Mechanics Transport Communications

Academic journal

ISSN 1312-3823

issue 3, 2011

article № 0603

http://www.mtc-aj.com

ЗАВИСИМОСТ МЕЖДУ ВЕРОЯТНОСТНИ СЪОТНОШЕНИЯ, БИФУРКАЦИОННИ ПАРАМЕТРИ И НАЧАЛНИ УСЛОВИЯ НА ХАОТИЧНИ ПОСЛЕДОВАТЕЛНОСТИ

Галина Чернева, Елена Димкина

galja_cherneva@abv.bg, elena.dimkina@abv.bg

Висше транспортно училище „Тодор Каблешков",1574 София, ул. „Гео Милев" №158

БЪЛГАРИЯ

Резюме:*В работата е показано, че въз основа на уникалните свойства на хаотичните сигнали, може да се решава задачата за оценка на параметрите на сигнала. Получени са аналитични изрази за вероятността за грешка при оценка на бифуркационния параметър на хаотичните сигнали в зависимост от началните условия на процеса.*

Ключови думи: *хаотични сигнали, бифуркационен параметър, чувствителност към начални условия*

ПОСТАНОВКА НА ПРОБЛЕМА

С развитие на теорията на динамичния хаос се появяват нови възможности за решаване на редица проблеми по осигуряване на скритост на радиокомуника-ционните системи. В литературата [1] под скритост се разбира способността на системата да се противопоставя на откриване и измерване параметрите на излъч-ваните сигнали.

Поради априорната неопределеност процесът на измерване на параметрите на сигнала се характеризира с вероятностни съотношения. Традиционно те се базират на енергийни кри-терии, а не на формата на сигнала. Някои фундаментални свойства на хаотичните сигнали обаче, позволяват формата на процеса да се използва като обективна оценка на вероятността за откриване на параметрите му.

В настоящата работа е показано, че въз основа на уникалните свойства на хаотичните сигнали, може да се решава задачата за оценка на параметрите на сигнала. Получени са аналитични изрази за вероятността за грешка при оценка на бифуркационния параметър на хаотичните сигнали в зависимост от началните условия на процеса.

ВЕРОЯТНОСТ ЗА ГРЕШКА ПРИ ОТКРИВАНЕ ПАРАМЕТРИТЕ НА ХАОТИЧНИЯ СИГНАЛ

Процесът на измерване на даден параметър на сигнала се оценява чрез вероятността за грешка p, определена като [1]:

(1) $$p = F\left(\frac{3\varepsilon_0}{2\sigma_\varepsilon}\right),$$

където:

(2) $$F(z)=\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_{0}^{z}\exp\left(\frac{-t^2}{2}\right)dt$$

е вероятностната интегрална функция на Крамп.

ε_0 е максимална стойност на грешката при измерване на дадения параметър;

σ_{ε}^2 е дисперсия на грешката.

Разглеждаме дискретен хаотичен сигнал, чийто математичен модел е от вида [5]:

(3) $\boldsymbol{x}\,[n+1]=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}\,[n],\lambda)$,

където

(4) $\mathbf{x}[n]=(\mathrm{x}_0[n], \mathrm{x}_1[n], \mathrm{x}_2[n], \ldots\ldots,\mathrm{x}_m[n])$

е n - тото състояние на процеса;

(5) $\boldsymbol{f}=(f_1, f_1, \ldots\ldots.. f_m)$

е дискретна функция, която трансформира $\mathbf{x}[n]$ в следващото състояние $\mathbf{x}[n+1]$;

λ е бифуркационен параметър, който управлява топологичната или качествената промяна на процеса.

Изменението на траекторията на хаотичните процеси зависи от стойността на бифуркационния параметър. При преминаване на параметъра през някаква критична стойност може да настъпи качествена промяна на състоянието. Затова търсим вероятността за грешка при оценка на бифуркационния параметър λ.

Съществена особеност на хаотичните сигнали е тяхната силна чувствителност към началните условия на процеса. Вследствие на това, разликата между два сигнала, генерирани от една и съща дискретна функция (5), но с различни, макар и много близки начални състояния, нараства експоненциално с времето. Така тези сигнали ще са напълно разходими след първите няколко итерации.

Количествена мярка за разходимостта им са характеристичните *показатели на Ляпунов* [4]. Това е съвкупност от величини Λ_j, $j=1...m$, които за дискретен процес от вида (1) се определят като:

(6) $$\Lambda_j=\lim_{m\to\infty}\frac{1}{m}\ln\frac{\|x_m[n]\|}{\|x_0[n]\|},$$

където $\|...\|$ е норма,

x_0 е начално, а x_m - крайно състояние на процеса.

Ако Δ е максималната стойност на грешката при измерване на параметър λ, то съгласно (1), тя ще се определи като

(7) $$p_\lambda=F\left(\frac{3\Delta}{2\sigma_\lambda}\right).$$

Дисперсията на грешката σ_λ може да се получи от информационната матрица на Фишер [3]:

(8) $$\sigma_\lambda^2=\Phi_{xx}\,\frac{1}{\det\boldsymbol{\Phi}_{x\lambda}}.$$

В (8) са използвани следните означения [2]:

(9) $\boldsymbol{\Phi}_{x,\lambda}=\begin{bmatrix} \Phi_{xx} & \Phi_{x\lambda} \\ \Phi_{\lambda x} & \Phi_{\lambda\lambda} \end{bmatrix}$,

където:

(10) $$\Phi_{xx}=2\sum_{i=1}^{I}\left(\prod_{k=1}^{i}y_{n+k}\right)^2+2;$$

(11) $$\Phi_{\lambda\lambda}=2\sum_{i=1}^{I}x_{n+i}^2\left(1-x_{n+1}\right)^2;$$

(12) $$\Phi_{x\lambda}=\Phi_{\lambda x}=2\sum_{i=1}^{I}\left(\prod_{k=1}^{i}y_{n+k}x_{n+k}\left(1-x_{n+k}\right)\right);$$

(13) $y_{n+k}=\boldsymbol{f}^{/}(\boldsymbol{x}[n+k],\lambda)$;

I - брой итерации.

Но (7) е вероятността за грешка, получена при измерване на параметър λ.

За да се отчете грешката при формиране на опорен хаотичен сигнал в приемника вследствие неточното определяне на λ, трябва да се въведе и разходимостта d на траекториите. Тя е функция на броя итерации и показателите на Ляпунов:

(14) $d=\boldsymbol{f}^{(I)}(\boldsymbol{x}[0],\lambda+\Delta)-\boldsymbol{f}^{(I)}(\boldsymbol{x}[0],\lambda)\approx e^{I\Lambda_j}$,

С отчитане на (14), зависимост (7) добива вида:

(15) $$p_\lambda=F\left(\frac{3\Delta e^{I\Lambda_j}}{2\sigma_\lambda}\right).$$

ИЗВОДИ

В работата е потърсена връзка между формата на хаотичния сигнал и вероятността за откриване на параметрите му. Използвана е следната последователност:

форма на процеса. $\rightarrow$ структура на атрактора $\rightarrow$. зависимост от начални условия и бифуркационен параметър $\rightarrow$ количествен критерий за зависимост.

В качеството на количествен критерий са използвани характеристичните показатели на Ляпунов.

Изведените аналитични зависимости могат да се използват при изследване на структурната скритост на радиокомуникационни системи с хаотични сигнали.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Варакин Л.Е., Системы связи с шумоподобными сигналами, М. Радио и связь, 1985

[2] Костенко П.Ю., Интерполяция последовательностей, генерируемых нелинейной динамической системой, Международна конференция по радиотехника, вип.128, 2002.

[3] Сиващенко С.И., Разделение хаотических и периодических последовательностей на основе использования алгоритма интерполяции, Радиоэлектронные и компютерние системы, Бр.3.2009.

[4] F.C.Lau, C.K.Tse. Chaos-Based Digital Communication Systems, Springer-Verlag, 2003.

[5] S.Mandal, S.Banerjee. A Chaos Based Spread Spectrum Communication System. Conf. Nonlinear Sys. Dynamics.Kharagpur.28-30.12. 2003

PROBABILITY EXPRESSIONS, BIFURCATION PARAMETERS AND SENSITIVITY TO INITIAL CONDITIONS OF CHAOTIC SIGNALS

Galina Cherneva, Elena Dimkina

Todor Kableshkov University of Transport, Sofia, 158 Geo Milev Str.
BULGARIA

Key words: *chaotic signal, bifurcation parameter, sensitivity to initial conditions*
Abstract*: In this paper is shown, that owing to unique properties of chaotic signals, it is possible to solve a problem of estimation of their parameters. Analytical expressions are got for the error-probability to estimation of bifurcation parameter. Dependence of error-probability is shown on the chaotic signals' sensitivity to initial conditions.*