

МОДЕЛ НА ОБЩЕСТВЕНА СИСТЕМА ДОПУСКАЩА НЕРЕГЛАМЕНТИРАНИ ВЗАИМООТНОШЕНИЯ

Тодор Гичев, Росица Ангелова

tgichev@yahoo.com, angelova@vtu.bg

*Проф. дмн, доц .д-р, Университет по архитектура, строителство и геодезия, София 1046, бул. „Хр. Смирненски” 1, , Висше транспортно училище „Т. Каблешков”, София 1574, ул. „Гео Милев” 158
БЪЛГАРИЯ*

Резюме: Разглежда се обществена система в която се произвежда и преразпределя един продукт за който е въведена количествена характеристика. Всяка единица от него носи приход на нейния притежател. В системата са въведени правила, съгласно които притежателят на всяка единица от продукта трябва да заплаща данък, който представлява част от получения приход. В обществената система се извършват нарушения състоящи се състоят в това, че част от притежателите на продукта не заплащат напълно полагащия се данък според установените правила. За ограничаването им е предвидено преследване на нарушителите. При установяване на нарушение на правилата се налага санкциониране, което се състои в налагането на по-висок данък за всяка единица от притежавания продукт. Продуктът в системата се разпределя в три групи. В първата се включва количеството, за всяка единица от което се заплаща напълно определеният от правилата данък. Към втората група се отнася количеството, за всяка единица от което се заплаща по-малко от определения данък, но това остава извън обсега на контролните органи. В третата група е включено количеството, за което е установено заплащането на по-нисък данък и всяка единица от това количество се санкционира с по-висока данъчна тежест. За възпроизвеждане на процесите в обществената система е съставена система от три линейни обикновени диференциални уравнения, в които са включени данъчните тежести за отделните количества. С цел определяне ролята на параметрите и коефициентите в системата са проведени числени експерименти. След заместване на производните в системата от диференциални уравнения с крайни разлики се достига до дискретен многоетапен вариант на модела.

Ключови думи: обществена система, данъчни нарушения, динамичен модел

ВЪВЕДЕНИЕ И ОБЩА ХАРАКТЕРИСТИКА НА ОБЩЕСТВЕНА СИСТЕМА

Една икономика се определя като “сива”, ако в съответната обществена система се осъществяват нерегламентирани взаимоотношения между нейните членове. Такава ситуация може да възникне при производството и притежаването на някакво изделие, за което се заплаща държавна такса (данък), при достигането на определена позиция в обществената йерархия, което изисква полагането на определени усилия, при получаването на образователен ценз (степен), за което е необходимо да се направят разходи, при спечелването на обществена поръчка за извършването на конкретни дейности, за което трябва да се притежава съответна квалификация, при осъществяването на внос през границата на подлежащо на обмитяване

изделие, при производството и разпространяването на продукцията с некачествени екземпляри в нея.

В предлагания по-нататък анализ се предполага, че в системата се произвежда и преразпределя един продукт, за който е въведена количествена характеристика. Всяка единица от продукта носи приход на нейния притежател. Въведени са правила, съгласно които притежателят на всяка единица от продукта трябва да заплаща данък (такса), който представлява част от получения приход. Числото, което показва каква част от прихода трябва да бъде заплатена като данък, в разглеждания модел се нарича данъчна тежест. В обществената система се извършват нарушения, които се състоят в това, че за част от продукта не се заплаща напълно полагащия се от правилата данък. За намаляване на тези нарушения се използва подходящ контролиращ апарат. При установяване на нарушение се налага санкциониране, което се състои в налагането на по-висока данъчна тежест за всяка единица от притежавания продукт.

Съгласно казаното намиращото се в системата количество от продукта се разпределя в три групи. В първата се включва количеството x_1 , за всяка единица от което се заплаща данъчна тежест γ_1 , която е определена от правилата на системата. Към втората група се отнася количеството x_2 , за всяка единица от което се заплаща данъчна тежест γ_2 , нерегламентирано по-ниска от γ_1 и, освен това, количеството x_2 е останало несанкционирано от контролните органи. В третата група е включено количеството x_3 , за което е заплатена по-ниска от регламентираната данъчна тежест, но това нарушение е установено и поради това всяка единица от него е санкционирана (наказана) с данъчна тежест γ_3 , която е по-голяма от γ_1 .

В предлагания модел процесите в описаната система се възпроизвеждат чрез скоростите, с които се променят отделните количества от продукта. При зададени начални условия за количествата x_1, x_2, x_3 измененията на тези количества се определят като решение на система от три линейни обикновени диференциални уравнения. Стойностите на коефициентите в системата се определят след провеждане на числени експерименти. Получените резултати позволяват да се проследи ролята на данъчните тежести за подобряване събираемостта на данъка в разглежданата система. В последната част на работата се предлага дискретен многоетапен вариант на модела. В частен случай е получено явно решение за стойностите на количествата от трите продукта във всеки етап от процеса в системата.

ОПИСАНИЕ НА МОДЕЛА НА ПРИХОДИТЕ

Основен проблем при създаването на този модел е характеризирането на скоростите, с които се променят количествата x_1, x_2, x_3 . При определянето на тези скорости трябва да се отчете влиянието на промените върху данъчните тежести $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$. Приетите в модела зависимости между нарастването и намаляването на тези тежести и нарастването и намаляването на

Таблица 1

данъчна тежест скорост		γ_1		γ_2		γ_3	
		нараства	намалява	нараства	намалява	нараства	намалява
$\frac{dx_1}{dt}$	нараства		+	+		+	
	намалява	+			+		+
$\frac{dx_2}{dt}$	нараства	+			+		+
	намалява		+	+		+	
$\frac{dx_3}{dt}$	нараства	+			+		+
	намалява		+	+		+	

скоростите на изменение на количествата x_1, x_2, x_3 са дадени в таблица 1. В първия ред на таблицата са разположени данъчните тежести $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$, а в първата колона са скоростите на количествата x_1, x_2, x_3 . Със знак „+“ в реда на производната dx_p/dt и стълба на данъчната тежест γ_q е отбелязано влиянието на нарастването и намаляването на данъчната тежест γ_q върху нарастването и намаляването на скоростта dx_p/dt . Например, нарастването (намаляването) на санкционирането на нарушителите γ_3 води до намаляване (нарастване) на скоростта dx_2/dt на количеството x_2 , за което не се заплаща пълният размер на данъка. При това намаляване (нарастване) на скоростта dx_2/dt ще намалее (нарасне) скоростта на санкционираното количество dx_3/dt .

При въведени данъчни тежести $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ за количествата $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$ с $Q_k(t)$ при $k = 1, 2, 3$ и t от интервал $[t_0, T]$ да определим приноса към скоростите за изменение на тези количества от притежаването на количество $x_k(t)$ чрез формулата

$$Q_k(t) = (1 - \gamma_k)x_k(t)\varphi_k(t).$$

В тази формула с $\varphi_k(t)$ е означена функция, която се определя от прихода от притежаването на единица от количеството $x_k(t)$. Тогава, $(1 - \gamma_k)\varphi_k(t)$ е влиянието на печалбата от единица от количеството $x_k(t)$ върху скоростите на изменение на трите количества x_1, x_2, x_3 , а $Q_k(t)$ е влиянието на печалбата от целите количества върху тези скорости. Като се вземат пред вид зависимостите от таблица 1 на скоростите от данъчните тежести и вида на функциите $Q_k(t)$, за определяне на скоростите dx_k/dt се предлагат формулите

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= (1 - \gamma_1)x_1\varphi_1(t) - (1 - \gamma_2)x_2\varphi_2(t) - (1 - \gamma_3)\varphi_3(t) \\ (1) \quad \frac{dx_2}{dt} &= (1 - \gamma_2)x_2\varphi_2(t) - (1 - \gamma_1)x_1\varphi_1(t) + (1 - \gamma_3)\varphi_3(t) \\ \frac{dx_3}{dt} &= (1 - \gamma_3)x_3\varphi_3(t) - (1 - \gamma_1)x_1\varphi_1(t) + (1 - \gamma_2)\varphi_2(t) \end{aligned}$$

Тези равенства представляват една система от три линейни обикновени диференциални уравнения, решението на която се определя при зададени начални условия $x_1(t_0), x_2(t_0), x_3(t_0)$.

Два възможни вида на функциите $\varphi_k(t)$ са

$$(2) \quad \varphi_1(t) = \varphi_2(t) = \rho e^{\sin b(t-t_0)}; \quad \varphi_3(t) = \rho e^{\sin b(t-t_0)} \sigma$$

$$(3) \quad \varphi_1(t) = \varphi_2(t) = \rho; \quad \varphi_3(t) = \rho \sigma,$$

където b, ρ и σ са някакви константи. Формулите (2) съответстват на случая, когато приходите се колебаят с изменение на времето, а при формули (3) такива колебания отсъстват. При процеса, определен с формули (3), системата (1) е с постоянни коефициенти и нейното решение може да се получи в явен вид.

Интерес представляват някои оптимизационни задачи. Една от тях е определянето на наказателна данъчна тежест γ_3 , при която количеството x_1 от продукта в края на фиксиран интервал е най-голямо. Друга задача е определяне на наказателна тежест γ_3 , при която в края на определен интервал количеството x_2 от продукта е най-малко.

От уравненията (1) за скоростите на количествата x_1, x_2, x_3 следват равенствата

$$\frac{d(x_1 + x_2 + x_3)}{dt} = -\frac{dx_1}{dt} = \frac{dx_2}{dt} = \frac{dx_3}{dt}.$$

Тогава, при $x_1(t) + x_2(t) + x_3(t) = \text{const}$ в така определения модел се получава, че количествата x_1, x_2, x_3 не се променят.

РЕЗУЛТАТИ ОТ ЧИСЛЕНИ ЕКСПЕРИМЕНТИ

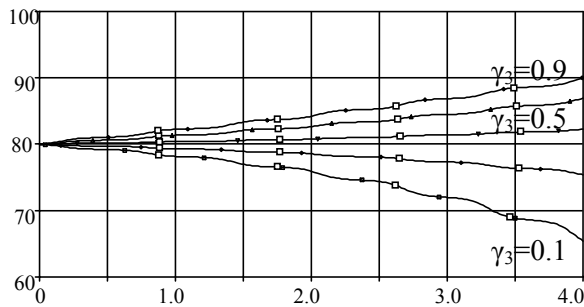
С цел уточняване ролята на отделните данъчни тежести и коефициентите в системата (1), са проведени числени експерименти. Разглежда се процес протичащ в интервала $[0,4]$ При тези експерименти като начални условия за количествата x_1, x_2, x_3 са избрани стойностите

$$x_1(0) = 80, \quad x_2(0) = 15, \quad x_3(0) = 10.$$

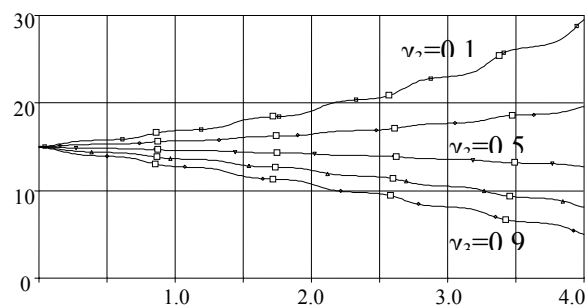
Функциите $\varphi_k(t)$ се определят съгласно формулите (2) при стойности на параметрите

$$\rho = 0.05, \quad b = 10, \quad \sigma = 11.$$

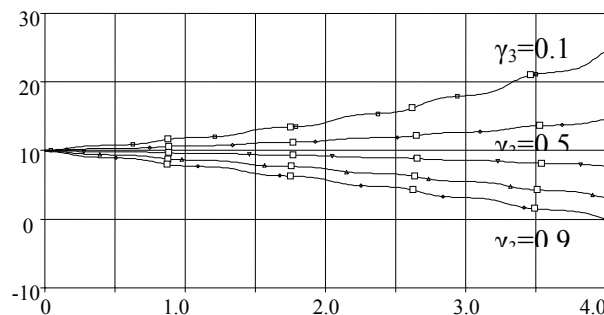
Данъчните тежести за количествата x_1 и x_2 са $\gamma_1 = 0.4, \gamma_2 = 0.1$. При тези стойности на параметрите се проследява влиянието на наказателната тежест γ_3 , за която са избрани стойности от 0.1 до 0.9 през 0.2. На фиг.1 може да се проследи как при нарастване на



Фиг.1 Зависимост на количеството x_1 от наказателната тежест γ_3



Фиг.2 Зависимост на количеството x_2 от наказателната тежест γ_3



Фиг.3 Зависимост на количеството x_3 от наказателната тежест γ_3

наказателната данъчна тежест γ_3 , количеството от продукта x_1 , за което се заплаща данък съгласно определените правила, нараства. Нарастването на γ_3 води до намаляване на количеството x_2 , за което се заплаща по-малък от определения данък, и на количеството x_3 , на което се налагат санкции. Последните изводи могат да се направят след проследяване графиките съответно на фиг.2 и на фиг.3.

ДИСКРЕТЕН МНОГОЕТАПЕН ВАРИАНТ НА МОДЕЛА

Решението на системата (1) определя непрекъснато изменящи се във времето количества. В тази част от работата се предлага дискретен многоетапен вариант на модела за случая, когато функциите $\varphi_k(t)$ в системата (1) се определят чрез формулите (3) и времето се изменя в интервала $[0, T]$. Тогава след някои преобразувания, и като се използва равенството

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{dx_3}{dt},$$

се получава, че количествата x_1, x_2, x_3 удовлетворяват диференциалното уравнение от втори ред

$$(4) \quad \frac{d^2 x}{dt^2} = a \frac{dx}{dt},$$

където е положено $a = ((1 - \gamma_1) + (1 - \gamma_2) + (1 - \gamma_3)\sigma)\rho$. При стъпка h след заместване на производните в уравнение (4) с крайните разлики

$$\frac{d^2x}{dt^2} \approx \frac{x((s+1)h) - 2x(sh) + x((s-1)h)}{h^2}, \quad \frac{dx}{dt} \approx \frac{x((s+1)h) - x((s-1)h)}{2h}$$

се получава равенството

$$(5) \quad x((s+1)h)\left(1 - \frac{ah}{2}\right) = 2x(sh) - \left(1 + \frac{ah}{2}\right)x((s-1)h).$$

След полагането $x(sh) = \lambda^s$ в това равенство [1] се достига до уравнението

$$\lambda^2\left(1 - \frac{ah}{2}\right) - 2\lambda + \left(1 + \frac{ah}{2}\right) = 0,$$

решения на което при $ah \neq 2$ са

$$\lambda_1 = 1, \quad \lambda_2 = \frac{2 + ah}{2 - ah}.$$

Второто от тези решения зависи от данъчните тежести $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$. От общото решение на уравнението (5)

$$x(s)^h = c_1 + c_2\lambda_2^s.$$

с помощта на началните условия $x_1(0), x_2(0), x_3(0)$ се определят при $k = 1, 2, 3$ стойностите на константите c_{1k}, c_{2k} в s -тия етап за всяко едно от количества x_1, x_2, x_3 .

ЛИТЕРАТУРА

[1] Самарский А. А., Николаев Е.С., Методы решения сеточных уравнений, Москва, Наука, 1978.

A SOCIAL SYSTEM MODEL ALLOWING FOR UNREGULATED INTERACTIONS

Todor Gichev, Rositsa Angelova

University of Architecture, Civil Engineering and Geodesy, Sofia 1046 Hr. Smirnenki Str.1 Higher School of Transport "T. Kableshkov", Sofia 1574, Geo Milev Str.158
BULGARIA

Key words: social system, tax evasion, dynamic model

Abstract: We consider a social system in which one quantifiable product is being produced and redistributed. Each unit of the product brings a certain amount of revenue to its holder. A set of rules is introduced into the system, according to which the product's owner is required to pay a tax based on the amount of revenue received. Some of the product holders violate the rules of the system by evading part of the tax that is due. Monitoring and persecution of violators are in place in order to limit tax evasion. Violators who are caught are sanctioned by being required to pay a higher tax on each unit of the product. All units product within the system belong to one of three groups. The first group includes the units for which the full amount of due taxes is paid. The second group consists of units for which owners pay less than the regulated amount of taxes, but the violations remain undetected. The third category consists of units for which less than the regulated tax is paid but the violation is discovered and a fine is imposed on each unit. To represent the processes in the social system, we construct a system of three linear ordinary differential equations that include the relevant tax rate for each group. Numerical experiments help determine the system's coefficients and parameters. Replacing the derivatives in the system of differential equations with finite differences allows us to derive a discrete multi-stage version of the model.