

АНАЛИЗ НА МАТЕМАТИЧЕСКИ ИЗРАЗИ ЗА ОПРЕДЕЛЯНЕ КРИТЕРИЯ НА ДЕРАЙЛИРАНЕ НА ЖЕЛЕЗОПЪТНА КОЛООС

Добринка Атмаджова

atmadzhova@abv.bg

доц.д-р инж, Висше транспортно училище "Тодор Каблешков",
катедра "Транспортна техника" София 1574, ул. "Гео Милев" 158

БЪЛГАРИЯ

Резюме: В статията е направена оценка на математически зависимости за определяне коефициента на дерайлиране въз основа на закона на Coulomb за сухото триене и хипотезите за определяне на силите при псевдоплъзгане, така наречените „Friction” формула и „Creep” формула. Анализът показва, че коефициента на дерайлиране получен по „Friction” формула и „Creep” формула, се увеличава значително за малки и отрицателни ъгли на рискаене и клонят към стойност на критерия, определен по формулата на Nadal за по-големи ъгли на рискаене на колоостта. Установено е, че „Creep” формулата дава по-точна стойност на коефициента на дерайлиране. Изследвани са ефектът на някои параметри за дерайлиране, като коефициент на триене колело-релса, ъгъл на рискаене, ъгъл на реборда в контактната точка, вертикално натоварване на колело и радиус на крива. Предлага се опростена формула за дерайлиране на колелото, въз основа на „Creep” формулата.

Ключови думи: дерайлиране, критерий за дерайлиране, колоос

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Основните причини за дерайлиране са: счупени или изместени релси, висока или недостатъчна скорост, повреда на подвижния състав и на колелата, сблъсък с препятствия. Дерайлиране би могло да бъде следствие на сблъсък между два или повече влакове. Както се знае, основните изисквания за безопасност за железопътния транспорт е, да не се допуска никакво дерайлиране, в противен случай то може да причини повреда на превозните средства, нараняване и дори смърт. Следователно, е много важно изучаването на механизма на дерайлиране.

Основната формула за определяне критичната стойност на коефициента на дерайлиране е отношението на хоризонталната напречна сила Q към вертикалната сила P в контактната точка. Чрез квазистатичен анализ на колоос в 3-D пространството в [1] е получено общото уравнение за определяне коефициента на дерайлиране. Въз основа на закона на триене на Coulomb и хипотезите за определяне на силите на крипа, са изведени формули отчитащи триенето в контактната точка „колело-релса” и преплъзването.

Въпреки че в миналото са разработвани много материали, механизма на възкачването на реборда върху релсата все още не е известен поради сложността на системата „взаимодействие колело-релса”. Целта на тази статия е да се направи оценка на математически зависимости

за определяне коефициента на дерайлиране въз основа на закона на Coulomb за сухото триене и хипотезите за определяне на силите при псевдоплъзгане, така наречените „Friction” формула и „Creep” формула. Необходимо е също така задълбочено проучване върху ефекта на някои параметри за дерайлирането, като ъгъл на рискаене на колоостта, контактен ъгъл на реборда, коефициент на триене и др.

2. МАТЕМАТИЧЕСКИ ИЗРАЗИ ЗА ОПРЕДЕЛЯНЕ КРИТЕРИЯ НА ДЕРАЙЛИРАНЕ НА ЖЕЛЕЗОПЪТНА КОЛООС

2.1. Формула на Nadal

Дерайлирането е явление, което е изследвано в продължение на над 100 години. Най-прилаганата формула за определяне критерия на дерайлиране на железопътна колоос е формулата на Nadal [2], представяваща отношението на хоризонталната странична сила Q към вертикалната сила P в контактната точка „колело-релса”, имаща вида:

$$(1) \frac{Q}{P} = \frac{\tan \beta_L - \mu}{1 + \mu \tan \beta_L}$$

където: β_L - представлява ъгъла на реборда в контактната точка „колело-релса” за атакуващото колело; μ - коефициент на триене в контакта „колело-релса”.

2.2. „Friction” формула

Въз основа на закона на Coulomb за сухото триене и предполагайки, че в контактната точка „колело-релса” има пълно напречно преплъзване, критерият на дерайлиране на железопътна колоос се определя по следната зависимост:

$$(2) \frac{Q}{P} = \frac{C \sin \beta_L - \mu \psi (r_L / r_0 - 1 - b_L / R)}{C \cos \beta_L + \mu \psi \tan \beta_L} \quad \text{като} \quad (3) C = \sqrt{(r_L / r_0 - 1 - b_L / R)^2 + \psi^2 \cos^2 \beta_L},$$

където r_0 и r_L са номиналният радиус и радиуса в контактната точка на атакуващото колело; R и b_L са радиуса на кривата и половината разстояние между контактните точки на лявото и дясното колело с релсовия път; ψ е ъгъла на завъртането на колоостта около вертикалната ос z_w .

Формулата за определяне критичният коефициент на дерайлиране – зависимост (2) в настоящата статия е наречена за краткост „Friction” формула.

2.3. „Creep” формула

Критерий на дерайлиране базиран на силите на крипа, определяни по линейната теория на Kalker [3]. Линейната теория на Kalker се ограничава с разглеждането на случая на малък крип. На опростяване може да се подложи и нелинейната теория на Kalker, ако отхвърли влиянието на крипа на въртене. Опростения приближен модел, в който е използвана линейната теория на Kalker, се прилага за изчисляване силата на крипа [4, 5, 6]. След което на тези сили, при необходимост се налагат ограничения с помощта на приблизителния подход, основан на нелинейната теория на Johnson [7], за случая, когато влиянието на крипа на въртене се пренебрегва. Отчитането на нелинейния ефект, свързан с ограничението на сцеплението, се осъществява с помощта на следната формула:

$$(4) \quad T_R = \sqrt{T_{xL}^2 + T_{yL}^2}$$

където: T_R - резултираща сила на крипа (без налагане на ограничения); T_{xL} , T_{yL} - неограничените линейни сили на крипа по съответните оси за атакуващото колело.

Неограничените линейни сили на крипа могат да бъдат модифицирани според модел на Shen–Hedrick–Elkins [8].

Следвайки по-нататък подхода на Johnson [7] при пресмятане на крипа, се намира резултиращата сила T'_R с налагане на нелинейните ограничения:

$$(5) \quad T'_R = \mu N \left[\frac{T_R}{\mu N} - \frac{1}{3} \left(\frac{T_R}{\mu N} \right)^2 + \frac{1}{27} \left(\frac{T_R}{\mu N} \right)^3 \right] \quad \text{при } T_R \leq 3\mu N \quad \text{и} \quad T'_R = \mu N \quad \text{при } T_R > 3\mu N$$

При изчисленията по формула (5) е включен крипа на въртене за сметка на напречния крип T_{yL} и при намиране на резултиращата сила на кирапа T_R (без налагане на ограничения). За изчисляване компонентите на резултиращата сила на крипа е необходимо определянето на направлението на силата относно резултиращия вектор на крипа. Известни са два крайни случая - при малки крипове и при пълно преплъзване.

При малки крипове, когато е в сила линейната теория, неограничените линейни сили на крипа се определят по следните зависимости:

$$(6) \quad T_{yN} = (T_y / T_R) T'_R; \quad T_{xN} = (T_x / T_R) T'_R$$

$$\text{или } (7) \quad T_{yN} = T'_R \cdot \cos \chi_1 \quad T_{xN} = T'_R \cdot \sin \chi_1$$

където: $\chi_1 = \arctg(T_x / T_y)$.

При пълно преплъзване, ако $T_R > 3\mu N$, неограничените линейни сили на крипа се определят по следните зависимости:

$$(8) \quad T_{yN} = (\xi_y / \tau) \cdot \mu \cdot N; \quad T_{xN} = (\xi_x / \tau) \cdot \mu \cdot N \quad \text{или } (9) \quad T_{yN} = \mu \cdot N \cdot \cos \chi_2$$

$$T_{xN} = \mu \cdot N \cdot \sin \chi_2$$

където: μ - коефициент на триене; $\chi_2 = \arctg(\xi_x / \xi_y)$; $\tau = \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}$.

Ако се приеме линейна апроксимация χ , т.е.

$$(10) \quad \chi = \chi_1 + (\chi_2 - \chi_1) \cdot (T_R / 3\mu N) \quad \text{при } T_R \leq 3\mu N \quad \text{и} \quad \chi = \chi_2 \quad \text{при } T_R > 3\mu N$$

В съответствие с приближения модел, силата на крипа се представя със зависимостта:

$$(11) \quad T_{yN} = T'_R \cdot \cos \chi \cdot \text{sgn}(T_y) \quad T_{xN} = T'_R \cdot \sin \chi \cdot \text{sgn}(T_x)$$

Силите на крипа в контактната точка „колело-релса“ се определят от изразите:

$$(12) \quad T_x = (T'_R / T_R) T_{xL}, \quad T_y = (T'_R / T_R) T_{yL}$$

Формулата за определяне критичният коефициент на дерайлиране, наречена за краткост „Creep“ формула в настоящата статия, приема следвия вид:

$$(13) \quad \frac{Q}{P} = \frac{N \tan \beta_L - \frac{T'_R}{\sqrt{T_{xL}^2 + T_{yL}^2}} T_{yL} - \psi \frac{T'_R}{\sqrt{T_{xL}^2 + T_{yL}^2}} T_{xL} \cos^{-1} \beta_L}{N + \frac{T'_R}{\sqrt{T_{xL}^2 + T_{yL}^2}} T_{yL} \tan \beta_L}$$

Силите на крипа T_x , T_y са във функция на нормалната сила N в точка на контакта „колело-релса“. Нормалната сила N се определя по следното уравнение:

$$(14) \quad N \cos \beta_L + T_y(N) \sin \beta_L - P = 0$$

Уравнение (14) е нелинейно алгебрично уравнение на променливата N и може да бъде решено с помощта на метода на итерация на Нютон. След изчисляване на N за определена експериментално стойност на P , критичната стойност на коефициента на дерайлиране може да бъде изчислен и експериментално определен [9,10]. По този начин може да бъдат изследвани условията за дерайлирането на колоос, повлияни от параметрите P , ψ , μ , β_L и т.н..

3. ОПРЕДЕЛЯНЕ КОЕФИЦИЕНТА НА ДЕРАЙЛИРАНЕ ПО ТАКА НАРЕЧЕНИТЕ ФОРМУЛА НА NADAL, „FRICTION“ ФОРМУЛА И „CREEP“ ФОРМУЛА

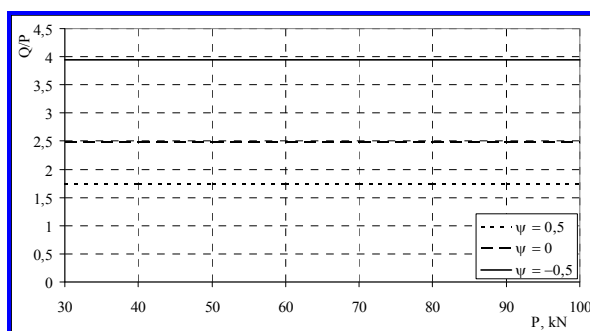
Основните стойности на параметрите на колоос за анализ на дерайлиране, са изброени в таблица 1.

Таблица 1. Основни стойности на параметрите за една колоос

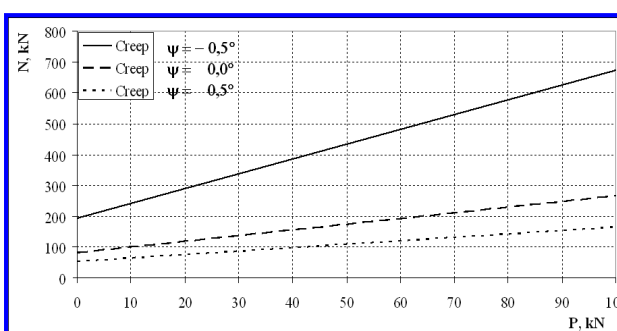
μ	β_L	ψ	P	σ	G
0.25	68°	0.5°	70 kN	0.3	$8.08 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$
r_0	r_L	r_{WL}	r_{TL}	R	b_L
0.4575m	0.475m	0.0175m	0.013m	300m	0.75m

Фигура 1 показва влиянието на вертикалната сила P върху коефициента на дерайлиране Q/P изчисляван по „Creep” Формула. То се вижда, че Q/P почти не се влияе от промяната на вертикалната сила P в контакта „колело-релса”, а само се е увеличил за отрицателен ъгъл на завъртането на колоостта ψ около ос z_W .

Връзката между вертикалната и нормална сили са илюстрирани на фиг. 2. Колкото по-голяма е вертикалната сила, толкова по-голяма е и нормална сила.

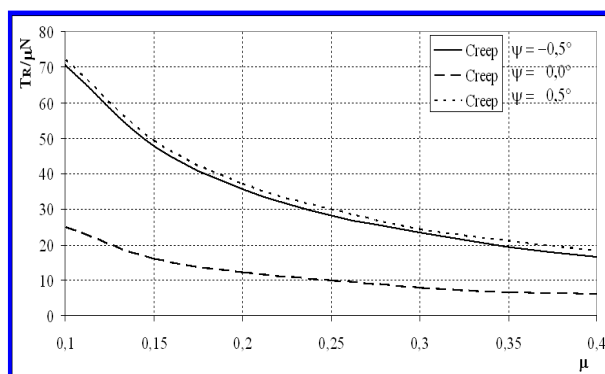


Фиг. 1. Влияние на стойността на вертикалната сила в контакта „колело-релса” върху коефициента на дерайлиране, при различни ъгли на завъртането на колоостта ψ около ос z_W .



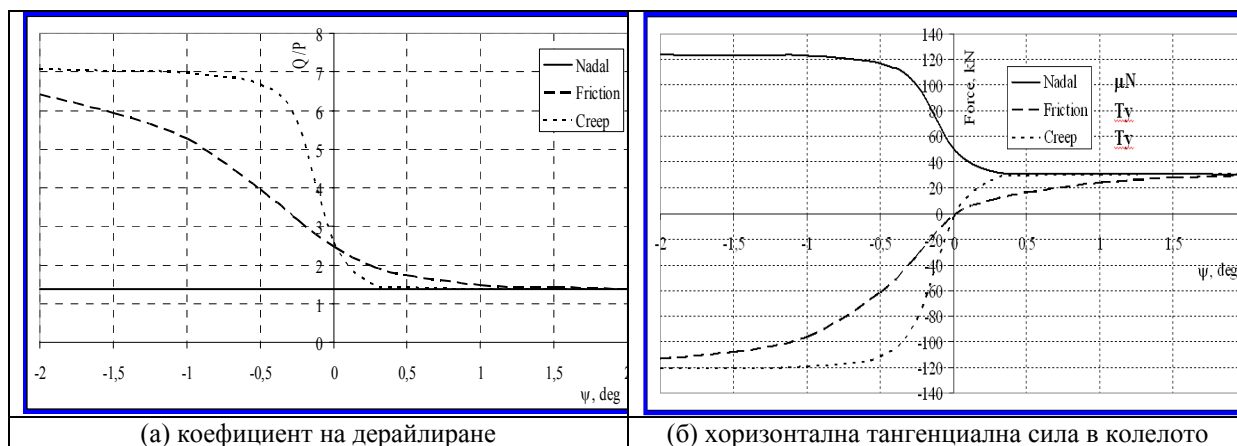
Фиг. 2. Връзка между вертикална сила и нормална сила в контакта „колело-релса”, при различни ъгли на завъртането на колоостта ψ около ос z_W , определени по „Creep” формула.

Известно е от фиг. 3, че съотношението $T_R/\mu \cdot N$ е по-голямо от 3,0, което означава, че силите на крипа винаги се определят за пълно преплъзване, в съответствие с уравнение (22).



Фиг. 3. Отношение на силите $T_R/\mu \cdot N$ във функция от коефициента на триене при различни ъгли на завъртането на колоостта ψ около ос z_W , определено по „Creep” формула.

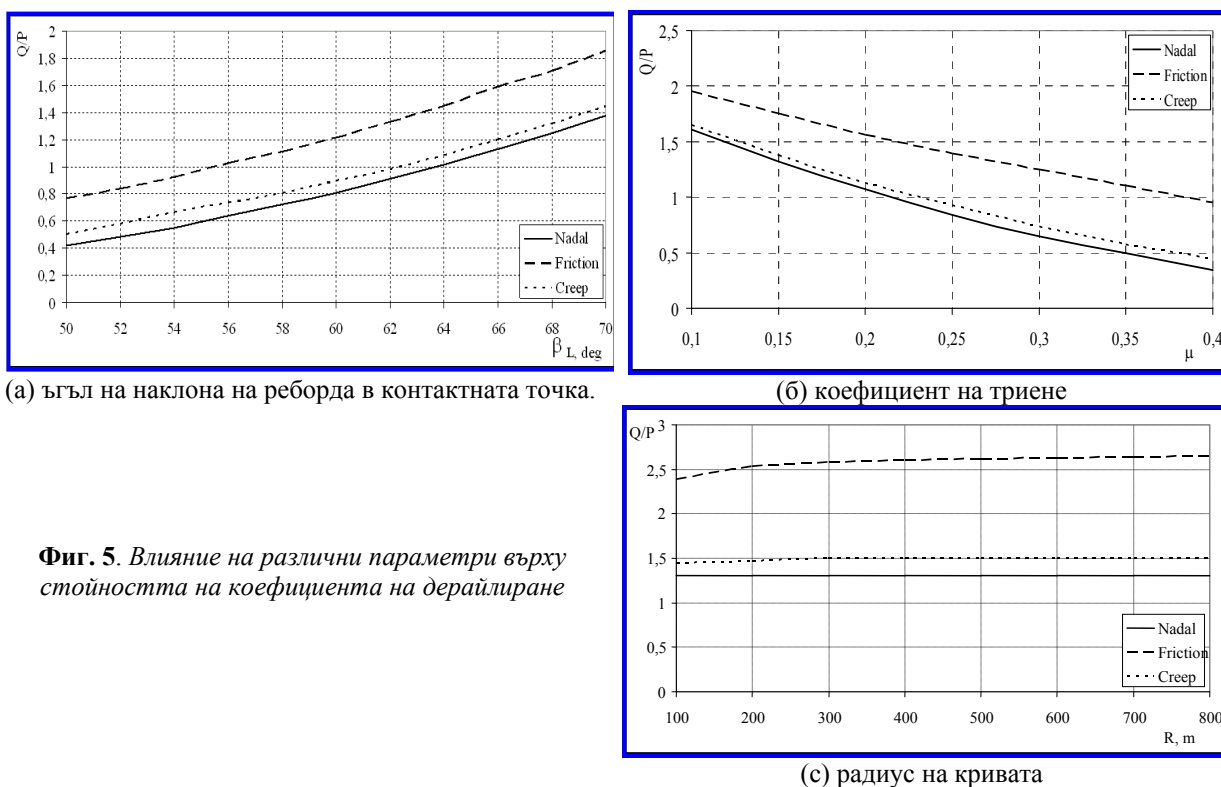
Сравнение на получените стойности на коефициента на дерайлиране по формулите на Nadal, „Friction” формула и „Creep” формулата в зависимост от ъглите на завъртането на колоостта ψ около ос z_W (ъгъла на рискаене на колоостта) е направено на фигура 4.



Фиг. 4. Сравнение на различни критерий на дерайлиране.

Резултатите показват, че получените стойности по различните формули се припокриват при голям ъгъл на рискаене, което съответства на работа [11]. Въпреки това, коефициента на дерайлиране определен по формули „Friction” и „Creep”, са се увеличили значително за малък и отрицателен ъгъл ψ от получената стойност по формула на Nadal. По този начин формулата на Nadal, не може да прецени точно явлението дерайлиране за малък и отрицателен ъгъл на рискаене на колоостта. Това може да се обясни от фигура 4 (б), че силите T_y в контакта „колело-релса” по формули „Friction” и „Creep”, са свързани с крипа и се променя посоката в сравнение със силата $\mu \cdot N$ по формулата на Nadal, когато ъгълът ψ става отрицателен. Така също се вижда, че коефициента на дерайлиране определен по „Creep” формула е по бързо сходим до определените стойности по формулата на Nadal в сравнение с определените по „Friction” формула за положителен ъгъл ψ , което означава, че приложението на „Friction” формула не е безопасно за практическо използване при положителен ъгъл ψ .

Влиянието на другите параметри върху коефициента на дерайлиране, като ъгъла на реборда в контакта, коефициентът на триене и радиуса на кривата при $\psi = 0,5^\circ$ са показани на фигура 5. Увеличаването на ъгъла на реборда ще намали възможността за дерайлиране и е изгодно за защита от възкачването на реборда върху релсата, докато голям коефициент на триене в контакта „колело-релса” ще увеличи възможността за изкачване на колелото и дерайлиране. Вижда се, че радиуса на кривата има пряк ефект върху коефициента на дерайлиране, но всъщност, радиуса на кривата R ще повлияе на ъгъла на рискаене на колоостта - ψ . Обикновено малкият радиус на кривата определя по-висок ъгъл ψ , които увеличава възможността за дерайлиране.



Фиг. 5. Влияние на различни параметри върху стойността на коефициента на дерайлиране

4. ОПРОСТЕН КРИТЕРИЙ ЗА ОПРЕДЕЛЯНЕ ИЗКАЧВАНЕТО НА КОЛЕЛО ВЪРХУ РЕЛСАТА

Въпреки че „Creep” формула е точна за диагностика на изкачването на колело върху релсата, тя не е толкова удобна за да се използва в практиката поради нейната сложност. Съгласно анализа в предишната точка, „Creep” формулата отчита ъгъла на реборда, ъгъла на рискаене на колоостта и коефициента на триене, и стойността му се приближава към стойността на формулата на Nadal при по-голям ъгъл ψ . Въз основа на това, може да бъде получена нова опростена формула за определяне критерия за изкачване на колело върху релсата. Опростената формула, така наречена „Simplified” формула е както следва:

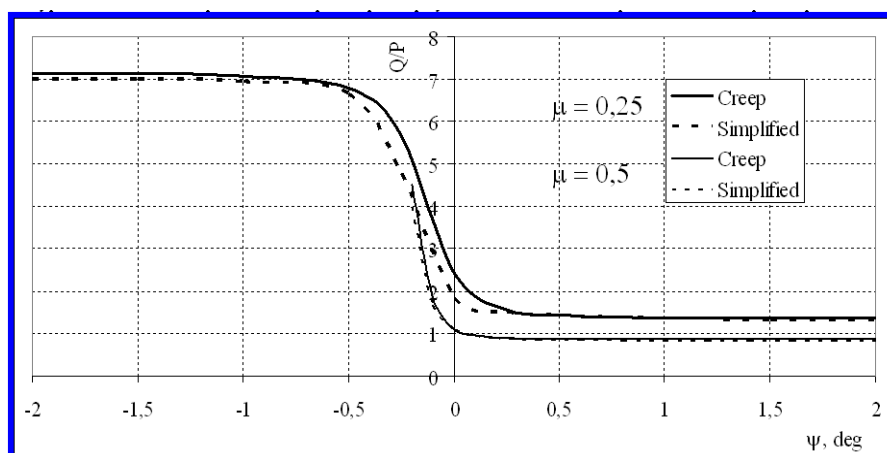
$$(15) \quad \frac{Q}{P} = c(\psi) \frac{\tan \beta_L - \mu}{1 + \mu \tan \beta_L}$$

където $c(\psi)$ е фактор, свързан с ψ , който е изразен като:

$$(16) \quad c(\psi) = c_1 - c_2 \arctan(c_3 \psi + c_4)$$

Всъщност, стойностите на константите c_i ($i = 1, 2, 3, 4$) и ψ са свързани с коефициента на триене μ и ъгъла на реборда в контактната точка β_L . За базови стойности на параметрите са приети: $\mu = 0.25$ и $\beta_L = 68^\circ$ с ъгъл ψ вариращ от -2° до 2° , избираме константите $c_1 = 3.03$, $c_2 = 1.35$, $c_3 = 15$, $c_4 = 3.0$ за подходящи криви.

При приемане следната стойност за коефициента на триене $\mu = 0.5$, за коефициентите по уравнение (16) получаваме: $c_1 = 3.6$, $c_2 = 1.71$, $c_3 = 20$, $c_4 = 1.4$, за ъгъл ψ вариращ от -0.1° до 2° . За случай на голям коефициент на триене при отрицателни стойности ψ , коефициента на дерайлиране Q/P е изключително висок, което означава, че дерайлиране едва ли може да се случи. По този начин, само малки отрицателни ъгли на рискаене се приемат за случай на голям коефициент на триене.



Фиг. 6. Кривите по „Simplified” формула

Фигура 6 показва изчислените стойности на коефициента на дерайлиране Q/P получени по „Creep” формула и опростената „Simplified” формула при $\mu = 0.25$ и 0.5 . Тук предложената опростената формула, получена въз основа на „Creep” формула, отчитаща влиянието на всички възможни фактори на дерайлиране е добре приложима в сравнение с други публикувани критерии [12-17].

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

(1) Въз основа закона на триене на Coulomb и хипотезите за определяне на силите на крипа, са изведени така наречените „Friction” и „Creep” формули.

(2) Коефициентът на дерайлиране Q/P почти не се влияе от промяната на вертикална сила P в контакта „колело-релса” за „Creep” формула.

(3) Проведено е сравнение на критерия на дерайлиране с вариране на различни ъгли на рискаене на колоостта. Резултатите показват, че коефициента на дерайлиране, базиран на „Friction” и „Creep” формули клони към стойността получена по формулата на Nadal при голям ъгъл на рискаене на колоостта. Но коефициента на дерайлиране се увеличава значително за малки и отрицателен ъгъл на рискаене на колоостта, докато формулата на Nadal не е свързана с този ъгъл. Така, че е известно, че формулата на Nadal е приложима за оценката на дерайлирането, при малки и отрицателен ъгъл на рискаене на колоостта.

(4) Увеличаването на ъгъла на реборд е изгодно за защита от възкачване на колелото върху релсата и дерайлирането, но голямият коефициент на триене увеличава възможността за възкачване на колелото върху релсата. Въпреки, че коефициент дерайлирането има не явно отношение към радиуса на кривата, радиусът на кривата има пряк ефект върху ъгъла на рискаене на колоостта. Обикновено малкият радиус на кривата определя по-висок ъгъл на рискаене, което ще увеличи възможността за дерайлиране.

(5) Предлага се опростена („Simplicity”) формула за определяне коефициента на дерайлиране, която се получава въз основа на „Creep” формула и може удобно да бъде приложима, поради своята простота.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ахмаджова Д. Определяне критерия за дерайлиране на железопътна колоос. Квазистатичен анализ на колоос. XX НК с международно участие на ВТУ „Т. Каблешков”, 2011
- [2] Nadal, M.J., Locomotives a vapeur. Collection Encyclopedie Scientifique. Biblioteque de Mecanique Appliquee et Genie, 186, Paris, 1908
- [3] Kalker J.J., Three dimensional elastic bodies in rolling contact. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London, 1990.
- [4] Jerzy Piotrowski SIMPLIFIED WHEEL-RAIL CONTACT MODEL for application in vehicle system dynamics, Workshop on Rail Vehicle Dynamics Kraljevo 2011

- [5] Goran Simić Activities of the Faculty of Mechanical Engineering Belgrade in the Field of Rail Vehicle Dynamics, Workshop on Rail Vehicle Dynamics Kraljevo 2011
- [6] Šoškić, Z., D. Petrović, N. Bogojević and R. Rakanović, "Suggestions for development of sensors for measurement of forces at wheel-rail contact". XV SCIENTIFIC CONFERENCE "TRANSPORT 2005" University of Transport, Sofia, 2005
- [7] Johnson K. L. The effect of a tangential force upon the rolling motion of an elastic sphere upon a plane. - Journal of applied mechanics, 1958, v. 25, N., pp. 339-346
- [8] Shen, Z.Y., Hedrick, J.K. and Elkins, J.A., A comparison of alternative creep force models for rail vehicle dynamic analysis. Proceedings of the 8th IAVSD Symposium. Supplement to Vehicle System Dynamics, pp. 591-605, 1983
- [9] Novak Nedić, Dragan Petrović, Dragan Pršić, Mirko Djapić, Snežana Ćirić-Kostić, Ljubomir Lukić, International, Science and Technical Cooperation of the Faculty of Mechanical Engineering in Kraljevo VII Triennial International Conference HEAVY MACHINERY – HM 2011, 31-40
- [10] Dragan Petrovic, Milan Bižić, Development of Measurement Equipment for Testing of Dynamic Behavior of Railway Vehicles at Faculty of Mechanical Engineering Kraljevo, Workshop on Rail Vehicle Dynamics Kraljevo 2011
- [11] Elkins, J. and Wu H., Angle of attack and distance-based criteria for flange climb derailment. Vehicle System Dynamics, 33(suppl): 293–305, 2000
- [12] Karmel, A. and Sweet, L.M., Wheelset mechanics during wheelclimb derailment. Transactions of the ASME Journal of Applied Mechanics, 51, 680–686, 1984
- [13] Sweet, L.M. and Karmel, A., Evaluation of time-duration dependent wheel load criteria for wheelclimb derailment. ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 103, 219–227, 1981
- [14] Ishida, H. and Matsuo M., Safety criteria for evaluation of railway vehicle derailment. Quarterly Report of RTRI, 40(1), 18–25, 1999
- [15] Parena, D., Kuka N., Masmoudi, W. and Kik, W., 1999, Derailment simulation, parametric study. Vehicle System Dynamics, 33(suppl): 155–167.
- [16] Shu, X., Wilson, N., Wu, H. and Tunna J., A bi-parameter distance criterion for flange climb derailment. Proceedings of the ASME/IEEE Joint Rail Conference: Research and Testing for Industry Advancement, 9–17, 2005
- [17] Nagase, K., Wakabayashi, Y. and Sakahara, H., A study of the phenomenon of wheel climb derailment: results of basic experiments using model bogies. Proceedings of the Institute of Mechanical Engineering, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, 216(4), 237–248, 2002

ANALYSIS OF MATHEMATICAL EXPRESSIONS FOR DETERMINE THE CRITERIA DERAILMENT OF RAILWAY WHEELSET

Dobrinka Atmadzhova

Assoc. Prof., PhD, Todor Kableshkov Higher School of Transport,
BULGARIA

Key words: *derailment, criterion for derailment, wheelset*

Abstract: *In this paper an assessment is to determine mathematical expressions for determine the coefficient based on the Coulomb's friction law and the creep force laws, the Friction Formula and Creep Formula for the evaluation of derailment are derived, respectively. The analysis shows that the derailment coefficients of Friction Formula and Creep Formula required for derailment are increased considerably for smaller and negative yaw angles, and tend to the value of Nadal's Formula at larger wheelset yaw angles. The Creep Formula is more reasonable for the assessment of derailment. The effect of some parameters on flange climb derailment, such as wheel/rail friction coefficient, yaw angle, flange contact angle, wheel vertical load and curve radius, are investigated. Finally, a simplified formula for wheel climb derailment based on the Creep Formula is proposed.*