

## ОЦЕНКА НА ШУМОВИТЕ ПАРАМЕТРИ НА ИНЕРЦИАЛНИ СЕНЗОРИ

**Емил Йончев**

[e\\_iontchev@yahoo.com](mailto:e_iontchev@yahoo.com)

*Висше транспортно училище "Тодор Каблешков", катедра "ПТСМС", ул. "Гео Милев" 158, София  
БЪЛГАРИЯ*

**Резюме:** За да се подобрят характеристиките на инерциалните сензори потребителите е необходимо да знаят повече детайли за шумовите им компоненти, за да може по-добре да се моделира стохастичната част на грешките им. Дисперсията на Алън е не сложен и ефективен метод за оценяване и моделиране на характеристиките на различни случайни процеси, представяйки средноквадратичното им отклонение като функция на времето за усредняване. В статията се дават детайли относно използването на метода за оценяване на шумовите параметри на инерциалните сензори. Дисперсията на Алън е приложена за анализ и определяне на различните шумови компоненти в изходния сигнал на акселерометър. Получените стойности на шумовите компоненти могат да бъдат използвани при изграждане на модели за намаляване на грешките на инерциални сензори.

**Ключови думи:** инерциални сензори, стохастично моделиране, дисперсия на Алън

### ВЪВЕДЕНИЕ

В сравнение с традиционните висококачествени инерциални сензори, тези произведени по MEMS технологията все още се характеризират с големи грешки. Точността им основно зависи от нарастващите с времето грешки и по специално от стохастичните грешки. За да се елиминират тези случайни по своята природа грешки се използват стохастични методи, които не се характеризират с голямо разнообразие. Подходящи модели се избират като се използва Дисперсионен анализ, Автокорелационна функция (АКФ), Спектрална плътност на мощността (СПМ) или Адаптивен Калманов филтър [1].

Методи от групата на дисперсионния анализ са – Дисперсията на Алън (ДА) и модифицирана дисперсия на Алън. В честотната област методите се основават на използването на СПМ. При изследване на характеристики на инерциални сензори е прието да се използват моделите на базата на СПМ и Дисперсията на Алън [1]. В статията е използвана ДА за идентифициране и количествено определяне на шумовите параметри на конкретен инерциален сензор.

### ДИСПЕРСИЯ НА АЛЪН

През 1966г. David Allan предлага несложен модел, на базата на дисперсионен анализ, за изучаване стабилността на генератори, които в днешни дни носи неговото име [2]. Този метод е широко приет от стандартизационните комитети за характеризирани на честотната и фазова нестабилност на прецизни генератори. Поради близката аналогия с инерциалните сензори, метода е одобрен за окачествяване на случайните промени в характеристиките на тези сензори

[1, 3]. ДА е анализ във времевата област за определяне на характеристиките на основен случаен процес, който допринася за нарастване на шума в данните. Като такъв, той помага да се идентифицира източника на дадена съставка на шума в данните. При този метод се допуска, че несигурността в данните е генерирана от източници на шум със специфични характеристики. С ДА могат да се определят седем източника на шум от инерциални сензори. Те са: случаен дрейф на скоростта, случаен дрейф на ъгъла, нестабилност на нулевото отклонение, дрейф на нулата, шум от квантуване, промяна на стойността на наклона, синусоидален шум и експоненциално корелиран (Марковски) шум[1].

Отклонението на стойностите на ускорението на изхода на акселерометър при покой, по отношение на времето, е зададено с отчетите  $\{A(i)\}_{i=1+N}$ . От тях може да се образуват групи от  $m$  последователни данни ( $m < N/2$ ), наречени клъстери [4]. Всеки от тях се характеризира с време  $T$ , което е равно на  $t_0, 2t_0, 3t_0, \dots, mt_0$ . Броят на клъстерите, при  $N$  на брой отчети и  $m$  отчета в клъстер е  $M = \frac{N}{m} + 1$ . Усреднената стойност на изходният сигнал за даден клъстер се определя

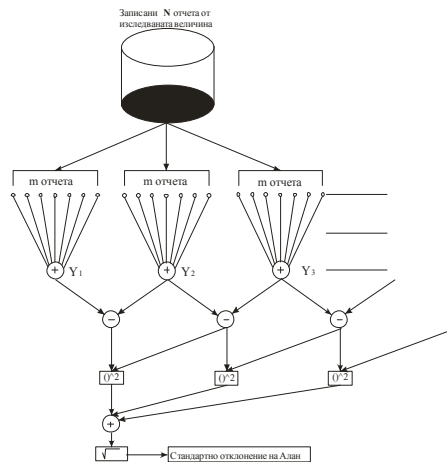
с израза (1)  $Y_k(T) = \frac{1}{T} \int_{t_k}^{t_k+T} A(t) dt$ . Следващият след него клъстер има усреднена стойност

(2)  $Y_{k+1}(T) = \frac{1}{T} \int_{t_{k+1}}^{t_{k+1}+T} A(t) dt$ . Формира се множество от случайни променливи  $\{Y(T)\}$ . Дисперсията

на Алън се образува като разлика между два съседни клъстера и се определя с израза

(3)  $\sigma^2(T) = \frac{1}{2(M-1)} \sum_{k=1}^{M-1} [Y_{k+1}(T) - Y_k(T)]^2$  [4]. Разгледаният процес може да се представи графично

както е показано на фигура 1 [5], където като краен резултат е получено средноквадратичното отклонение на Алън (СКОА).



Фиг. 1 Алгоритъм на метода Дисперсия на Алън

## ВРЪЗКА МЕЖДУ ВРЕМЕВИ И ЧЕСТОТЕН ДИАПАЗОН

Изчислението на средната стойност за определен времеви интервал може да се разглежда, като еквивалентно филтриране. Предавателната функция  $H(f)$  на еквивалентния филтър е

(4)  $H(f) = \frac{\sin^4(\pi f T)}{(\pi f T)^2}$ , откъдето дисперсията се определя с израза (5)  $\sigma^2(T) = 4 \int_0^{\infty} S_A(f) \frac{\sin^4(\pi f T)}{(\pi f T)^2} df$ .

Лентата на пропускане на филтъра зависи от дължината на клъстера  $T$ . Това предполага, че може да се изследват различни случайни процеси посредством настройване на лентата на пропускане на филтъра, чрез различна продължителност  $T$ . Израза (5) ще бъде използван за да се изчисли ДА от стойността на СПМ на шума. СПМ на всеки значим случаен процес може да бъде поставен в интеграла и да се получи израз за ДА  $\sigma^2(T)$ , като функция на дължината на

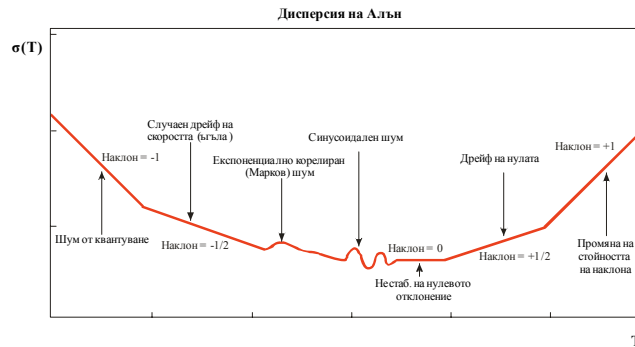
кълстера  $T$ . Този израз е в сила, при условие, че сигнала е стационарен. При нестационарни сигнали трябва да се използва усреднена спектрална плътност на мощността.

В таблица 1 са представени различните видове шумове с изразите за определяне на ДА, СПМ, при какви стойности на дължината на кълстера се определя съответният параметър на шума, наклона на апроксимиращата права за съответният вид шум.

**Таблица 1. Параметри на шумовите компоненти**

| Вид на шума                      | Дисперсия на Алън<br>$\sigma^2(T)$   | Пар. на шума                    | Спектрална плътност на мощността  | Наклон на апрокс. права                           | Мерна единица            |
|----------------------------------|--|---------------------------------|---|---|--------------------------|
| Шум от квантуване                | $\frac{3Q_0^2}{T^2}$   | $Q_0 = \sigma(\sqrt{3})$        | $(2\pi f)^2 t_o Q_0^2$  | -1  | $\mu m / s^2$            |
| Нестаб. на нулевото отклонение   | $0 \text{ при } T \ll \frac{1}{f_0}$<br>$\frac{2B^2}{\pi} \ln 2\pi n \text{ при } T \gg \frac{1}{f_0}$ | $B = \frac{\sigma(f_0)}{0.664}$ | $\left(\frac{B^2}{2\pi}\right) \frac{1}{f}$<br>$\text{при } f \leq f_0$ | $+1 \text{ при } T \ll \frac{1}{f_0}$<br><b>0</b> | $m / s^2$                |
| Дрейф на нулата                  | $\frac{K^2 T}{3}$  | $K = \sigma(3)$                 | $\left(\frac{K}{2\pi}\right)^2 \frac{1}{f^2}$                           | +1/2  | $\frac{m/s^2}{\sqrt{h}}$ |
| Случаен дрейф на скоростта/ъгъла | $\frac{N^2}{T}$  | $N = \sigma(1)$                 | $N^2$   | -1/2  | $\frac{m/s}{\sqrt{h}}$   |
| Промяна на стойността на наклона | $\frac{R^2 T^2}{2}$  | $R = \sigma(\sqrt{2})$          | $\frac{R^2}{(2\pi f)^3}$  | +1  | $\frac{m / s^2}{h}$      |

Най-важното свойство на ДА е възможността да се разграничават различните шумови компоненти посредством наклона на правите изобразяващи СКОА. Изчертаването на зависимостта на  $\sigma(T)$  от дължината на кълстера  $T$  в логаритмичен мащаб дава възможност директно да се покаже вида на случайния процес, който съществува в данните на инерциалния сензор. Графиката на ДА при наличие на всички източници на шум, има вида показан на фигура 2.



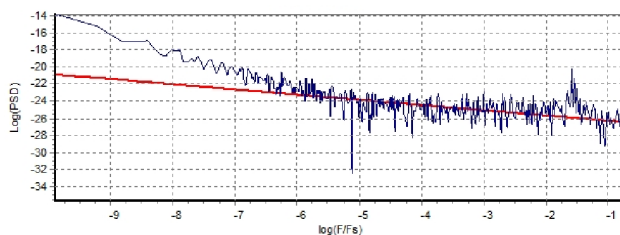
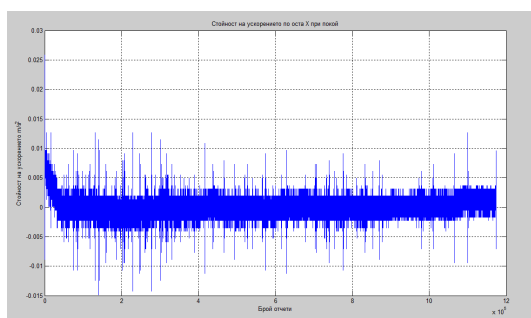
**Фиг. 2 Графично представяне на СКОА**

Различните шумови компоненти се появяват при различни стойности на  $T$ . Това позволява лесно да се идентифицират различните случайни процеси, които съществуват в данните. Ако се допусне, че всичките съществуващи случайни процеси са статистически независими, тогава може да бъде показано, че СКОА за всяко дадено  $T$  е сума от ДА причинени от индивидуалните случайни процеси за същото  $T$  или записано е:  $(6) \sigma_{\text{общо}}^2(T) = \sigma_{\text{дискр.}}^2(T) + \sigma_{\text{дрейф\_нула}}^2(T) + \dots [1]$ .

## ЕКСПЕРИМЕНТАЛНО ОПРЕДЕЛЯНЕ НА ШУМОВИ ПАРАМЕТРИ

За да се определят шумовите компоненти и техните стойности в изходният сигнал на триосния акселерометър LIS3LV02DQ [6], използван в модул за измерване динамиката на превозни средства, е направен запис при покой, с продължителност 8 часа. Честотата на дискретизация е  $F_s=40\text{Hz}$ , а температурата на околния въздух по време на експеримента е  $25^\circ\text{C}$ . Преди да се приложи ДА, от данните е извадена постоянната съставна. Функцията за изчисление на ДА е реализирана в средата на Matlab. За ускоряване на изчисленията дължината на клъстерите не се увеличава последователно, а по степените на две. Върху графиките на СКОА със сини прекъснати линии са нанесени апроксимиращите прави с наклон, съответстващ на дължината на клъстера, при която се определя съответния шумов параметър.

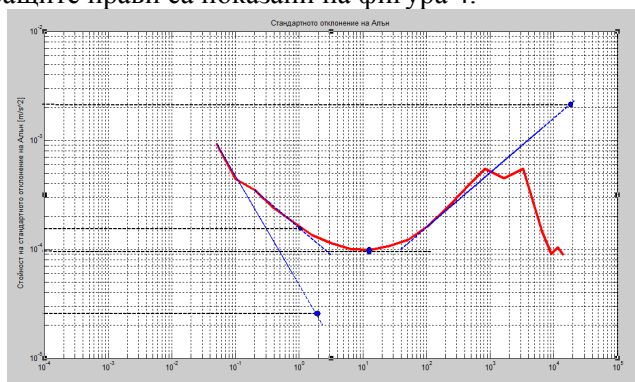
Стандартното отклонение на получените данни по оста X е  $\sigma = 0.001357\text{ m/s}^2$ . Сигнала и съответстващата му спектрална плътност са показани на фигура 3.



Апроксимиращата права е определена с израза  
$$S(f) = f^{-0.61}.$$

Фигура 3. Сигнала и спектралната плътност по оста X

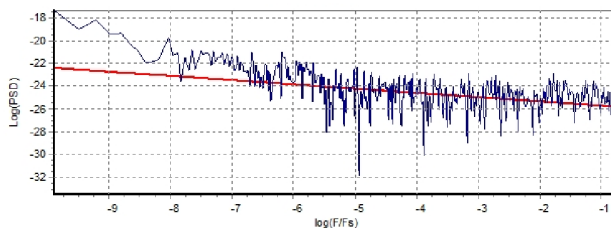
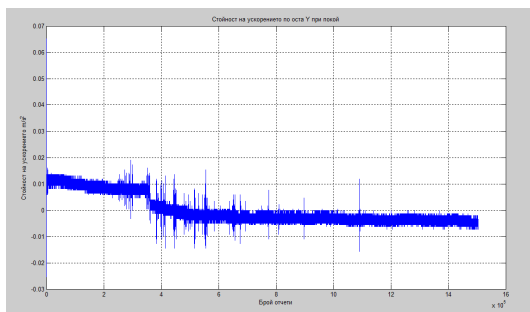
СКОА и апроксимиращите прави са показани на фигура 4.



Фигура 4. СКОА по оста X

В данните са представени следните източници на шум: дрейф на скоростта, дрейф на нулата, шум от квантуване, нестабилност на нулевото отклонение. Стойностите им са показани в таблица 2.

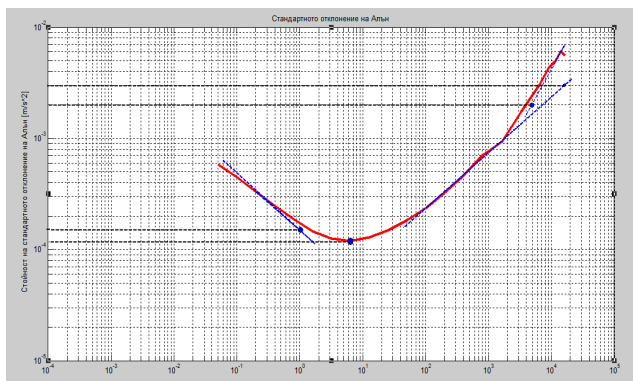
Стандартното отклонение на получените данни по оста Y е  $\sigma = 0.005359\text{ m/s}^2$ . Сигнала и съответстващата му спектрална плътност са показани на фигура 5, а на фигура 6 е представено СКОА.



Апроксимиращата права е определена с израза

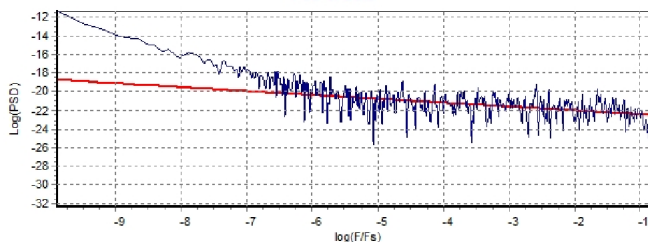
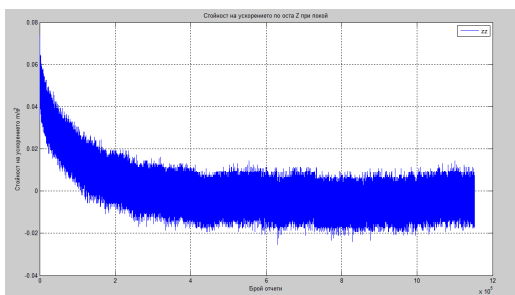
$$S(f) = f^{-0.38}$$

Фигура 5. Сигнала и спектралната плътност по оста Y



Фигура 6. СКОА по оста Y

Стандартното отклонение на получените данни по оста Z е  $\sigma = 0.00978724 \text{ m/s}^2$ . Сигнала и съответстващата му спектрална плътност са показани на фигура 7.

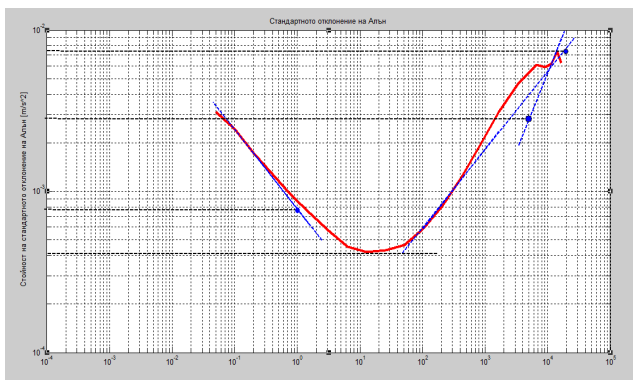


Апроксимиращата права е определена с израза

$$S(f) = f^{-0.42}$$

Фигура 7. Сигнала и спектралната плътност по оста Z

На фигура 8 е представено СКОА. В данните по оста Z са представени следните видове шум: дрейф на скоростта, дрейф на нулата, промяна на наклона, нестабилност на нулевото отклонение.



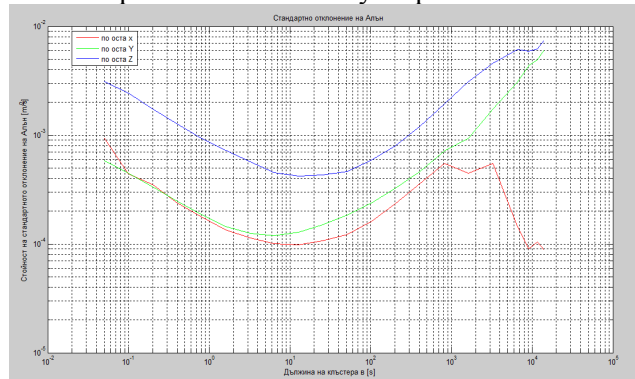
Фигура 8. СКОА по оста Z

Отчетените стойности на отделните шумови параметри са показани в таблица 2.

**Таблица 2 Стойности на шумовите параметри**

|           | Нестабилност на нулевото отклонение<br>$m/s^2$ | Случаен дрейф на скоростта<br>$\frac{m/s^2}{\sqrt{h}}$ | Дрейф на нулата<br>$\frac{m/s^2}{\sqrt{h}}$ |
|-----------|--|--|---|
| По оста X | $1.48 * 10^{-4}$                               | $1.02 * 10^{-2}$                                       | $2.1 * 10^{-3}$                             |
| По оста Y | $1.927 * 10^{-4}$                              | $1.02 * 10^{-2}$                                       | $3 * 10^{-3}$                               |
| По оста Z | $6.385 * 10^{-4}$                              | $4.62 * 10^{-2}$                                       | $7.4 * 10^{-3}$                             |

За сравнение на получените СКОА от данните по трте оси, те са представени на фигура 9. Стойностите на шумовите параметри по оста Z са по високи от тези по другите оси, което се дължи на факта, че по тази ос е приложено земното ускорение.



**Фигура 9. Стойности на СКОА по трите оси**

### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В статията е разгледан метода ДА, като една възможност за оценяване на шумовите параметри на инерциални сензори. Тези параметри може да бъдат определени и ако се използва АКФ или СПМ, но за разлика от тях, ДА е по-проста, и може директно от получената графика да се определят шумовите коефициенти. Проведените експерименти върху данни получени при покой на акселерометър, показват, че на изхода му основният шум е термо-механичният бял шум. Неговата големина се определя с коефициентите на случайният дрейф на скоростта и дрейфа на нулата. Нискочестотният шум се определя с коефициента на нестабилност на нулевото отклонение

### **БЛАГОДАРНОСТ**

Тази публикация беше подготвена с финансовата подкрепа на Националният фонд „Научни изследвания” с договор No.ДТК02/2-2009

### **ЛИТЕРАТУРА**

- [1] IEEE Std 952-1997, IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single Axis Interferometric Fiber Optic, 16 Sept. 1997, ISBN 1-55937-961-8
- [2] Allan David W., Ashby Neil, Hodge Cliff, The Science of Timekeeping, Application Note 1289, Hewlett Packard, June 1997
- [3] IEEE Std 528-2001, IEEE Standard for Inertial Sensor Terminology, The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc., 3 Park Avenue, New York, NY 10016-5997, USA 29 November 2001
- [4] Dr. Walter Stockwell, Bias Stability Measurement: Allan Variance, Crossbow Technology Inc., <http://www.xbow.com>
- [5] Lawrence C. Ng., On the application of Allan variance method for ring laser gyro performance characterization, Lawrence Livermore National Laboratory, October 15, 1993
- [6] [www.st.com/stonline/products/literature/ds/10175/lis3l02dq.pdf](http://www.st.com/stonline/products/literature/ds/10175/lis3l02dq.pdf) - datasheet of LIS2LV02DQ linear accelerometer

# ASSESSMENT OF NOISE PARAMETERS OF INERTIAL SENSORS

**Emil Iontchev**

*Higher School of Transport Todor Kableshev, Geo Milev str.158, Sofia 1574*  
**BULGARIA**

**Keywords:** *inertial sensors, stochastic modelling, Allan variance*

**Abstract:** *In order to improve the performance of the inertial sensors, the users need to know more details about the noise components for a better modelling of the stochastic part of errors. Allan Variance(AV) is a simple and efficient method for evaluating and modeling the characteristics of different types of random process, by representing the root mean square random drift as a function of averaging time. The paper gives the detail about using the method for identifying and modelling noise terms of inertial sensors. AV is used to analyse and determining different noise terms in output signal of an accelerometer. The obtained values of the noise components can be used to build models to reduce errors.*