

СИНТЕЗ НА СЪГЛАСУВАНИ СИГНАЛИ С ТЕСНОЛЕНТОВИ КАНАЛИ ЗА ДИСПЕЧЕРСКА РАДИОВРЪЗКА

Галина Чернева
cherneva@vtu.bg

*Висше транспортно училище “Тодор Каблешков”, катедра
“Електротехника и физика”
Ул. “Гео Милев” 158, София 1574, БЪЛГАРИЯ*

***Ключови думи:** съгласувани сигнали с канала за връзка, шумоустойчивост, функционал за качество на синтеза.*

***Резюме:** Извършено е математическо моделиране на канала за диспечерска радиовръзка и е решена задачата за съгласуване на теснолентови сигнали с него при енергийни ограничения в предавателя.*

1. Увод

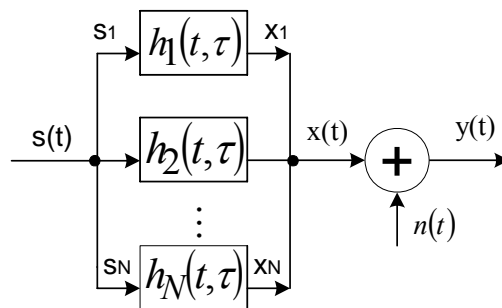
За да се оптимизира формата на предаваните по даден канал сигнали, трябва да се конкретизират особеностите на разглежданата система за радиовръзка.

Използваните в системите за диспечерска връзка радиостанции работят преимуществено в дециметровия обхват. Особеностите на канала за връзка се определят от разпространението на вълните от дециметровия обхват от една страна и условията на непрекъснато изменящо се разстояние между приемника и предавателя, от друга. Известно е [3], че радиовълните от дециметровия обхват се разпространяват основно като тропосферни вълни, като при това не им оказват съществено влияние такива явления като рефракция и дифракция на вълните в тропосферата, интерференция на правата и отразена вълни. Промяната на разстоянието между стационарната и подвижната антена обаче води до изменение на напрегнатостта на полето в точката на приемане, а изменението на радиалната скорост предизвиква доплерово изместване на честотата и каналът е еквивалентен на канал със случайно изменящо се закъснение. Но тъй като тези затихвания са в резултат от рефракцията и интерференцията на вълните при тяхното разпространение, а не зависят от интензивността на излъчваните сигнали, то те представляват линейни процеси

Тези особености позволяват да се направи извода, че *радиоканалът на системата за диспечерска радиовръзка е линеен канал със случайно изменящи се във времето параметри*. Като се има пред вид, че предаването се осъществява в дециметровия обхват ($\lambda=0,7$ m), то каналът е *теснолентов*. Вследствие екраниращо и поглъщащо действие, което оказват различните препятствия по пътя на вълните, сигналът $x(t,a)$ е геометрична сума от пристигналите с различно закъснение τ_i лъчи, т.е. каналът е *многолъчев*.

2. Модел на канала и постановка на задачата за съгласуване

С отчитане на тези характерни особености, моделът на канала за диспечерска радиовръзка представлява паралелно свързване на N- на брой линейни четириполусника със случайно изменящи се параметри, [2], фиг.1.



Фиг.1. Математичен модел на канала за диспечерска радиовръзка

Теснолентовият характер на канала позволява всеки подканал да се апроксимира с експоненциална импулсна характеристика от вида:

$$(1) \quad h(t, \tau) = \alpha \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cos \omega_0 t,$$

с обвивка :

$$(2) \quad h_0(t) = \alpha \cdot e^{-\alpha \cdot t}$$

Тогав екивалентната импулсна характеристика на канала е:

$$(3) \quad h_0(t, \tau) = \sum_{i=1}^N h_{0i}(t, \tau),$$

В канала действа единствено топлинният шум на приемника, т.е. адитивен шум $n(t)$, разпределен по гаусов закон. Тогав функционалът за качество може да се изрази чрез разстоянието между два сигнала на изхода на канала в евклидово сигнално пространство:

$$(4) \quad I = \left[\frac{1}{\Delta \tau} \int_{\tau_H}^{\tau_K} |x_i(t) - x_j(t)|^2 dt \right]^{1/2}, \quad j=1, 2, \dots, n,$$

където $\Delta \tau = \tau_K - \tau_H$ е интервалът на наблюдение на сигнала.

Използваната стандартна радиоапаратура налага върху сигналите енергийни ограничения, поради което сигналното пространство е енергийно и се

описва с множество функции, локализиращи в интервала $L_2[t_H, t_K]$, с ограничена средноквадратична стойност:

$$(5) \quad \left[\frac{1}{\Delta T} \int_{t_H}^{t_K} |s_j(t)|^2 dt \right]^{1/2} \leq s_2, \quad j=1,2,\dots,n,$$

$\Delta T = t_K - t_H$ е интервалът на локализация на входния сигнал.

Нека по канала се предава двоична информация, т.е. $n=2$ и съгласуваните с канала сигнали са противоположни сигнали.

Оптимизационната задача за този случай може да се формулира като:

В класа сигнали $L_2[t_H, t_K]$, определен от ограничения от вида (5), да се намерят тези $\{s_j(t); j=1,2, t \in [t_H, t_K]\}$, които максимизират функционала за качество, изразен с (4).

Тъй като целта е да се оптимизират сигналите в предавателя, изходният сигнал в зависимост (4) се изразява чрез входния, като се има пред вид зависимостта за линеен канал:

$$x(t) = \int_{t_H}^{\min\{t, t_k\}} s(\tau) h(t, \tau) d\tau,$$

сменя се реда и интервала на интегриране и се получава еквивалентният функционал:

$$(6) \quad I = \int_{t_H}^{t_k} \int_{t_H}^{t_k} s(t_1) s(t_2) H_2(t_1, t_2) dt_1 dt_2,$$

където $H_2(t_1, t_2)$ е ядрото на функционала.

3. Общ вид на решението на задачата за съгласуване

Съгласуваните сигнали трябва да максимизират (6) и затова се извеждат от необходимите и достатъчни условия за максимум на функционал [2]. Чрез неравенството на Хелдер, се доказва, че (6) има максимум, ако сигналите $s(t)$ удовлетворяват условието:

$$(7) \quad \frac{1}{\lambda} s(t_1) + \int_{t_H}^{t_k} s(t_2) H_2(t_1, t_2) dt_2 = 0,$$

което представлява едномерно интегрално уравнение на Фредхолм от втори род [2]. То се решава като се сведе до еквивалентна линейна гранична задача, чието решение е собствена функция на ядрото $H_2(t_1, t_2)$:

$$(8) \quad H_2(t_1, t_2) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N H_{2ij}(t_1, t_2),$$

където отделните ядра са:

$$(9) \quad H_{2ij}(t_1, t_2) = \int_{\max\{t_1, t_2, \tau_H\}}^{\tau_k} m_1 \{h_{0i}(t, t_1 + \tau_0) h_{0j}(t, t_2 + \tau_0)\} dt$$

и образуват матрица, която характеризира взаимното влияние на отделните паралелни клонове на канала за връзка.

Нека импулсните характеристики на подканалите са:

$$(10) \quad \begin{aligned} h_1(t) &= A.e^{-\alpha.t} \\ h_2(t) &= B.e^{-\beta.t} \\ &\dots\dots\dots \\ h_N(t) &= N.e^{-\nu.t} \end{aligned} ,$$

където А, В, ..., N са случайни величини с произволно разпределение и дисперсии $\sigma_A^2, \sigma_B^2 \dots \sigma_N^2$, а $\alpha \neq \beta \neq \dots \neq \nu$.

Ядрото, съгласно (9) се получава:

$$(11) \quad \begin{aligned} H_2(t_1, t_2) &= \frac{\sigma_A^2}{2\alpha} e^{\alpha(t_1+t_2)} \left[e^{-2\alpha \max\{t_1, t_2, \tau_H\}} - e^{-2\alpha\tau_k} \right] + \\ &+ \frac{\sigma_B^2}{2\beta} e^{\beta(t_1+t_2)} \left[e^{-2\beta \max\{t_1, t_2, \tau_H\}} - e^{-2\beta\tau_k} \right] + \dots + \\ &+ \frac{\sigma_N^2}{2\nu} e^{\nu(t_1+t_2)} \left[e^{-2\nu \max\{t_1, t_2, \tau_H\}} - e^{-2\nu\tau_k} \right] \end{aligned} ,$$

Съгласуваните сигнали са решение на уравнение (7), с ядро (11), което се свежда до система в от N на брой диференциални уравнения от вида:

$$(12) \quad \begin{cases} s(t) = s_1(t) + s_2(t) + \dots + s_N(t) \\ s_1''(t) = (\alpha^2 - \lambda\sigma_A^2) s_1(t) - \lambda\sigma_A^2 s_2(t) - \dots - \lambda\sigma_A^2 s_N(t) \\ s_2''(t) = -\lambda\sigma_B^2 s_1(t) + (\beta^2 - \lambda\sigma_B^2) s_2(t) - \dots - \lambda\sigma_B^2 s_N(t) \\ \dots\dots\dots \\ s_N''(t) = -\lambda\sigma_N^2 s_1(t) - \lambda\sigma_N^2 s_2(t) - \dots + (\nu^2 - \lambda\sigma_N^2) s_N(t) \end{cases}$$

с гранични условия за поведението на сигнала в крайните точки на интервала $[t_n, t_k]$.

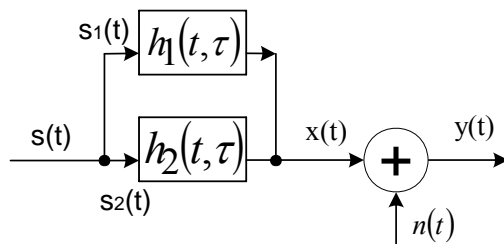
Системата диференциални уравнения (12) има решение от вида:

$$(13) \quad s(t) = \sum_{i=1}^N C_i e^{\rho_i t} ,$$

където ρ_1, \dots, ρ_N са корени на характеристичното уравнение, получено от приравнената на нула детерминанта на алгебризираната система уравнения:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & & -1 & \dots & -1 \\ 0 & \rho^2 + \lambda\sigma_A^2 - \alpha^2 & & \lambda\sigma_A^2 & \dots & \lambda\sigma_A^2 \\ 0 & \lambda\sigma_B^2 & \rho^2 + \lambda\sigma_B^2 - \beta^2 & & & \lambda\sigma_B^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \lambda\sigma_N^2 & & \lambda\sigma_N^2 & \dots & \rho^2 + \lambda\sigma_N^2 - \nu^2 \end{vmatrix} = 0$$

За най-простия случай, когато каналът за връзка се състои от два подканала, т.е $N=2$, фиг.2 и



Фиг.2. Модел на канала при $N=2$

импулсните характеристики на подканалите са:

$$(14) \quad \begin{aligned} h_1(t) &= A.e^{-\alpha.t} \\ h_2(t) &= B.e^{-\beta.t} \end{aligned}$$

ядрото се получава:

$$(15) \quad \begin{aligned} H_2(t_1, t_2) &= \frac{\sigma_A^2}{2\alpha} e^{\alpha(t_1+t_2)} \left[e^{-2\alpha \max\{t_1, t_2, \tau_H\}} - e^{-2\alpha\tau_k} \right] + \\ &+ \frac{\sigma_B^2}{2\beta} e^{\beta(t_1+t_2)} \left[e^{-2\beta \max\{t_1, t_2, \tau_H\}} - e^{-2\beta\tau_k} \right] \end{aligned}$$

В случая, когато $[\tau_n, \tau_k] \equiv [t_n, t_k]$, след двукратно диференциране на уравнение (7) със заместеното в него ядро (15), се стига до система диференциални уравнения:

$$(16) \quad \begin{aligned} s_1''(t) &= (\alpha^2 - \lambda\sigma_A^2)s_1(t) - \lambda\sigma_A^2s_2(t) \\ s_2''(t) &= (\beta^2 - \lambda\sigma_B^2)s_2(t) - \lambda\sigma_B^2s_1(t) \\ s(t) &= s_1(t) + s_2(t) \end{aligned}$$

с гранични условия за крайните точки на интервала:

$$(17) \quad \begin{aligned} s_1(t_k) &= s_2(t_k) = 0 \\ s_1'(t_H) - \alpha s_1(t_H) &= 0 \\ s_2'(t_H) - \beta s_2(t_H) &= 0 \end{aligned}$$

Системата диференциални уравнения (16) има биквадратно характеристично уравнение :

$$\rho^4 + [\lambda(\sigma_A^2 + \sigma_B^2) - \alpha^2 - \beta^2]\rho^2 + \alpha^2\beta^2 - \lambda(\alpha^2\sigma_B^2 + \beta^2\sigma_A^2) = 0 :$$

В случая, когато:

$$\lambda\sigma_A^2 - \alpha^2 > 0$$

$$\lambda\sigma_B^2 - \beta^2 > 0,$$

то има две двойки спрегнати комплексни корени:

$$(18) \quad \begin{aligned} \rho_{1,2} = & \pm j \left\{ \lambda(\sigma_A^2 + \sigma_B^2) - (\alpha^2 + \beta^2) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \sqrt{[\lambda(\sigma_A^2 + \sigma_B^2) - (\alpha^2 + \beta^2)]^2 - 4[\alpha^2\beta^2 - \lambda(\alpha^2\sigma_B^2 + \beta^2\sigma_A^2)]} \right\}^{1/2} \\ \rho_{3,4} = & \pm j \left\{ \lambda(\sigma_A^2 + \sigma_B^2) - (\alpha^2 + \beta^2) - \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} \sqrt{[\lambda(\sigma_A^2 + \sigma_B^2) - (\alpha^2 + \beta^2)]^2 - 4[\alpha^2\beta^2 - \lambda(\alpha^2\sigma_B^2 + \beta^2\sigma_A^2)]} \right\}^{1/2} \end{aligned}$$

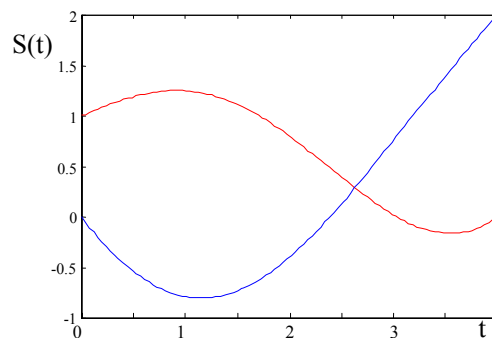
и решението добива вида:

$$(19) \quad \begin{aligned} s(t) = & C_1 e^{\rho_1 t} + C_2 e^{\rho_2 t} + C_3 e^{\rho_3 t} + C_4 e^{\rho_4 t} = \\ = & C_1 \cos \omega_1 t + C_2 \sin \omega_1 t + C_3 \cos \omega_2 t + C_4 \sin \omega_2 t \quad , \end{aligned}$$

където :

$$(20) \quad \omega_1 = |\rho_{1,2}| \quad ; \quad \omega_2 = |\rho_{3,4}|$$

Интеграционните константи C_1, \dots, C_4 и собствената стойност λ се определят от граничните условия и условията за нормиране. Графично решение на (12) е дадено на фиг.3



Фиг.3. Вид на съгласувания сигнал

4. Изводи

Когато каналът за връзка се състои от два паралелно свързани подканала, то съгласуваният с него сигнал е сума от две хармонични колебания с честоти ω_1 и ω_2 и продължителност ΔT , фиг.3. В общия случай, когато многолъчевият канал е от N на брой звена, те са от вида:

$$s_{ij}(t) = \sum_{i=1}^N S_{mij} \sin \omega_j(t_k - t), \quad j = \overline{1, \dots, n},$$

т.е. образуват изброимо множество ортогонални сигнали, представляващи отрезки от N на брой хармонични трептения.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Смирнов В.И. Курс высшей математики т.4. М.-Л., ГИТЛ, 1971.
 [2] С.Л., J.S. Рум, Applications of Functional Analysis and Operator Theory, London 1980
 [3] Шинев Х. Е. Алтимирски. Разпространение на електромагнитните вълни., Техника 1977

SYNTHESIS OF SIGNALS MATCHED WITH NARROW-BAND CHANNELS FOR DISPATCHING RADIO CONNECTION

Galina Cherneva

*Higer School of Transport T.Kableshkov
 158 Geo Milev Street, 1574 Sofia, Bulgaria*

Key words: *signals matched with the channel of connection, noise-resistance, functional of the synthesis quality*

Abstract: *The paper presents the mathematical model of the channel for dispatching radio connection. The problem of matching the narrow-band signals with the channel have been solved with energy limitations in the transmitter.*