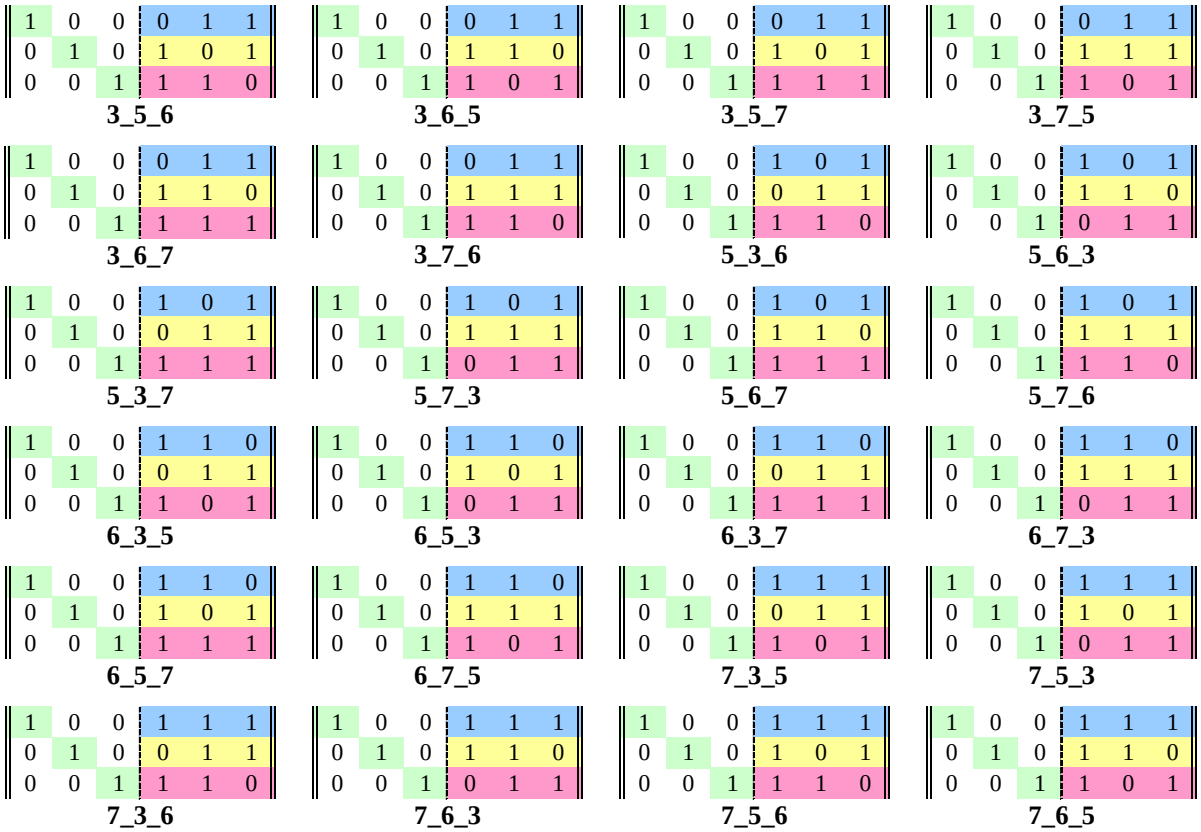
Разработен е MS EXCEL-базиран модул за симулационно изследване на линейни кодове. Приложението позволява изследването на линейни кодове въз основа на генераторната и контролната матрици. Модулът съдържа 24 опции за избор на генераторна матрица на линеен (6,3)-код (фиг. 1). Вариантите на генераторната матрица са представени във вида: *A_B_C*, където *A*, *B* и *C* са десетичните еквиваленти на триразрядните комбинации, указани в точка 5 на алгоритъма, които фомират редовете на ***D***-матрицата.

MS EXCEL-базираният модул за симулационно изследване на линейни кодове е представен на фиг. 2 *а*, *б*, *в*. На фиг. 2 *а*, блок 1, са изобразени началните данни за построявания код, като: брой разрешени комбинации *N*, брой информационни битове *k*, брой контролни битове *r*, брой битове в кодовата дума *n*. Декларирана е коригиращата способност на кода, а именно: кодът открива всички единични и двойни грешки ($t_0 = 2$) и накрая са изброени възможните варианти за формиране на матрицата ***D***(3,3): 011, 101, 110, 111 (представени съответно като десетични числа 3, 5, 6 и 7, фиг. 1). Блок 1 на фиг. 2 *а* съдържа данни, които не се изменят за разглежданите линейни (6,3)-кодове. Следва формирането на генераторната матрица (фиг. 2 *а*, блок 2), като това са стойности, които студентът трябва да въведе съобразно напътствието за възможните варианти за формиране на матрицата ***D***(3,3). За момента не е реализирана проверка на коректността на въвежданите данни. След формиране на генераторната матрица, модулът изчислява седемте разрешени кодови комбинации, като първите три от тях съвпадат с редовете на генераторната матрица, а останалите се получават чрез сумира-

не по модул 2 на нейните редове (фиг. 2 *а*, блок 3). Този процес е автоматизиран чрез въвеждане на съответните формули в клетките за изчисляване на разрешените кодови комбинации. Трябва да се спомене, че поради отсъствието на функцията XOR в MS EXCEL за изчисляване на сума по модул 2 се налага представянето ѝ чрез основните функции на Булевата алгебра AND, OR и NOT, използвайки зависимостите: $a \oplus b = a.\overline{b} \vee \overline{a}.b$ и $a \oplus b \oplus c = (a \oplus b).\overline{c} \vee \overline{a \oplus b}.c$, а при необходимост от определяне на сума по модул 2 на повече събираеми се използва факта, че сумирането по модул 2 на четен брой единици е логическа нула, а при нечетен брой единици – логическа единица, което се реализира чрез функцията $\mathrm{mod}(\Sigma,2)$, където Σ е сумата на всички събираеми.

Илюстриран е процесът на получаване на контролната матрица въз основа на избраната генераторна матрица (фиг. 2 *б*, блок 4). Изведени са законите за проверка (фиг. 2 *б*, блок 5) и за кодиране на разглежданите линейни кодове (фиг. 2 *б*, блок 6). Отново този процес е автоматизиран и не се налага прякото участие на студента.

Приложението позволява да се проследи процеса на получаване на кодовата дума (фиг. 2 *в*, блок 8) при зададена информационна последователност (фиг. 2 *в*, блок 7), както и процеса на откриване (фиг. 2 *в*, блок 10 и блок 11) и коригиране на еднократна грешка (фиг. 2 *в*, блок 12) при зададена кодова дума (фиг. 2 *в*, блок 9). Модулът за кодиране е отбелязан на фиг. 2*в* като панел А, а за откриване и коригиране на грешки – като панел В. В случай на възникнала единична грешка, тя се коригира чрез инвертиране на сгрешения бит (фиг. 2*в*, блок 12). При отсъствие на грешка, т.е. при нулев синдром, се извежда съобщение, че няма сгрешен бит. А при наличие на повече сгрешени битове, се извежда съобщение, че не е възникнала грешка само в един бит. В този случай кодовата комбинация се запазва като приетата поради невъзможността да се коригират възникналите грешки.



Фиг. 1. 24 опции за избор на генераторна матрица на линеен (6,3)-код

Алгоритъмът, заложен в MS EXCEL при определяне на законите за кодиране и законите за проверка, е илюстриран на фиг. 3, а за откриване на грешката – на фиг. 4.

Модул за изследване на линейни блокови кодове (6,3)

Брой разрешени комбинации *N* :	7	
Брой информационни битове *k* :	2,807	3
Брой контролни битове *r* :	3	
Брой битове в кодовата дума *n* :	6	$n = k + r$
Кодът открива всички единични и двойни грешки ($t_0 = 2$)!		
Възможни варианти за формиране на матрицата *D* (3,3):	**011, 101, 110, 111**	

1

Генераторна матрица:

$$G(3,6) = \| E_3, D(3,3) \| = \left\| \begin{array}{ccc:ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right\|$$

E_3 | $D(3,3)$

2

Разрешени кодови комбинации:

$x_1 =$	1	0	0	1	1	1
$x_2 =$	0	1	0	0	1	1
$x_3 =$	0	0	1	1	0	1
$x_4 = x_1 + x_2 =$	1	1	0	1	0	0
$x_5 = x_1 + x_3 =$	1	1	1	1	1	0
$x_6 = x_2 + x_3 =$	0	1	1	0	0	1
$x_7 = x_1 + x_2 + x_3 =$	1	1	1	0	0	1

3

а)

Контролна матрица:

$$H(3,6) = \| E_3, D(3,3) \| = \left\| \begin{array}{ccc:ccc} \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{X} & \mathbf{Y} & \mathbf{Z} & \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & \mathbf{S} \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & \mathbf{N} \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & \mathbf{R} \end{array} \right\|$$

$D^T(3,3)$ | E_3

Уравнения за проверка:

$S = X + A + C$
$N = Y + A + B$
$R = Z + A + B + C$

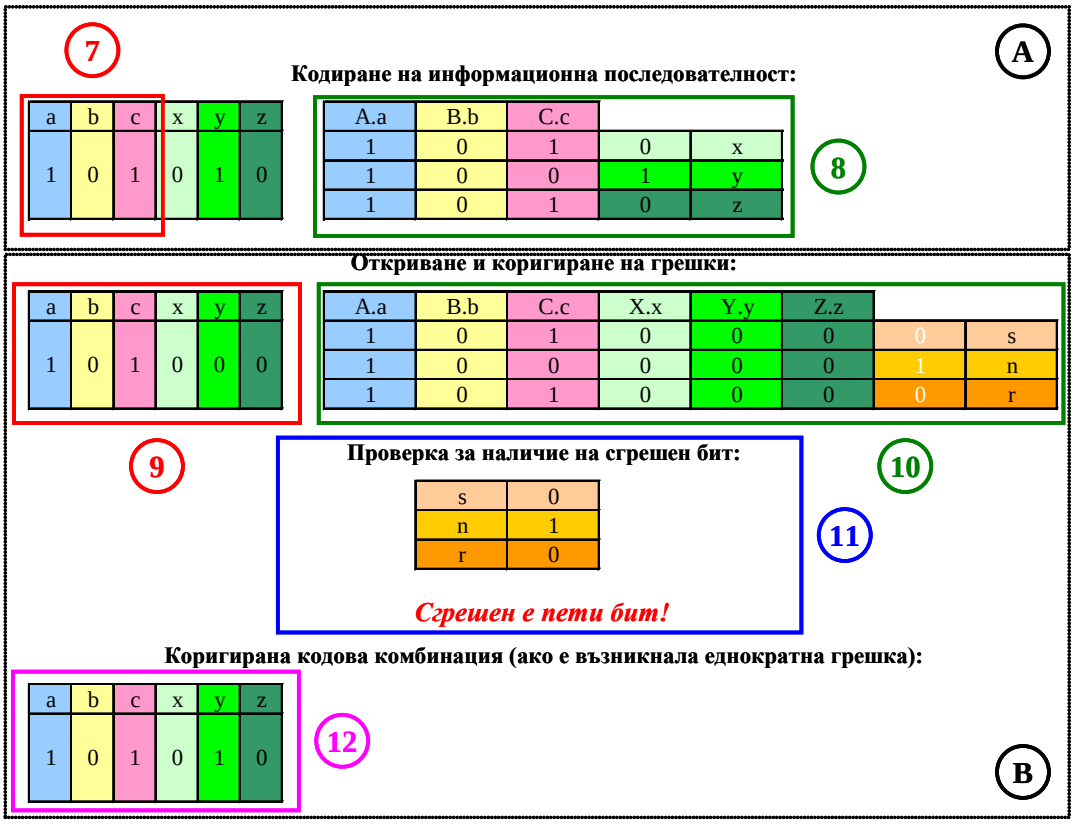
Извеждане на уравненията за кодиране:

$0 = X + A + C$
$0 = Y + A + B$
$0 = Z + A + B + C$

Уравнения за кодиране:

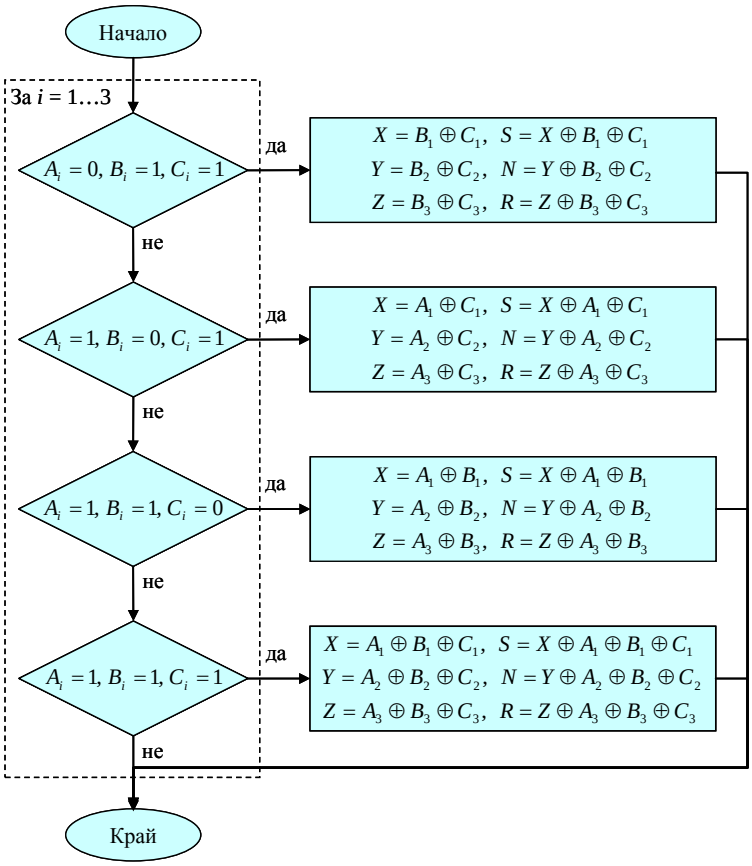
$X = A + C$
$Y = A + B$
$Z = A + B + C$

б)

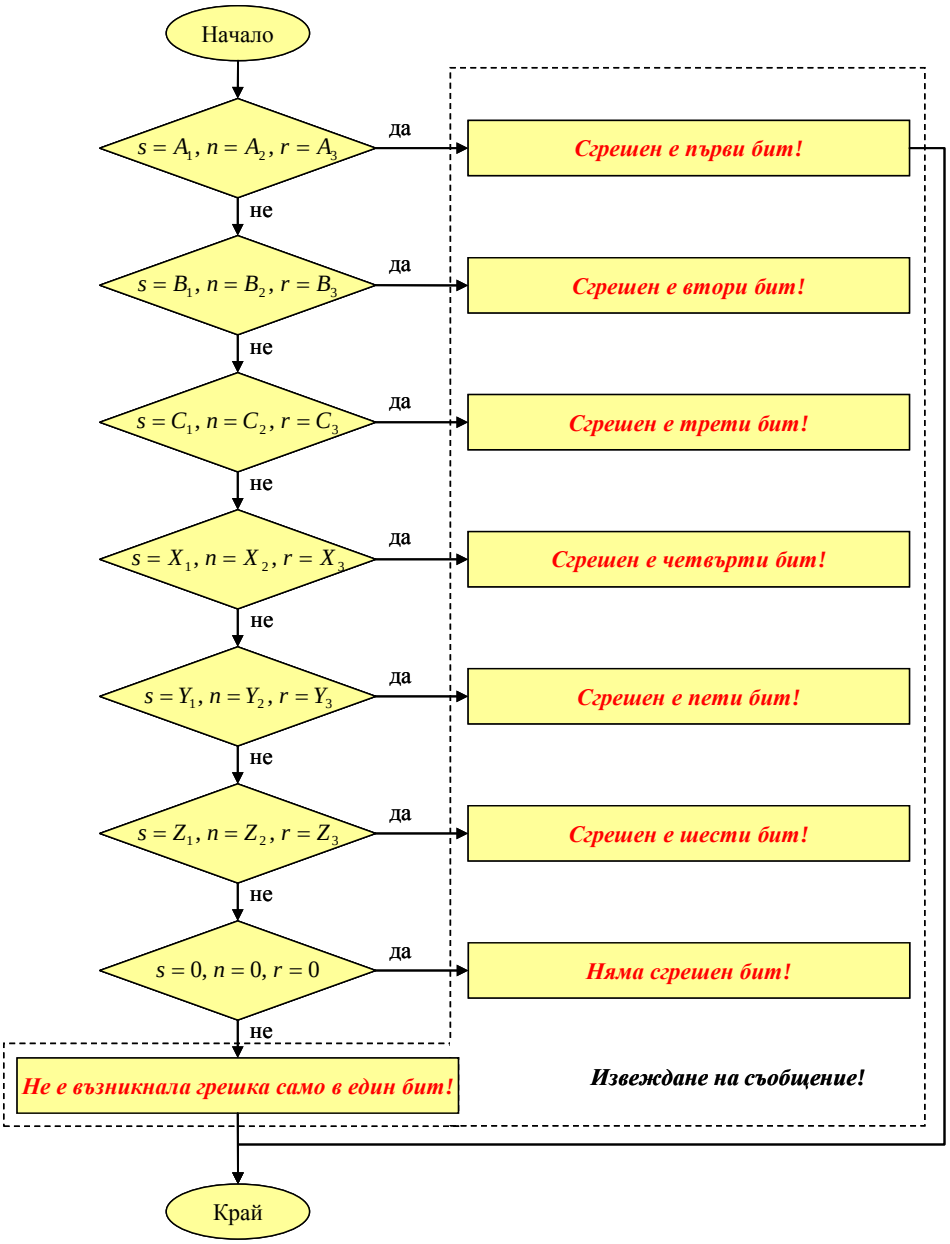


в)

Фиг. 2. MS EXCEL-базиран модул за симулационно изследване на линейни кодове



Фиг. 3. Алгоритъм, заложен в MS EXCEL, при определяне на законите за кодиране и законите за проверка



Фиг. 4. Алгоритъм, заложен в MS EXCEL, при откриване на грешката

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С разработения обучаващ модул се цели повишаване на интереса на студентите, изучаващи дисциплината „Кодиране в телекомуникационните системи”. Модулът може да послужи и за автоматизиране на процеса на генериране на варианти на задания за самостоятелна работа на студентите по време на практическите упражнения по дисциплината. Бъдещата работа предвижда разширяването на модула и с включването на други линейни (n,k)-кодове, както и на кодовете на Хеминг.

ЛИТЕРАТУРА:

[1] Ненов, Г. „Сигнали и системи”. София, „Нови знания”, 2008, 310 стр..

[2] Стоянов, Г. „Теоретични основи на съобщителната техника”, София, Техника, 1993, 552 стр..

MS EXCEL-BASED MODULE FOR SIMULATION STUDY OF LINEAR CODES APPLIED IN THE COURSE "CODING IN TELECOMMUNICATIONS SYSTEMS"

Adriana Borodzhieva
aborodjieva@ecs.uni-ruse.bg

University of Ruse "Angel Kanchev", 7017 Ruse, 8 Studentska Street
BULGARIA

Key words: *Linear codes, coding, decoding, telecommunications systems, syndrome, MS EXCEL.*

Abstract: *This publication describes the developed MS EXCEL-based module for simulation study of linear codes that will be used in the course "Coding in Telecommunications Systems", included as elective in the curriculum of the specialty "Telecommunication Systems" for the "Bachelor" educational qualification degree in University of Ruse "Angel Kanchev". The application allows the study of linear codes based on the generator and control matrices. The module contains 24 options for choosing a generator matrix of a linear (6,3)-code. The process of obtaining the control matrix on the basis of the selected generator matrix is illustrated. Laws of encoding and laws of checking of linear codes are derived. The application allows to follow the process of obtaining the codeword at a given information sequence, as well as the process of detecting and correcting single error at a given codeword. The developed training module aims to increase students' interest in studying the course "Coding in Telecommunications Systems". The module can be used for automating the process of generating individual tasks of students during practical exercises. Future work plans the extension of the module including other linear (n, k)-codes, as well as Hamming codes.*