Механика
Транспорт
Комуникации
Научно списание

ISSN 1312-3823
брой 2, 2006 г.
статия № 0070
http://www.mtc-aj.com

МЕТОДИ ЗА ПОДПОМАГАНЕ ВЗЕМАНЕТО НА РЕШЕНИЯ С ПРЕДВАРИТЕЛНО ФОРМУЛИРАНЕ НА ПРЕДПОЧИТАНИЯТА

Стефан Иванов, Николай Христов, Александър Монов
stefan_ivanov@hotmail.com n_d_hristov@abv.bg a_monov@abv.bg

Висше транспортно училище "Тодор Каблешков" – София
Ул. "Гео Милев" 158, София 1574, БЪЛГАРИЯ

Ключови думи: *Многокритериална оптимизация, Парето множество*
Резюме: *Разгледани са особеностите на осем методи за подпомагане вземането на решения с предварително формулиране на предпочитанията и между тях е направен сравнителен анализ за прилагането им при решаване на инженерни задачи.*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Методите с предварително формулиране на предпочитанията позволяват на потребителя да определя предпочитанията, които могат да бъдат формулирани като цели или чрез относителна важност на различните обекти. Повечето от тези методи включват параметри, които са коефициенти, експоненти, граници на ограниченията и др., които могат да бъдат настроени по такъв начин, че да отразяват предпочитанията на лицето вземащо решенията (ЛВР), или могат непрекъснато да бъдат променяни в опита да представляват пълното Парето-оптимално множество. Разглеждането на повече от една обективна функция в задача за оптимизация въвежда допълнителни степени на свобода. Докато тези степени на свобода не бъдат ограничени, математическата теория сочи множество от точки на решението вместо една-единствена оптимална точка. Най-общият подход за налагане на такива ограничения е развиването на функция за полезност. Така повечето от формулировките в това изследване са базирани на различни функции на полезност.

В статията са използвани следните означения:
F – вектор на целевите функции;
p – степенен показател;
U – функция на предпочитанията от критериите на лицето вземащо решение;
w – вектор от тегловни коефициенти;
x – вектор на независимите променливи;

X – пространство на допустимите решения;
z – аспирационна точка;
Z – допустимо критериално пространство.

2. Метод на претегления глобален критерий

Една от най-често срещаните функции на полезност се изразява в най-простата си форма като претеглена експоненциална сума:

(1) $$U = \sum_{i=1}^{k} w_i [F_i(x)]^p \qquad F_i(x) > 0 \quad \forall_i$$

Най-често срещаните разширения на (1) са разгледани [1]-[3] (Yu and Leitmann 1974; Zeleny 1982; Chankong and Haimes 1983)

(2) $$U = \left\{ \sum_{i=1}^{k} w_i \left[F_i(x) - F_i^0 \right]^p \right\}^{\frac{1}{p}},$$

За ефективност на изчисленията или за в случаи, където независим миминум на функцията може да бъде недостижим, е възможно утопичната точка да се апроксимира от z, която се нарича аспирационна точка [4]и [5] точка на позоваванията [6] или целева точка [7]. След като се направи това, U се нарича точка на постижението. Ако се приеме, че w е фиксирана, ако $z \notin Z$, тогава максимизирането на (2) е необходимо (с модификации в z) и достатъчно за Парето оптималност [4]. Възможно е всяка Парето оптимална точка да бъде уловена чрез използването на различна точка на постижението z, доколкото точката на постижението не е в пространството на подходящите критерии Z. Този подход обаче не е практичен за изобразяване на пълното Парето оптимално множество. Често не е възможно да се определи дали z е в пространството на подходящите критерии ($z \in Z$) преди решаването на задачата.

Глобалните критерии пораждат части на Парето оптималното множество с непрекъсната вариация в p [8]. Варирането обаче само на p (с постоянни значения на всичките останали параметри на метода) обикновено води само до ограничен брой точки на Парето оптималното решение в относително малка околност. След това или потребителят установява w в съответствие с предпочитанията априори, или систематично променя w за да получи множество от точки на Парето.

В тази тенденция, значението на p определя до каква степен един метод може да хване всичките Парето оптимални точки, даже в случая на неизпъкнало пространство на критериите. В общия случай, въпреки че ползването на по-голямо значение за p улеснява хващането на всичките Парето оптимални точки (с вариране на w), по същия начин може също да доведе и до не ефективни оптимални точки.

3. Метод на претеглената сума

Най-често срещаният подход при многокритериална оптимизация е методът на претеглената сума:

(3) $$U = \sum_{i=1}^{k} w_i \, F_i(x)$$

Това е форма на (1) с p = 1. Ако всичките тегла са положителни, минимумът на (3) и достатъчен за Парето оптималност. Обаче формулировката не предоставя необходимо условие за Парето оптималност [9].

Koski и Silvennoinen в [10] представят частично претеглен метод при който оригиналните обектни функции са групирани в множества с общи характеристики. Всяко множество се използва да формира една функция на независима претеглена сума с уникално множество на теглата, и по този начин се намалява броят на оригиналните обектни функции.

В тази тенденция, Saaty [11] предоставя метод с характеристичните значения за определяне на теглата, който включва k (k−1)/2 почифтни сравнения между обектните функции. Това води до матрица на сравненията, в която характеристични значения в матрицата са теглата [12] предоставят метод за определяне на теглата основаващ се върху теорията на размитите множества. За в случаите при които не е ясна относителната важност на критериите, [4] предоставя алгоритъм изчисляващ теглата на основата на аспирационната точка и на утопичната точка.

Много автори преодоляват трудности свързани с метода на претеглената сума [13]-[18]. На първо място, независимо от множеството методи за определяне на теглата, априорният подбор на теглата не гарантира по необходимост, че крайното решение ще бъде приемливо; може да се наложи да се решава задачата с новите тегла. Фактически теглата трябва да бъдат функции на оригиналните обекти, а не – константи, за да е възможно една претеглена сума точно да наподобява функцията на предпочитанията [19].

4. Лексикографичен метод

При лексикографичния метод обектните функции се ранжират по реда на тяхната важност. След това и поотделно се решават следните оптимизационни задачи:

(4) минимизиране $F_i(x)$.
$x \in X$

предмет на $F_j(x) \le F_j(x_j^*)$, $j-1,2,...,j-1$, $i>1$

Ограниченията в (4) могат да бъдат заменени с равенства [20].

Rentmeesters и колектив [21] демонстрират, че решенията при лексикографичния метод не удовлетворяват типичното окачествяване на регулярността, свързвано с условията за оптималност на Kuhn–Tucker [22]. Авторите представят алтернативни условия за оптималност и ги решават с Нютон'оподобни методи.

5. Претеглен минимаксен метод

Претеглената минимаксна формулировка или методът на Чебишов се дава както следва:

(5) $U = \max_i \{ w_i [F_i(x) - F_i^o] \}$.

Най-често срещаният подход към (5) е въвеждане на допълнителен неизвестен параметър λ:

(6) Минимизиране λ
$$x \in X, \lambda$$
предмет на $w_i\left[F_i(x) - F_i^0\right] - \lambda \le 0$, $i = 1,2,...,k$

Нарастването обаче на броя на ограниченията може да увеличи сложността на задачата.

В съответствие с анализа в Точка 2, увеличаването значението на p може да увеличи ефективността на метода на претегления глобален критерий за получаване на пълното Парето оптимално множество [17] и [18]. Показаният на (5) претеглен минимаксен метод е границата на p→∞. Следователно, (5) може да предостави пълното Парето оптимално множество с вариации на теглата; той предоставя едно необходимо условие за Парето оптималност [5]. Ако решението е уникално и единствено, то е Парето оптимално. Възможно е да се модифицира претегленият минимаксен метод за да се улесни потенциалът за решения, които са само слабо Парето оптимални, като се използва подсиленият претеглен метод на Чебишов [23]-[25] или модифицираният претеглен метод на Чебишов [26].

6. Метод на претегленото произведение

За да могат функции с различна степен на важност да имат сходно значение и за да се избегне преобразуването на отделните критерии, се въвежда следната формулировка:

(7) $$U = \prod_{i-1}^{k}\left[F_i(x)\right]^{w_i}$$

където wi са тегла сочещи относителната важност на съответните критерии. Gerasimov и Repko [27] прилагат метода с успех, като го наричат метод на валидния компромис.

За съжаление обаче, с изключение на работата на Gerasimov и Repko, подходът не е прилаган широко, и свойствата на теглата не са ясни. Тази липса на широко приложение може да е резултат на потенциални нелинейности във функцията за полезност, откъдето може да следват изчислителни затруднения.

7. Методи с програмиране на целите

Charnes и колектив [28] развива метод с програмиране на целите, при които целите bj се задават за всяки от критериите Fj (x). Абсолютните значения се моделират, като dj се разделя на положителна и отрицателна части – така, че представляват съответно недостигането (underachievement) и задминаването (overachievement), където достигането (achievement) означава, че целта е била достигната. Оптимизационната задача се формулира както следва:

(8) Минимизиране $\sum_{i=1}^{k}\left(d_i^+ + d_i^-\right)$

предмет на $F_j(x) + d_j^+ - d_j^- = b_j$, $j = 1,2,...,k$

$d_j^+, d_j^- \ge 0$ $j = 1,2,...,k$,

$d_j^+ d_j^- = 0$ $j = 1,2,...,k$

Lee и Olson в [29] предоставят широк обзор на приложенията с програмиране на целите. Независимо от известността и широкия кръг от приложения на този метод, липсва каквато и да било гаранция, че той предоставя Парето оптимално решение. Освен това, в (8) има допълнителни променливи и нелинейни ограничения за равенство, като и двете могат да бъдат допълнителни източници на проблеми при по-големи задачи.

В отговор на неспособността на целевото програмиране логично да доведе до Парето оптимални решения, Ogryczak [30] развива метод наречен програмиране с позоваване на целите (reference goal programming), който донякъде се базира на претегления минимаксен подход. По-конкретно той включва аспирационна точка вместо утопична точка. В този случай обаче, функцията за полезност се моделира във формата на целевото програмиране – такова като (8), и винаги води до Парето оптимално решение.

8. Физическо програмиране

Първоначално развито от Messac [19], физическото програмиране поставя общи класификации на целите и на обектите, както и вербално изразените предпочитания, във функция за полезност. То предоставя начини за вграждане на предпочитанията без да съсредоточава към относителните тегла. Пълното обяснение е достъпно в [19], а следващото илюстриране – в [31].

Обектните функции, ограниченията и целите се третират равностойно като проектна метрика. Общо казано, ЛВР използва една индивидуална функция за полезност, наричана класова функция (class function) Fi [Fi (x)], за всяка проектна метрика.

По-конкретно, всеки тип проектна метрика първо се асоциира с един тип на индивидуалната функция на полезност, като се разграничава от една обща форма – като монотонно нарастваща или монотонно намаляваща функция. След това, за всяка метрика, ЛВР специфицира числовите интервали съответстващи на различните степени на предпочитанията (желано, допустимо, нежелано и др.). Тези диапазони включват границите на значенията за метриката, които се моделират като допълнителни ограничения. С еволюцията на проектния процес е възможно да се променят и интервалите дефиниращи предпочитанията на проектанта.

Messac [19] разглежда математическите детайли без конструирането на класовите функции. Поради начина на конструиране на тези класови функции, физическото програмиране може да оптимизира обектните функции със съществено различни порядъци на важността, по един ефективен начин [32]. Изискването за количествено класифициране от ЛВР на различните диапазони на значенията за всяка метрика може да се разглежда по два начина. От една страна, това предполага, че физическото програмиране изисква значително познаване на всеки обект и на всяко ограничение. От друга страна, това означава, че физическото програмиране допуска ефективната употреба на наличната информация. Индивидуалните функции за полезност – като безразмерни трансформации – се комбинират във функция на полезност както следва:

(9) $$F_a(x) = \log\left\{\frac{1}{dm}\sum_{i=1}^{dm}\overline{F_i}\left[F_i(x)\right]\right\},$$

където dm представя броя проектни метрики за разглеждане. Messac [33] доказва, че физическото програмиране предоставя достатъчно условие за Парето оптималност. Освен това, Messac и Mattson [34] демонстрират как може да бъде използвано физическото програмиране като необходимо условие за Парето оптималност предоставящо всички Парето оптимални точки. Всъщност то превъзхожда метода на претеглената сума, и компромисното програмиране чрез възможността си да представя пълното Парето оптимално множество с равномерно разпределение на точките [31],[33] и [35].

9. Парето оптимални повърхнини.

Физическото програмиране е прилагано в разнообразие от задачи. След обобщаване на приложните детайли, трябва да се отбележи, че ограниченията и обектите могат да се разглеждат равностойно като проектна метрика. Messac и Hattis [19] прилагат физическото програмиране при проектиране на високоскоростни транспортни самолети. Проектната метрика включва: отношението на обема към резервоарите, възвръщаемостта на цената за едно пасажерско място, началната цена за едно пасажерско място, отношението на масата към горивото, входната площ на двигателите, ъгълът на обратния наклон на крилата, както и броят на пътниците. Проектните параметри са: входната площ на двигателите, разпереността на крилата, ъгълът на обратния наклон на крилата, броят на пътниците и обемът на горивните резервоари. Определени количествени величини са едновременно и проектни параметри, и проектна метрика, които поясняват гъвкавостта на метода. Въпреки че параметрите могат да варират, ЛВР може да изрази предпочитания с оглед на техните значения. Messac и Wilson в [36] прилагат физическото програмиране при проектиране на робастен контролер за двустепенна система от свободно окачени ресори и маса. Има пет проектни метрики: времето за установяване, устойчивост, усилване на шума, управляващо въздействие (изход от контролера) и сложност на контролера (индицира се като ред на контролера). Деветте проектни променливи са математически параметри използвани в развитието на контролера. Messac [35] моделира негораничени прости греди с три обекта (маса, отместване и ширина) и две проектни променливи (височина и ширина на гредите). Chen [31] решава задача с двигателна система с два обекта, пет проектни променливи и три ограничения. Martinez [37] оптимизира относително сложен лонжерон с три обекта: цена, тегло, и отклонение; двадесет и две проектни променливи отнасящи се за размерите на лонжерона; и 101 ограничения отнасящи се за здравината и границите на проектните променливи.

10. Заключение

След като са изложени методите в тази публикация, естествено възниква въпросът: кой метод е най-добрият? За съжаление, отговорът не е ясен. Въпреки това, за предпочитане са методите осигуряващи както необходимите, така и достатъчните условия за Парето оптималност. В случая с търсене на единично решение, предимствата на само Парето оптимално решение е ясно (като се ползва формулировка гарантираща достатъчно условие). Освен това, осигуряването на необходимо условие за Парето оптималност също е предимство.

Методите с последната възможност са по-ефективни, доколкото отразяват предпочитанията на ЛВР в сравнение с формулировки, при които по необходимост липсват определени свойства (които не гарантират условие за необходимост). Това се дължи на следното: ако допуснем, че всичките Парето точки са математически подобни и че те са различими само от гледната точка на предпочитанията на ЛВР, тогава няма причина да се изключват потенциалните решения по причина на свойствата им. Такова изключване може да ощети ЛВР с решение, което по-добре отразява неговите/нейните предпочитания.

От методите предоставящи необходимо и достатъчно условие, кое трябва да се използва? Отговорът на този въпрос частично зависи от точността с която може да се апроксимира функцията на предпочитанията. В това отношение физическото програмиране е ефективно. Докато едно тегло представя най-простата форма на една индивидуална функция за полезност, физическото програмиране позволява кастомизирането на една по-сложна и прецизна индивидуална функция за полезност за всеки обект. Освен това, въпреки че физическото програмиране работи на основата на наложени предпочитания, то предоставя средства за избягване употребата на тегла, които биха били неприятни. Независимо от това, първоначалното кодиране може да се окаже относително сложно, като при това се изисква съществено познаване на проблемните функции. Следователно, независимо че останалите методи гарантиращи необходимите и достатъчни условия могат да имат някои празноти, те все пак могат да се окажат полезни.

Експоренциалният претеглен критерий и подсиленият подход на Чебишов предоставят формулировки, които са и необходими, и достатъчни за Парето оптималност. Обаче те включват допълнителните параметри ρ и p, и може да се окаже трудна тяхната настройка без съответни изчислителни усложнения. Лексикогафичният метод на Чебишов също предоставя необходимо и достатъчно условие, но недостатъкът му е в необходимостта от допълнително натоварване на изчислителните мощности поради необходимостта от решаване на множество задачи.

Формулировките с функция на достижимостта също могат да предоставят необходими и достатъчни условия за Парето оптималност, доколкото аспирационната точка е недостижима. Това е вярно независимо от включването или пропускането на теглата; аспирационната точка може да се използва като параметър на независим метод. Обаче, при използване на формулировката като необходимо условие, тогава различните точки на решението се определят чрез променяне на аспирационната точка. Не е практично систематичното модифициране на аспирационната точка в опит да се представи пълното Парето оптимално множество, като при това е сигурно, че аспирационната точка не е подходяща.

Поради тази причина, формулировките на функциите за достижимост се категоризират най-прецизно като методи, независимо от предпочитанията, освен ако не се включат тегла.

Аспирационната точка се използва най-ефективно като апроксимация на утопичната точка.

Повечето от методите в тази публикация позволяват проектиране на функция за полезност чрез назначаване на значения на параметрите за метода.

Методът с ограничена обектна функция и по-робастният метод с ε-ограничения са явни изключения от тази идея. Вместо нужните тегла или подреждане на обектите, тези методи включват задаване на границите на обектите. Обаче е възможно векторът ε да се тълкува като множество от параметри на метода вместо като множество от функционални ограничения. Непротиворечиво вариране на тези параметри теоретично може да доведе до пълно Парето оптимално множество, въпреки че могат да се срещнат трудности при избора на параметрите за подходящото решение. Независимо от това, възможно е да се ползват различни типове параметри на методите за да представят различните типове предпочитания. Следователно, изборът на подход като най-подходящия може да се определи от природата на предпочитанията на ЛВР (цели, относителна важност на функциите, граници и др.).

Изучаването на методите за физическо програмиране повдига въпрос, който е централен за многообектната оптимизация. При физическото програмиране ЛВР трябва да специфицира сравнително голямо количество информация и – в съответствие с вече изложеното – това може да се разглежда като пречка или като удобство. То е удобство в смисъл, че физическото програмиране е относително ефективно при отчитане на предпочитанията, като тази ефективност е следствие от капацитета на метода за информация, която може да бъде предоставена от ЛВР. При относително сложни предпочитания, трябва да се зададе повече информация.

Оттук колкото повече информация бъде предоставена, толкова по-точно ще бъдат представени предпочитанията. Обаче, с увеличаването на подадената информация, се увеличава и вътрешната за метода обработка на тази информация. Някои методи, като претеглената сума, нямат голям капацитет за информацията за предпочитанията; те не позволяват на потребителя да подаде голяма информация. Това не винаги е лошо, понеже може да има случаи с ограничена информация за предпочитанията или такава информация просто да липсва.

ЛВР може да не знае точно какво иска и такива сценарии не могат да гарантират подходи включващи допълнителна информация. В крайния случай, ЛВР може въобще да няма предпочитания и тогава най-подходящи са методите без задаване на предпочитанията. Така че разглеждайки ефективността при отразяване на предпочитанията, се допуска съществуването на такива предпочитания, което обаче не винаги може да е налице. В допълнение, ЛВР може да разполага с вариращо количество информация за своите предпочитания, а това може да определи сложността на подхода за прилагане.

ЛИТЕРАТУРА:

[1] Yu, P.-L. 1974: Cone convexity, cone extreme points, and nondominated solutions in decision problems with multiobjectives. J. Optim. Theory Appl. 14, 319–377.

[2] Zeleny, M. 1982: Multiple Criteria Decision Making. New York: McGraw Hill.

[3] Chankong, V.; Haimes, Y.Y. 1983: Multiobjective Decision Making Theory and Methodology. New York: Elsevier Science Publishing.

[4] Wierzbicki, A.P. 1986: A methodological approach to comparing parametric characterizations of efficient solutions. In: Fandel.

[5] Miettinen, K. 1999: Nonlinear Multiobjective Optimization. Boston: Kluwer Academic Publishers

[6] Wierzbicki, A.P. 1982: A mathematical basis for satisficing decision making. Math. Model. 3, 391–405

[7] Hallefjord, A.; Jornsten, K. 1986: An entropy target-point approach to multiobjective programming. Int. J. Syst. Sci. 17, 639–653.

[8] Yu, P.-L. 1973: A class of solutions for group decision problems. Manage. Sci. 19, 936–946.

[9] Zionts, S. 1988: Multiple criteria mathematical programming: an updated overview and several approaches. In: Mitra, G. (ed.) Mathematical Models for Decision Support, pp. 135–167. Berlin: Springer-Verlag.

[10] Koski, J.; Silvennoinen, R. 1987: Norm methods and partial weighting in multicriterion optimization of structures. Int. J. Numer. Methods Eng. 24, 1101–1121.

[11] Saaty, T.L. 1977: A scaling method for priorities in hierarchies, multiple objectives and fuzzy sets. J. Math. Psych. 15, 234–281.

[12] Rao, J.R.; Roy, N. 1989: Fuzzy set theoretic approach of assigning weights to objectives in multicriteria decision making. Int. J. Syst. Sci. 20, 1381–1386.

[13] Koski, J. 1985: Defectiveness of weighting method in multicriterion optimization of structures. Commun. Appl. Numer. Methods 1, 333–337.

[14] Stadler, W. 1995: Caveats and boons of multicriteria optimization. Microcomput. Civ. Eng. 10, 291–299.

[15] Athan, T.W.; Papalambros, P.Y. 1996: A note on weighted criteria methods for compromise solutions in multi-objective optimization. Eng. Optim. 27, 155–176.

[16] Das, I.; Dennis, J.E. 1997: A closer look at drawbacks of minimizing weighted sums of objectives for Pareto set generation in multicriteria optimization problems. Struct. Optim. 14, 63–69.

[17] Messac, A.; Sukam, C.P.; Melachrinoudis, E. 2000a: Aggregate objective functions and Pareto frontiers: required relationships and practical implications. Optim. Eng. 1, 171–188.

[18] Messac, A.; Sundararaj, G.J.; Tappeta, R.V.; Renaud, J.E. 2000b: Ability of objective functions to generate points on nonconvex Pareto frontiers. AIAA J. 38, 1084–1091.

[19] Messac, A. 1996: Physical programming: effective optimization for computational design. AIAA J. 34, 149–158.

[20] Stadler, W. 1988: Fundamentals of multicriteria optimization. In: Stadler,W. (ed.) Multicriteria Optimization in Engineering and in the Sciences, pp. 1–25. New York: Plenum Press.

[21] Rentmeesters, M.J.; Tsai, W.K.; Lin, K.-J. 1996: A theory of lexicographic multi-criteria optimization. In: Second IEEE International Conference on Engineering of Complex Computer Systems (held in Montreal), pp. 76–79. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press.

[22] Kuhn, H.W.; Tucker, A.W. 1950: Nonlinear programming. In: Neyman, J. (ed.) The Second Berkley Symposium on Mathematical Statistics and Probability (held in Berkley 1951), pp. 481–492. Berkley: University of California Press.

[23] Steuer, R.E.; Choo, E.-U. 1983: An interactive weighted Tchebycheff procedure for multiple objective programming. Math. Program. 26, 326–344.

[24] Kaliszewski, I. 1985: A characterization of properly efficient solutions by an augmented Tchebycheff norm. Bull. Pol. Acad. Sci., Tech. Sci. 33, 415–420.

[25] Romero, C.; Tamiz, M.; Jones, D.F. 1998: Goal programming, compromise programming and reference point method formulations: linkages and utility interpretations. J. Oper. Res. Soc. 49, 986–991.

[26] Kaliszewski, I. 1987: A modified Tchebycheff metric for multipleobjective programming. Comput. Oper. Res. 14, 315–323.

[27] Gerasimov, E.N.; Repko, V.N. 1978: Multicriterial optimization. Sov. Appl. Mech. 14, 1179–1184; translated from Prikladnaya Mekhanika 14, 72–78 (1978).

[28] Charnes, A.; Clower, R.W.; Kortanek, K.O. 1967: Effective control through coherent decentralization with preemptive goals. Econometrica 35, 294–320.

[29] Lee, S.M.; Olson, D.L. 1999: Goal programming. In: Gal, T.; Stewart, T.J.; Hanne, T. (eds.) Multicriteria Decision Making: Advances inMCDMModels, Algorithms, Theory, and Applications. Boston: Kluwer Academic Publishers.

[30] Ogryczak, W. 1994: A goal programming model of the reference point method. Ann. Oper. Res. 51, 33–44.

[31] Chen,W.; Sahai, A.; Messac, A.; Sundararaj, G. 2000: Exploration of the effectiveness of physical programming in robust design. J. Mech. Des. 122, 155–163.

[32] Messac, A.; Van Dessel, S.; Mullur, A.A.; Maria, A. 2004: Optimization of large scale rigidified inflatable structures for housing using physical programming. Struct. Multidisc. Optim. 26, 139–151.

[33] Messac, A.; Puemi-Sukam, C.; Melachrinoudis, E. 2001: Mathematical and pragmatic perspectives of physical programming. AIAA J. 39, 885–893.

[34] Messac, A.; Mattson, C.A. 2002: Generating well-distributed sets of Pareto points for engineering design using physical programming. Optim. Eng. 3 431–450.

[35] Messac, A. 2000: From dubious construction of objective functions to the application of physical programming. AIAA J. 38, 155–163.

[36] Messac, A.; Wilson, B. 1998: Physical programming for computational control. AIAA J. 36, 219–226.

[37] Martinez, M.P.; Messac, A.; Rais-Rohani, M. 2001: Manufacturability- based optimization of aircraft structures using physical programming. AIAA J. 39, 517–525.

DECISION SUPPORT METHODS WITH PREMILINARY PREFERENCES FORMULATING

Stefan Ivanov, Nikolay Hristov, Alexander Monov

Todor Kableshkov Higher School of Transport
158 Geo Milev str., Sofia 1574, BULGARIA

Key words: *Multi-criteria optimization, MCDM, Pareto set*

Summary: *Considered are peculiarities of eight decision support methods with preliminary preferences formulating and comparative analysis is done about their applying to engineer problems solving.*