



## **ОБОБЩЕНА ИДЕЯ ЗА АЛГЕБРИЧНА СТРУКТУРА НА РЕШЕНИЕТО ЗА АВТОМАТИЗИРАНО ПРОЕКТИРАНЕ НА ТЕХНОЛОГИЧЕН ПРОЦЕС ЗА МЕХАНИЧНА ОБРАБОТКА НА РОТАЦИОННО-СИМЕТРИЧНИ ДЕТАЙЛИ**

**Иван Киров, Евтим Палазов**  
[kirov.ivan@abv.bg](mailto:kirov.ivan@abv.bg)

*Висше транспортно училище „Тодор Каблешков”,  
София, 1574, ул. Гео Милев 158  
БЪЛГАРИЯ*

**Ключови думи:** CAM, CAPP, технологичен процес, механична обработка.

**Резюме:** В статията се разглеждат идеите, въз основа на които е възможно изграждането на решение на технологичния процес, както и на технологичен процесор, като алгебрична структура. Определен е геометричният модел на работното пространство на машината, който е непротиворечив на Евклидовото геометрично пространство и дава възможност за извършване на всички вътрешни операции при геометричните пресмятания. Зоните от работното пространство на струга, в които протича технологичният процес, т.е. зоната заета от детайла, в която не трябва да прониква режещият инструмент и зоната, в която са позволени само работни ходове и са забранени спомагателни ходове на инструмента, както и зоната, където са изпълнени спомагателни ходове свободни от колизии, са дефинирани за всяка двойка заготовка-детайл. Показан е също и численият модел на работната зона на машината. Кинематиката и динамиката на технологичния процес се отчитат с кинематично и динамично векторни пространства с принадлежащото им множество външни оператори, които дефинират законите на движение на изпълнителните органи на струга и динамиката на технологичния процес. Показан е начинът да се следи динамично изменението на геометричната форма на заготовката при всеки работен ход от обработката. Формулирани са задачите, които трябва да решава технологичният процесор.

### **УВОД**

Обобщената идея за алгебрична структура на решението, т.е. за технологичен процес и технологичния процесор, който създава решението, е логическо и неразрывно свързано продължение на алгебричната структура на математичния модел на технологичния процес [1]. Технологичният процесор, с вложена в него автоматизация на процеса на вземане на технологични проектни решения, е най-съществената функция от инженерно-технологично естество и може да бъде съществена част на системата от алгоритми и програми. Изграждането на структурата на технологичния процесор, като алгебрична структура, е втората основна идея, върху която се основава постановката на

задачата за създаване на технологични проектни решения.

## ОБОБЩЕНА ИДЕЯ ЗА АЛГЕБРИЧНА СТРУКТУРА НА РЕШЕНИЕТО

Технологичният процес  $\mathcal{T}$  с включените в него множества на установки, преходи и ходове  $\{\mathcal{O}_x\}, \dots, \{\mathcal{H}_{x,y,\sigma,\rho,\pi}\}$ , множествата на заготовките  $\{\mathcal{J}\}$  и детайлите  $\{\mathcal{D}\}$ , както и функтора  $(\mathcal{F}_{\mathcal{T}})_{x,y,\sigma,\rho,\pi}$  [1] протичат в работното пространство на съответната металорежеща машина, което е част от Евклидовото геометрично пространство  $E$ . То е дефинирано с множеството геометрични елементи – точки и една функция – разстояние между две точки [2, 3, 4].

Съществува функтор,  $\mathcal{F}_{E,A} : E \rightarrow A$  [3, 5], който трансформира цялото множество елементи  $e \in E$  в множество наредени тройки числа  $(x, y, z)$ , които са елементи на  $A$ . Тук  $A$  е Декартовият числен аналитичен модел на Евклидовото геометрично пространство  $E$  при зададена координатна система в  $A$ , а  $x, y$  и  $z$  са координатите на точките от евклидовото пространство  $E$  спрямо зададената в  $A$  координатна система. Този модел е непротиворечив на Евклидовото геометрично пространство  $E$ .

Нека да означим с  $U_M^G \subseteq E$  геометричното работно пространство на струговата машина, което е подмножество на евклидовото пространство  $E$ . За да се обработва даден детайл на стругова машина неговите размери трябва да са по-малки или равни на размерите на работната зона на струга. Това означава, че всички геометрични елементи-точки, които принадлежат на детайла  $\mathcal{D}$  трябва да са подмножество, което се съдържа в множеството от елементи-точки на заготовката  $\mathcal{J}$ , а всички геометрични елементи-точки, принадлежащи на заготовката  $\mathcal{J}$  трябва да са подмножество на множеството от елементи-точки на работната зона  $U_M^G$ , т.е.

$$(1) \quad \mathcal{D} \subseteq \mathcal{J} \subseteq U_M^G \subseteq E.$$

Тогава изразът

$$(2) \quad U_M^G \cap \mathcal{J} \cap \mathcal{D} = \mathcal{D}$$

дава зоната от работното пространство на струга  $U_M^G$ , заета от детайла  $\mathcal{D}$ , в която не трябва да прониква режещият инструмент.

Изразът

$$(3) \quad \mathcal{J} | \mathcal{D} = \Delta_{\mathcal{J}, \mathcal{D}}$$

дефинира прибавката за обработка  $\Delta_{\mathcal{J}, \mathcal{D}}$ , т.е. зоната, в която са позволени само работни ходове и са забранени спомагателни ходове на инструмента.

Изразът

$$(4) \quad U_M^G | \mathcal{J} = \Delta_{U_M^G, \mathcal{J}}$$

дефинира зоната  $\Delta_{U_M^G, \mathcal{J}}$ , където са изпълними спомагателни ходове свободни от колизии.

За произволно фиксирана двойка  $(\mathcal{J}, \mathcal{D}) \in \{(\mathcal{J}, \mathcal{D})\}$  зоните  $\mathcal{D}$ ,  $\Delta_{\mathcal{J}, \mathcal{D}}$  и  $\Delta_{U_M^G, \mathcal{J}}$  определят пространствата, в които протичат всички елементи на технологичния процес  $\mathcal{T}$ .

Тогава чрез функтора  $\mathcal{F}_{E,A}$  може да се определи числения модел  $U_M^N \subseteq X \times Y$  на работната зона на машината, за който е достатъчно да се вземе равнината на рязане  $(X \times Y)$  [5], който в случая се приема условно за „носител” [3, 5] на алгебричната структура при решението на задачата. В него са дефинирани всички вътрешни операции, чрез които могат да се извършат всички геометрични пресмятания, включени в процеса на решението (например влагане геометрията на заготовката  $\mathcal{J}$  и детайла  $\mathcal{D}$  в зоната на

рязане, траектории на режещите инструменти и пр.). Кинематиката и динамиката на технологичния процес могат да се отчетат с дефиниране на кинематично и динамично векторни пространства с принадлежащото им множество  $\Omega$  от „външни” оператори над носителя  $U_M^N$  на алгебричната структура на решението. Една част от включените в  $\Omega$  оператори дефинират законите за движение на изпълнителните органи (кинематиката), а друга част – динамиката на процеса. Характерът на множеството външни операции е от вида:

$$(5) \quad \phi : \Omega \times (X \times Y) \rightarrow X \times Y,$$

като резултатът е изображение в числения модел на работната зона на машината.

Въз основа на изложените до тук постановъчни идеи може да се изгради решението на технологичния процес в алгоритми, както и на технологичния процесор, като алгебрична структура.

Под „обобщен ход“ [1] се разбира организацията, описана чрез композицията от функции и оператори  $(\mathcal{F}_{\chi, \gamma, \sigma, \rho, \pi})$ , на всички елементи на технологичната система, участващи в изпълнението на един работен ход. Дълбочината на рязане, съдържаща се в  $\mathcal{H}_{\chi, \gamma, \sigma, \rho, \pi}$ , е отношение между една обработана и съответната й обработена повърхнина, т.е. чрез  $O$ -хода се изразява различието между последните, а същевременно се осъществява и връзката между макро геометрията на тези повърхнини и режима на рязане. Когато разликата между съответните обработана и обработена повърхнина клони към нула, т.е.

$$(6) \quad \Delta_{\mathcal{F}, \mathcal{D}} = |\mathcal{F}_{\chi, \gamma, \sigma, \rho, \pi} - \mathcal{D}_{\chi, \gamma, \sigma, \rho, \pi}| \rightarrow 0,$$

като заема реални стойности, ( $\Delta_{\mathcal{F}, \mathcal{D}} \in \mathbb{R}$  в интервала  $[\mathcal{F}, \mathcal{D}] \subseteq \mathbb{R}$ ), очевидно е, че броят на ходовете в този интервал клони към безкрайност, от където следва безкрайното многообразие на теоретично възможни варианти на технологични процеси при фиксирани  $\mathcal{F}$  и  $\mathcal{D}$ . В този случай множеството  $\{\mathcal{T}\}$  на теоретично възможните технологични процеси има мощността на континуума.

Трябва винаги да се има предвид, че  $\mathcal{D}_{\mathcal{F}}$  е системата параметри, определящи реално обработения детайл след струговата обработка, който не винаги съвпада с детайла от чертежа  $\mathcal{D}$  [1]. В  $\mathcal{D}_{\mathcal{F}}$  са включени прибавките за операциите след струговането (например термообработка, шлифоване и т.н.).

Генерирането на  $O$ -ходовете и избора на инструмент с подходяща конфигурация и геометрични параметри се извършва по геометричен път чрез вътрешни операции за числения модел на работната зона на струговата машина, т. е. декомпозира се зоната  $\Delta_{\mathcal{F}, \mathcal{D}}$  [6].

Чрез външни операции се определят векторите на обработка и елементите на режима на рязане, чието изчисляване изисква специална методика (например от вида описан в [7]).

Представянето на технологичната система  $\mathcal{C}$ , заготовката  $\mathcal{F}$ , детайла  $\mathcal{D}$ , съответно  $\mathcal{D}_{\mathcal{F}}$ , чрез индексирани множества и техните обединения внася отношения на наредба в описанието на процеса и участващите в него елементи и се явява много удобно при практическото използване на изградения математичен модел на технологичния процес [1] при бъдещо изграждане на структурата на системата алгоритми и програми за неговото автоматизирано проектиране. В потвърждение на това може да се илюстрира връзката между индексите  $e$  и  $f$  при описанието на  $\mathcal{F}$ ,  $\mathcal{D}$ ,  $\mathcal{D}_{\mathcal{F}}$  и индексите  $\chi, \gamma, \sigma, \rho, \pi$  използвани при анализа на технологичния процес  $\mathcal{T}$  и неговия математичен модел.

В [8] е установена равномощност между множествата на заготовката  $\mathcal{F}$  и детайла

$\mathcal{D}$ , т.e.  $e = f$ ,  $\mathbb{N}' = \mathbb{N}''$  и  $|\mathcal{J}|, |\mathcal{D}|, |\mathcal{D}_{\mathcal{J}}|$ . Показано е и формалното представяне на разнородната входна информация като еднородна в множеството на реалните числа  $\mathbb{R}$ .

Като се използват свойствата на множествата и техните обединения [3, 5] може да се покаже връзката между индексите  $e, f$  и  $\chi, \gamma, \sigma, \rho, \pi$ . Множествата на заготовката  $\mathcal{J}$  и детайла  $\mathcal{D}$  са дефинирани чрез крайните и изброими множества на индексите  $\mathbb{N}', \mathbb{N}_1, \mathbb{N}_2, \dots, \mathbb{N}_5 \subseteq \mathbb{N}$ . Следователно всяко от тези множества притежава най-малък и най-голям елемент. Освен това индексът  $e$ , както и индексите  $\chi, \gamma, \sigma$  са свързани с повърхнини от  $\mathcal{D}$ , определящи неговите участъци. Следователно, може да се намери винаги такова съответствие [3, 5], което да съпоставя обективно на елемент от единия вид описание елемент от другия вид, или което е все същото на индекс от първия вид – тройка индекси от втория вид. На практика това става с елементарно сумиране с отчитане на съответните най-големи и най-малки елементи на цитираните крайни изброими множества.

Следователно, между индексите „ $e = f$ “ и  $\chi, \gamma, \sigma$  винаги съществува биективно съответствие от вида

$$(7) \quad \mathcal{J}: \mathbb{N}' \cong \mathbb{N}_1 \times \mathbb{N}_2 \times \mathbb{N}_3$$

Тъй като на всяка петорка индекси  $\chi, \gamma, \sigma, \rho, \pi$  отговаря тройка такива  $\chi, \gamma, \sigma$  то от (7) следва, че съответствието

$$(8) \quad \mathcal{J}: \mathbb{N}_1 \times \mathbb{N}_2 \times \mathbb{N}_3 \times \mathbb{N}_4 \times \mathbb{N}_5 \rightarrow \mathbb{N}'$$

е сюрективно. Това позволява в хода на протичане на технологичния процес  $\mathcal{T}$  да се следи динамично изменението на геометричната форма на заготовката при всеки работен ход от обработката. Този формален извод има значение при структурирането на решението на задачата за проектиране на технологичен процес  $\mathcal{T}$ .

В резултат на разработената обобщена идея за математичен модел и установена структура на решението могат да се определят задачите, които е необходимо да решава технологичният процесор:

- влагане на детайла  $\mathcal{D}_{\mathcal{J}}$  в заготовката  $\mathcal{J}$ ;
- влагане на заготовката  $\mathcal{J}$  в числения модел на работната зона на машината  $U_M^N$
- представяне на елементите на заготовката  $\mathcal{J}$  и детайла  $\mathcal{D}_{\mathcal{J}}$  във вида  $\{\mathcal{T}\} = \{\langle \mathcal{C}_{\mathcal{J}}, \mathcal{J}, \mathcal{D}, \mathcal{F}_{\mathcal{J}} \rangle\}$ ;
- декомпозиране на зоната  $\Delta_{\mathcal{J}, \mathcal{D}}$  на междинни прибавки;
- генериране на множеството  $O$ -ходове;
- изчисляване на режимите на рязане за всеки  $O$ -ход;
- определяне на оптималната последователност на изпълнение на  $O$ -ходовете;
- определяне на всички работни ходове и преходи на обработка по еквидистантни траектории на центъра на закръгление при върха на инструментите;
- преизчисляване на всички ходове и преходи, както и ходовете за смяна на инструментите в изходната точка, които трябва да извърши изпълнителния орган (суппорта) спрямо координатната система на ММ;
- определяне на кинематичните функции на машината;
- декомпозиране на технологичният процес  $\mathcal{T}$  на установки по критерии за изпълнимост на техническите условия в чертежа на детайла  $\mathcal{D}$ ;
- ориентиране на всяка установка към съответната машина.

Тази постановка на задачата е най-обща. Някои проблеми, засегнати тук, ще бъдат разгледани по-подробно в следващите статии.

### Изводи:

1. Установен е непротиворечив Декартов аналитичен числен модел  $A$  на Евклидовото геометрично пространство  $E$ , който е подходящ за описване на технологичния процес  $\mathcal{T}$  в работната зона на машината.

2. Изградена е структурата на решението на технологичния процес, както и на технологичния процесор, като алгебрична структура.

3. Полученият математичен модел на технологичния процес  $\mathcal{T}$  дефинира чрез (6) безкрайно множество от теоретично възможни технологични процеси  $\{\mathcal{T}\}$ .

4. Установени са задачите, които е необходимо да решава технологичният процесор.

### **Литература:**

- [1]. Палазов Е., Киров И., *Обобщена идея на математичен модел за автоматизирано проектиране на технологичен процес за механична обработка на ротационно-симетрични детайли*, МЕХАНИКА, ТРАНСПОРТ, КОМУНИКАЦИИ, BG-1.13 - BG-1.19, том 10, брой 3/2, 2012 г.
- [2]. Гелерт, В., Х. Кестнер, З. Нойбер, Математически енциклопедичен речник, София, Наука и изкуство, 1983 (превод от немски: W. Gelert, H. Kästner, S., Neuber, LEXIKON DER MATHEMATIK, Leipzig, 1979).
- [3]. Маклейн, С., Г. Биркхоф, Съвременна алгебра, С., “Наука и изкуство”, 1974, (превод от английски „Saunders MacLane and Garret Birkhoff, ALGEBRA, The Macmillan Company, New York).
- [4]. Воеводин, В. Васильевич, Линейная алгебра, Наука, Москва, 1974.
- [5]. Калужнин, Л. А., Введение в общую алгебру, М., “Наука”, 1973.
- [6]. Kusiak, Optimal Selection of Machinable Volumes, *IIE Transactions*, Vol. 22, No. 2, 1990, pp. 151-160.
- [7]. Горанс и, Г. К., Расчёт режимов резания при помощи электронно вычислительных машин, Государственное издательство БССР – Редакция научно-технической литературы – Минск, 1963.
- [8]. KIROV I., PALAZOV E., *Computer aided process planning for machining of rotationally-symmetric parts. System analysis of the technological process*. XIX международна научна конференция “ТРАНСПОРТ 2009”, Сборник доклади, ВТУ ”Тодор Каблешков”, стр. VI-79 – VI-84, София, 2009

**GENERALIZED CONCEPT OF ALGEBRAIC STRUCTURE  
OF THE SOLUTION OF  
COMPUTER AIDED PROCESS PLANNING FOR MACHINING  
OF ROTATIONALLY-SYMMETRIC PARTS.**

**Ivan Kirov, Evtim Palazov**  
[kirov.ivan@abv.bg](mailto:kirov.ivan@abv.bg)

**Todor Kableshkov University of Transport,  
158 Geo Milev Street, Sofia 1574,  
BULGARIA**

**Key words:** CAM, CAPP, technological process, machining.

**Abstract:** This article discusses basic ideas for the development of solution of the technological process for machining and the technological processor as algebraic structure. The numerical model of the lathe working space is defined as consistent with Euclidean geometric space. All the inner operations for the geometric calculations are accomplished into that model. The zones of the lathe working space for any pair of workpiece-part, where the technological process go, that is the volume of the part as a zone of the working space where the tool should not penetrate and the zone of workpiece volume where only cutting operations are allowed to remove the material and auxiliary motions of the tool are forbidden and the zone of the working space where the tool can make auxiliary motions without collisions are defined. Kinematics and dynamics of the technological process are taken into account by the kinematical and dynamical vector spaces with their set of operators, which define the law of motion of the lathe actuating mechanisms and the dynamics of the technological process. The way to track changes of workpiece shape after each pass till achieve the part shape by changing indexes is shown. The tasks the technological processor must solve are specified.