Механика
Транспорт
Комуникации
Научно списание

ISSN 1312-3823
том 10, брой 3/3, 2012 г.
статия № 0734
http://www.mtc-aj.com

ИНВАРИАНТИ НА ЧУВСТВИТЕЛНОСТТА НА ЧЕСТОТНО СЕЛЕКТИВНИ КОМУНИКАЦИОННИ ВЕРИГИ

Антонио Андонов, Ирина Асенова, Марианна Михова
andonov@vtu.bg, sss5@abv.bg, marianna_mihova@abv.bg

ВТУ „Тодор Каблешков", София 1574, бул. Гео Милев 158,
Факултет „Комуникации и електрообзавеждане в транспорта",
БЪЛГАРИЯ

Ключови думи: *инварианти на чувствителността, нискочувствителни адаптивни филтри.*

Резюме: *Едно от съвременните направления в решаването на проблема за повишаване на шумоустойчивостта и ефективността на комуникационните канали е синтезът на адаптивни предизкривяващи филтри, компенсиращи изменящата се активност на канала. При синтеза на такива филтри е от особено значение определянето на зависимостта на техните свойствата от изменението на параметрите им, задавани с т.н. функции на чувствителност. Настоящата статия разглежда определянето на специални функционални зависимости между тези функции, наричани инварианти на чувствителността. Те са от голямо практическо значение, защото определят ограниченията за независимо изменение на функциите на чувствителност при синтеза на оптимални нискочувствителни адаптивни филтри.*

1. Въведение

Повишаването на шумоустойчивостта и ефективността на комуникационните системи заема важно място в съвременната теория и техника на предаването на информация. Един от подходите в това направление е свързан със синтеза на т.н. предизкривяващи филтри в предавателя, които биха реализирали такова изменение на формата на предавания сигнал, което би обусловило неизкривена форма на сигнала в точката на приемане, т.е. би осигурило компенсация на реакция на комуникационния канал. При синтеза на такива филтри от особено значение е определянето на зависимостта на техните свойства от изменението на параметрите им, известно като проблем за чувствителността. Неговата същност се определя чрез численото изследване на параметрическия модел на веригата в целия обхват на изменение на определящата съвкупност от параметри. Основен метод за изследване в теорията на чувствителността е използването на т.н. функции на чувствителността. Нека $\{\alpha_i\}_{i=1}^{m}$ е множество от параметрите на веригата, образуващо пълна съвкупност на α. При това променливата на състоянието $Y_i(t,\alpha)$ и показателите за качество $J_i(\alpha)$ са еднозначни функции на параметрите α_i. Тогава частните производни:

$$\frac{\partial Y_i(t,\alpha)}{\partial \alpha_k}, \frac{\partial J_i(t,\alpha)}{\partial \alpha_k} \quad (1)$$

се наричат функции на чувствителността по отношение на съответните параметри.

Ако входните $X = X(t)$ и изходните $Y = Y(t)$ сигнали са векторни функции на времето, то конволюцията, определяща връзката между входа и изхода се представя аналитично чрез линеен оператор от вида [2-3],

(2) $$Y(t) = L(x) = \int_{-\infty}^{\infty} H(t,\tau)X(\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} H(t,t-\tau)X(t-\tau)d\tau$$

Тук ядрото на интегралния оператор $H(t,\tau)$ е известно и пълно изследвано, като матрична функция на Грин [2,3]. Ако функцията на Грин $H(t,\tau)$ удовлетворява условието:

(3) $H(t,\tau) = 0$ за $t < t$

то оператора (2) е физически реализуем. Функциите на Грин в този случай се наричат тегловни функции. Равенство (2) за физически реализуем оператор приема вида:

(4) $$Y(t) = L(x) = \int_{-\infty}^{t} H(t,\tau)X(\tau)d\tau = \int_{0}^{\infty} H(t,t-\tau)X(t-\tau)d\tau .$$

2. Определяне на инварианти на чувствителността на предавателни функции на комуникационни вериги

Както е известно, предавателната функция $W(p)$ на линеен пасивен четириполюсник представлява дробнорационална функция [1], т.е. отношение на полиноми на Хурвиц от вида:

$$W(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{\sum_{i=0}^{s} b_i p^{s-1}}{\sum_{t=0}^{n} a_i p^{n-1}}, \ s \le n ,$$

коефициентите на който a_i и b_i зависят от параметрите $\alpha_1,...,\alpha_n$. Може да се покаже, че ако е изпълнено условие (2), то съществува инвариант във вида

(5) $$W(p) = \sum_{k=1}^{m} \frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln \alpha_k} = const .$$

За тази цел да определим най-напред кореновите инварианти на чувствителността на предавателната функция. Да разгледаме многочлена:

$$D(p) = \sum_{k=0}^{n} a_i p^{n-1} \text{ за } a_0 \ne 0 ,$$

корените на който са нули или полюси на предавателната функция на веригата и зависят от параметрите $\alpha_1,...,\alpha_m$: $p_i = p_i(\alpha_1,...,\alpha_m)$, $i \in (1,n)$. Сумата от корените на многочлена *D(p)* е равна на:

(6) $$\sum_{i=1}^{n} p_i = \frac{a_1}{a_0}$$

Ако се диференцира това отношение по параметъра α_k, се получава

(7) $$\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial p_i}{\partial \alpha_k} = -\frac{\frac{\partial a_1}{\partial \alpha_k} a_0 - \frac{\partial a_0}{\partial \alpha_k}}{a_0^2} .$$

Ако коефициентите a_0 и a_1 не зависят от параметъра α_k, т.е. $\frac{\partial a_1}{\partial \alpha_k} = 0$ и $\frac{\partial a_0}{\partial \alpha_k} = 0$, то:

(8) $$\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial p_i}{\partial \alpha_k} = 0 \text{ или } \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial p_i}{\partial \ln \alpha_k} = 0 .$$

Следователно сумата от коефициентите на полинома *D(p)* по отношение на изменението на параметъра α_k е равна на нула, т.е това е инвариант.

Нека коефициентите a_0, a_1,..., a_n са полилинейни функции на параметрите $\alpha_1,...,\alpha_m$. Тогава са в сила зависимости от тип (2):

(9) $$\sum_{k=1}^{m} \alpha_k \frac{\partial a_i}{\partial \alpha_k} = q a_i \, , \; i \in (0, n).$$

Ако умножим с α_k и сумираме по k лявата и дясна част на равенството (7), като отчетем (9) можем да получим, че:

$$\sum_{k=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial p_i}{\partial \ln \alpha_k} = -\frac{1}{a_0^2} \left(a_0 a_1 - a_1 a_0 \right) = 0$$

Следователно, получава се инвариант:

(10) $$\sum_{k=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial p_i}{\partial \ln \alpha_k} = 0$$

Да разгледаме сумата:

$$\sum_{k=1}^{m} \frac{\partial p_i}{\partial \ln \alpha_k}$$

за случай на комплексно спрегнати корени. Като диференцираме тъждеството $D(p_i) = 0$ по параметъра α_k, получаваме:

$$\frac{\partial D}{\partial p_i} \frac{\partial p_i}{\partial \alpha_k} + \sum_{j=0}^{n} \frac{\partial D}{\partial a_j} \frac{\partial a_j}{\partial \alpha_k} = 0 ,$$

откъдето:

(11) $$\frac{\partial p_i}{\partial \ln \alpha_k} = -\frac{\sum_{j=0}^{n} p_i^{n-j} \frac{\partial a_j}{\partial \ln \alpha_k}}{\frac{\partial D}{\partial p_i}}$$

Тогава, като се отчете равенство (10) се получава

(12) $$\sum_{k=1}^{m} \frac{\partial p_i}{\partial \ln \alpha_k} = -\frac{q \sum_{j=0}^{n} p_i^{n-j} a_i}{\frac{\partial D}{\partial p_i}} = -\frac{q D(p_i)}{\frac{\partial D}{\partial p_i}} .$$

В резултат получаваме инвариант

(13) $$\sum_{k=1}^{m} \frac{\partial p_i}{\partial \ln \alpha_k} = 0 .$$

Съответно, за предавателната функция $W(p)$ на веригата може да се запише:

$$\frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln \alpha_k} = \frac{\alpha_k}{W(p)}\left[\sum_{i=0}^{n}\frac{\partial W(p)}{\partial a_j}\frac{\partial a_i}{\partial \alpha_k} + \sum_{i=0}^{s}\frac{\partial W(p)}{\partial b_j}\frac{\partial b_i}{\partial \alpha_k}\right] =$$

$$= \frac{\alpha_k}{W(p)}\left[\frac{1}{A(p)}\sum_{i=0}^{s} p^{s-i}\frac{\partial b_i}{\partial \alpha_k} - \frac{B(p)}{A^2(p)}\sum_{i=0}^{n} p^{n-i}\frac{\partial a_i}{\partial \alpha_k}\right] =$$

$$= \frac{\alpha_k}{B(p)}\sum_{i=0}^{s} p^{s-i}\frac{\partial b_i}{\partial \alpha_k} - \frac{\alpha_k}{A(p)}\sum_{i=0}^{n} p^{n-i}\frac{\partial a_i}{\partial \alpha_k}$$

Като се отчете (8) и израза за инвариант (13) след редица преобразувания се получава:

(14) $$\sum_{j=1}^{m}\frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln \alpha_j} = \sum_{j=1}^{m}\frac{\partial \ln k}{\partial \ln \alpha_j} = const$$

3. Определяне инвариантите на чувствителността на пасивни и активни филтри

Да разгледаме предавателната функция на елементарен пасивен *RC* филтър [1]:

$$W(p) = \frac{1}{1+Tp},\ T = RC.$$

Тази предавателна функция може да се представи във вида:

$$W(p) = \frac{g}{g+C},\ g = \frac{1}{R},$$

където g е проводимостта.

Да разгледаме сумата:

$$S(p) = \frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln C} + \frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln g}$$

Тъй като:

$$\frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln C} = -\frac{Cp}{g+Cp},\ \frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln g} = -\frac{Cp}{g+Cp},$$

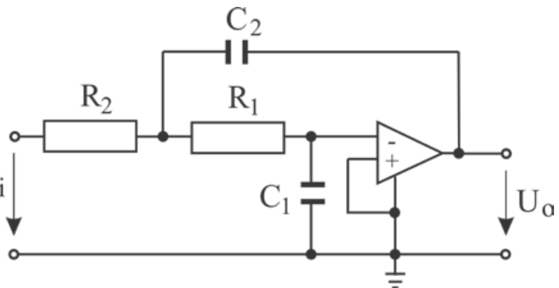
то следва, че $S(p) = 0$.

Нека е дадена схемата на активен филтър (фиг.1) с предавателна функция [1]:

$$W(p) = \frac{k}{1+\left[C_1(R_1+R_2)-(k-1)C_2R_2\left[p+Rl1\right]R_2C_1C_2p^2\right]} =$$

$$= \frac{g_1g_2k}{g_1g_2+\left[C_1(g_1+g_2)-(k-1)C_2g_1\right]p+C_1C_2p^2},$$

където $g_1 = \frac{1}{R_1}$, $g_2 = \frac{1}{R_2}$.



Фигура 1. Активен филтър

Появилият се параметър *k*, който е безразмерен за получаването на инварианти, не е необходимо да се отчете при сумирането, тъй като не е необходимо да се отчита чувствителност по този параметър. Тогава се получава

$$\frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln g_1} = \frac{C_1(g_2 + C_2 p)p}{lp}$$

$$\frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln g_2} = \frac{[(C_1 - k - 1)C_2]g_1 p + C_1 C_2 p^2 + C_1 g_2 p}{l(p)}$$

$$\frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln C_1} = -\frac{C_1(g_1 + g_2)p + C_2 p^2}{l(p)}$$

$$\frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln C_2} = -\frac{C_2(1-k)g_1 p + C_2 p^2}{l(p)},$$

където:

$$l(p) = g_1 g_2 + [C_1(g_1 + g_2) - (k-1)C_2 g_1]p + C_1 C_2 p^2$$

и съответно:

$$\frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln g_1} + \frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln g_2} + \frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln C_1} + \frac{\partial \ln W(p)}{\partial \ln C_2} = 0 .$$

4. Заключение

Предизкривяващите и коригиращи филтри, използвани за реализиране на линейни операции на сместа сигнал-шум с цел при неизменна средна мощност на сигнала на входния комуникационен канал да се увеличи отношението сигнал-шум на входа на приемника, представляват минимално-фазови пасивни и активни четириполюсници. Анализът на параметричната чувствителност на такива филтри, особено при реализация на адаптивно предизкривяване по отношение на изменящата се активност на канала изисква определяне на различни ограничения и взаимни връзки между функциите на чувствителността. Определянето на инвариантите на чувствителността на такива филтри са от изключителна актуалност, защото показват ограниченията за независимо изменение на функциите на чувствителност при синтеза на нискочувствителни оптимални филтри и облекчават анализа на тяхната чувствителност.

Литература:

[1.] Андонов А., Г. Д. Ненов, Комуникационни вериги и сигнали, София, ВТУ, 2006, 320стр.

[2.] Lange F. H., Signale und systeme, VEB Verlung Technik, Berlin, 1970

[3.] Read R., The Essence of Communication Theory, Berlin Heidelberg, 2005.