

## **МОДЕЛИРАНЕ НА РАЗПРЕДЕЛЕНИЕТО НА ПЪТНИЦИТЕ В ГРАДСКИЯ ТРАНСПОРТ**

**Росица Ангелова, Георги Димитров**

[angelova@vtu.bg](mailto:angelova@vtu.bg), [dimitrov\\_gd@mail.bg](mailto:dimitrov_gd@mail.bg)

***Висше транспортно училище „Тодор Каблешков”***

***1574 София, ул. „Гео Милев № 158,***

***БЪЛГАРИЯ***

**Ключови думи:** *обществен транспорт, личен транспорт, математически модел*

**Резюме:** *Анализира се влиянието на някои фактори върху развитието на обществения и личния транспорт в градовете. За целта са взети пред вид изменението на цените на билетите в градския транспорт и на цените на горивата. При съставянето на равенства, моделиращи скоростта на изменение на пътниците в обществения и личния транспорт е отчетено и влиянието на разширяването на мрежата на обществения транспорт, а също така и подобряването на пътната инфраструктура. С цел определяне ролята на коефициентите в получената системата от обикновени диференциални уравнения са проведени числени експерименти.*

### **ВЪВЕДЕНИЕ**

При съвременното развитие на градовете от съществено значение е ролята на градския транспорт в тях – обществен и личен. По-добрият обществен транспорт спомага за намаляване на личните превозни средства. Това означава намаляване на задръстванията по улиците и булевардите и по-чист въздух. От друга страна повишаването на цените на билетите в градския транспорт и намаляването на цените на леките автомобили, например на колите втора употреба, подпомагат увеличаването на броя на личните превозни средства. Като резултат от по-големия им брой е повишаването на цените на горивата, данъците, застраховките им и разходите за паркиране в градовете. Всичко това следва да стимулира увеличаването на пътниците в обществения транспорт. Така например, съгласно публикувани изследвания на икономисти от френските транспортни служби през март 2012 година [1], използването на някои видове обществен транспорт е до три пъти по-евтино отколкото използването на лични автомобили. Следователно, при правилно организирано движение и подобряване на комфорта, общественият транспорт може да бъде сериозна конкуренция на личните автомобили. Известен факт е, че съществуват сложни взаимоотношения между обществените процеси и развитието на обществения и личния транспорт в градовете [2]. В тази връзка създаването на модели, които да възпроизвеждат и анализират някои страни от тези взаимоотношения, е необходимо и полезно.

В настоящата работа се предлага динамичен модел на разпределението на пътниците в обществен и личен градски транспорт. Вземат се пред вид увеличаването на цените на билетите в обществен транспорт от една страна и от друга – увеличаването на цените на горивата. Освен това, процесът на преразпределението на пътниците зависи както от разширяването на мрежата на обществен транспорт, така и от подобряването на пътната инфраструктура. Затова, при съставянето на равенства, моделиращи скоростта на изменение на пътниците в обществен и личния транспорт, се вземат пред вид и тези фактори. Така се получава система от две обикновени диференциални уравнения. При зададени начални условия, решението на тази система позволява да се проследи разпределението на пътниците в даден интервал от време. В края на работата се привеждат резултати от числени експерименти.

## МОДЕЛ НА РАЗПРЕДЕЛЕНИЕТО НА ПЪТНИЦИТЕ

В градски условия, превозването на пътниците се извършва от два вида превозни средства – обществени и лични. Да приемем, че в обществените превозни средства се превозват  $x$  броя пътници. За целта всеки от тях заплаща цената на билета. За пътуването си в личните превозни средства  $y$  броя пътници заплащат стойността на изразходваното гориво. Ако в началния момент  $t_0$  броят на двете групи пътници е съответно  $x(t_0)$  и  $y(t_0)$ , да въведем променливите

$$\xi(t) = \frac{x(t)}{x(t_0)}, \quad \eta(t) = \frac{y(t)}{y(t_0)},$$

чрез които се определя относителното изменение на броя на пътниците спрямо техния брой в началния момент  $t_0$ . С  $a_k(t)$  и  $b_k(t)$  да означим влиянието на цената на билетите и стойността на горивото за превозването на един пътник върху производните  $\frac{d\xi}{dt}$  при  $k=1$  и  $\frac{d\eta}{dt}$  при  $k=2$ . Нека с  $c(t)$  и  $d(t)$  е означено влиянието върху същите производни съответно на въведените нови маршрути и подобряването на условията в обществен транспорт и на построени нови и обновени пътища върху личния транспорт. Тогава, за определянето на  $\frac{d\xi}{dt}$  и  $\frac{d\eta}{dt}$  се предлагат следните равенства

$$(1) \quad \begin{aligned} \frac{d\xi}{dt} &= -a_1(t)\xi + b_1(t)\eta + c(t) \\ \frac{d\eta}{dt} &= a_2(t)\xi - b_2(t)\eta + d(t). \end{aligned}$$

Навсякъде функциите  $a_k(t)$ ,  $b_k(t)$ ,  $c(t)$  и  $d(t)$  приемат положителни стойности. Изборът на тези функции от вида  $\rho t^\alpha$  отчита реалния факт, че с нарастването на времето  $t$  влиянието на всяка от тях върху скоростите на изменение на броя на пътниците нараства.

## РЕЗУЛТАТИ ОТ ЧИСЛЕНИ ЕКСПЕРИМЕНТИ

С цел изясняване на ролята на увеличаването на цената на билетите в обществен транспорт и на цената на горивото върху изменението на броя на пътниците в двата вида градски транспорт (обществен и личен) са проведени числени експерименти със системата (1). За целта в интервала  $t \in [0, 4]$  са подбрани функции от вида

$$a_1(t) = a_2(t) = \rho t^{0.1} s_1, \quad b_1(t) = b_2(t) = \rho t^{0.5} s_2, \quad c(t) = \rho t^{0.5}, \quad d(t) = \rho t^{0.1}.$$

В тези равенства  $\rho = 0.005$ .

Като начални условия за броя на пътниците в началния момента са избрани стойностите

$$x(0) = 100, \quad y(0) = 30.$$

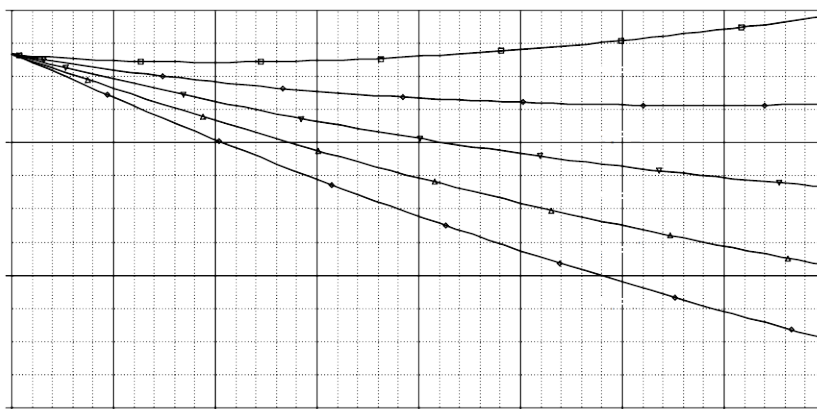
$$\text{Съотношението } \gamma(t) = \frac{x(t)}{y(t)} \text{ при } t = 0 \text{ е } \gamma(0) = \frac{10}{3}.$$

Проведени са три групи числени експерименти. При първата група чрез изменението на параметъра  $s_1$  се проследява влиянието на увеличението на цените на билетите в обществения транспорт върху изменението на броя на пътниците в двата вида транспорт. При втората група чрез изменението на параметъра  $s_2$  се показва влиянието на увеличението на цените на горивата върху изменението на броя на пътниците. С третата група експерименти се проследява изменението на броя на пътниците в двата вида градски транспорт в резултат на едновременното изменение на цените на билетите и на горивата. Стойностите на параметрите  $s_1, s_2$  за тези три случая са дадени в таблица 1.

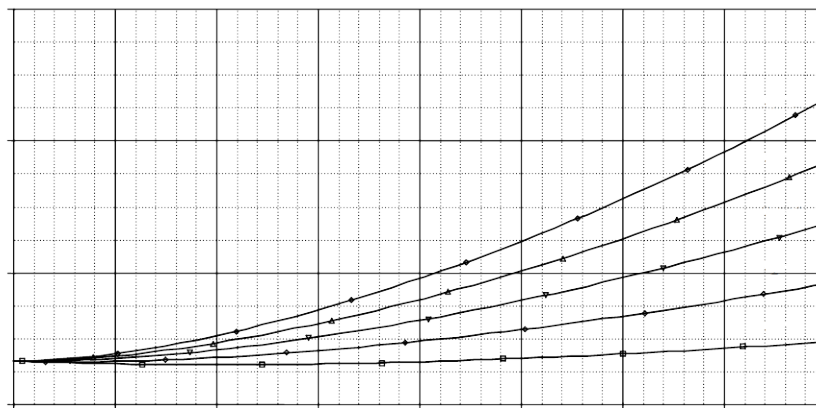
Таблица 1

| Пореден номер на групата експерименти | $s_1$         | $s_2$         |
|---------------------------------------|---------------|---------------|
| 1                                     | 1, 2, 3, 4, 5 | 1             |
| 2                                     | 1             | 1, 2, 3, 4, 5 |
| 3                                     | 1, 2, 3, 4, 5 | 1, 2, 3, 4, 5 |

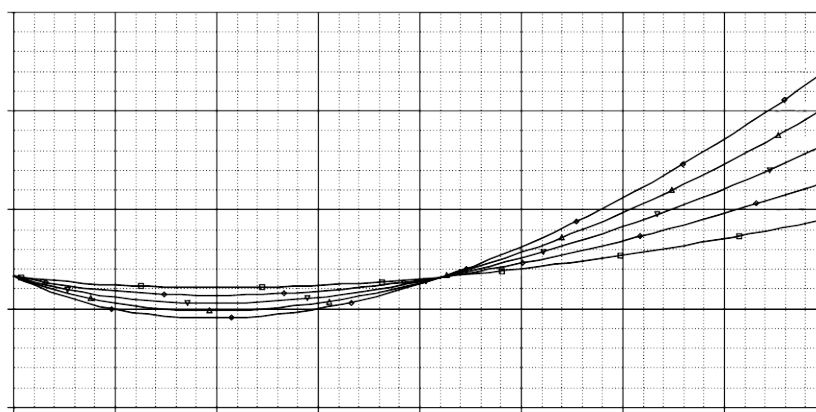
На фиг. 1, фиг. 2 и фиг. 3 са показани графиките, които проследяват изменението на частното  $\gamma(t) = \frac{x(t)}{y(t)}$  за всяка една от трите групи числени експерименти при различните стойности на параметрите  $s_1$  и  $s_2$ .



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

#### ЛИТЕРАТУРА:

[1] <http://www.euromag.ru/france/19402.html>

[2] Общественный транспорт: умное зелёное решение, Омнибус – газета о пассажирском транспорте, No 7/8 (130) Июль/Август 2009 г.,  
[http://www.omnibus.ru/all\\_130.pdf](http://www.omnibus.ru/all_130.pdf)