

ОПРЕДЕЛЯНЕ НА НАЙ-КРАТКИТЕ ПЪТИЩА В ТРАНСПОРТНА МРЕЖА ЧРЕЗ ИЗПОЛЗВАНЕ МЕТОДА НА ДИНАМИЧНОТО ПРОГРАМИРАНЕ

Димитър Живков Димитров
dimitar@vtu.bg

*Висше транспортно училище “Тодор Каблешков”,
катедра “Технология, организация и управление на транспорта”
Ул. “Гео Милев” 158, София 1574, БЪЛГАРИЯ*

***Ключови думи:** най-кратък път, граф, оптимизация, транспортна мрежа, динамично програмиране*

***Резюме:** Настоящата публикация разглежда проблемите за намиране на най-кратките пътища в транспортна мрежа, като се използва метода на динамичното програмиране. Формулирана е практическа задача и е решен числов пример за посочения проблем в среда на Excel.*

1. Въведение

Намирането на най-краткия път в транспортната мрежа е важна задача намираща приложение при организацията на транспортния трафик и в частност за изпълнение на задачите по оперативното планиране и управление на превозните средства в транспорта.

При определянето на най-кратките пътища в транспортната мрежа се използват основно два показателя, а именно:

-намиране на минималното време за придвижване на транспортните средства;

-намиране на минималната стойност на разходите необходими за придвижване на транспортните средства.

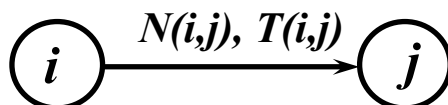
Един от подходите които може да се приложи за намиране на пътя с минимална стойност в мрежова структура е така наречения метод на динамичното програмиране. Този метод изисква транспортната мрежа да се представи като граф. Чрез метода на динамичното програмиране се определя най-краткия път между две точки от построения граф.

Настоящия доклад разглежда проблема за намиране на най-кратките пътища в транспортна мрежа, която е представена като граф. Използвания

подход за решаване на тази задача се базира на метода на динамичното програмиране. В тази връзка е разгледан и решен е числен пример, с който се илюстрира модела на поставената задача. Използвания софтуерен инструментариум е програмния продукт Excel.

2. Модел на задачата за намиране на най-кратките пътища в мрежа

При решаването на задачата за намирането на най-краткия път в транспортна инфраструктура, мрежата се изобразява като насочен граф от тип АОА (*Activities on Arrow* – дейностите като дъги), в който транспортните пунктове (събития) се представят като върхове, а транспортните маршрути (продължителността) като дъги на графа както е показано на фиг. 1.



Фиг. 1. Принципен модел за представяне на мрежата.

Означенията на фиг. 1 са съответно:

i, j – начално и крайно събитие;

$N(i,j)$ – наименование на дъга (i,j) ;

$T(i,j)$ – време (разход) за преминаване през дъга (i,j) .

Алгоритъмът на метода на динамичното програмиране включва обхождане на графа първо по посока на стрелките от началното до крайното събитие и после обратно като се търсят стойностите на късните моменти и ранните моменти за настъпване на събитията както е показано на следните формули:

$$(1) \quad t_i^k = \min\langle (b,i) \in B_i \mid b < i \rangle (t_b^k + T_{b,i})$$

$$(2) \quad t_i^p = \max\langle (a,i) \in A_i \mid a < i \rangle (t_a^k + T_{a,i})$$

за всяко фиксирано i , където B_i и A_i са множествата на предшестващите (b,i) и последващи (a,i) дъги от графа.

Определянето на резервите на събитията се базира на следната формула:

$$(3) \quad t_i^r = t_i^k - t_i^p$$

Определянето на най-краткия път в графа между началното s и крайното q събитие за множеството от пълни пътища W_i се базира на формулата:

$$(4) \quad L_{\min}^{s,q} = \min\langle (s,q) \in W_i \rangle (L_i^{s,q})$$

Така формулирания модел за намиране на най-кратките пътища в мрежа ще бъде апробиран със следващия числен пример.

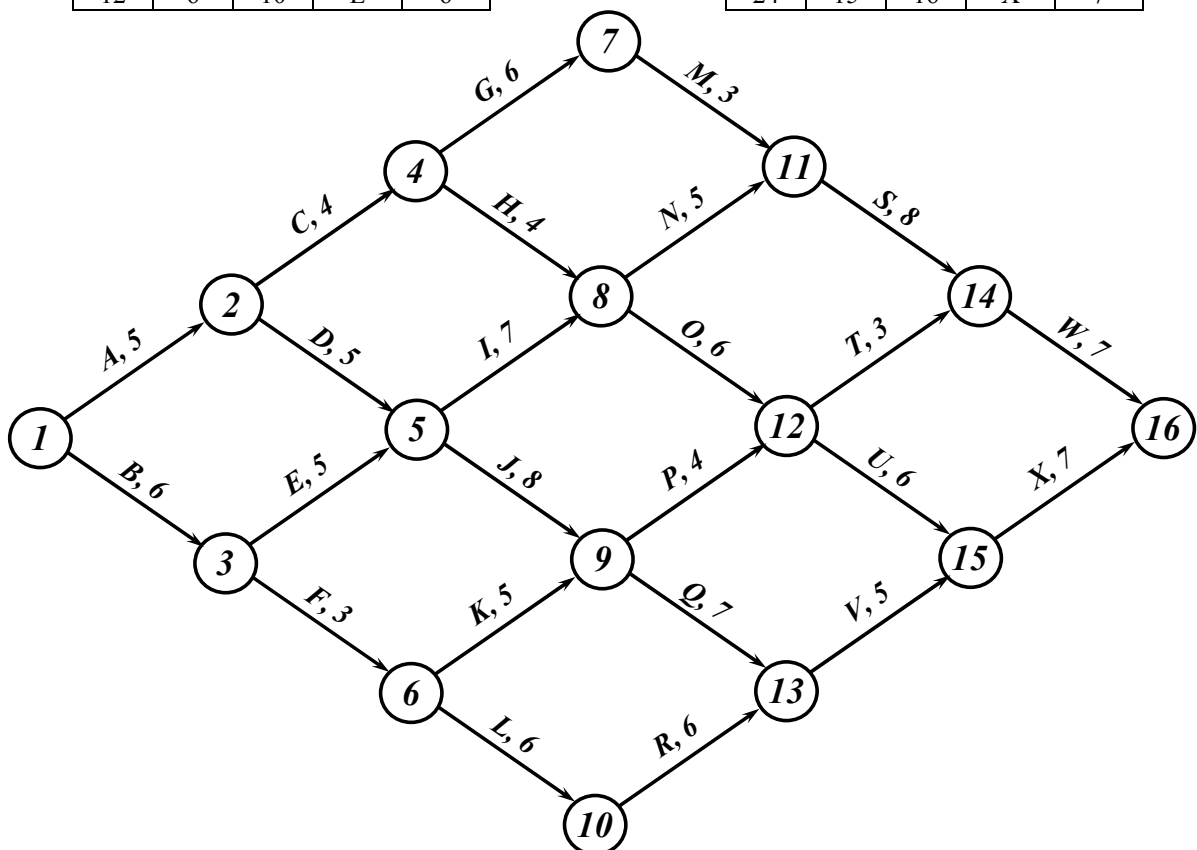
3. Числен пример за намиране на най-кратките пътища в мрежа

Нека разгледаме следния АОА модел на мрежа описан аналитично в таблица 1 и представен графически на фигура 2. За този модел трябва да определим най-краткия път между две точки – в случая между точки 1 и 16.

Таблица 1

No	върхове		N(i,j)	T(i,j)
	i	J		
1	1	2	A	5
2	1	3	B	6
3	2	4	C	4
4	2	5	D	5
5	3	5	E	5
6	3	6	F	3
7	4	7	G	6
8	4	8	H	4
9	5	8	I	7
10	5	9	J	8
11	6	9	K	5
12	6	10	L	6

No	върхове		N(i,j)	T(i,j)
	i	J		
13	7	11	M	3
14	8	11	N	5
15	8	12	O	6
16	9	12	P	4
17	9	13	Q	7
18	10	13	R	6
19	11	14	S	8
20	12	14	T	3
21	12	15	U	6
22	13	15	V	5
23	14	16	W	7
24	15	16	X	7

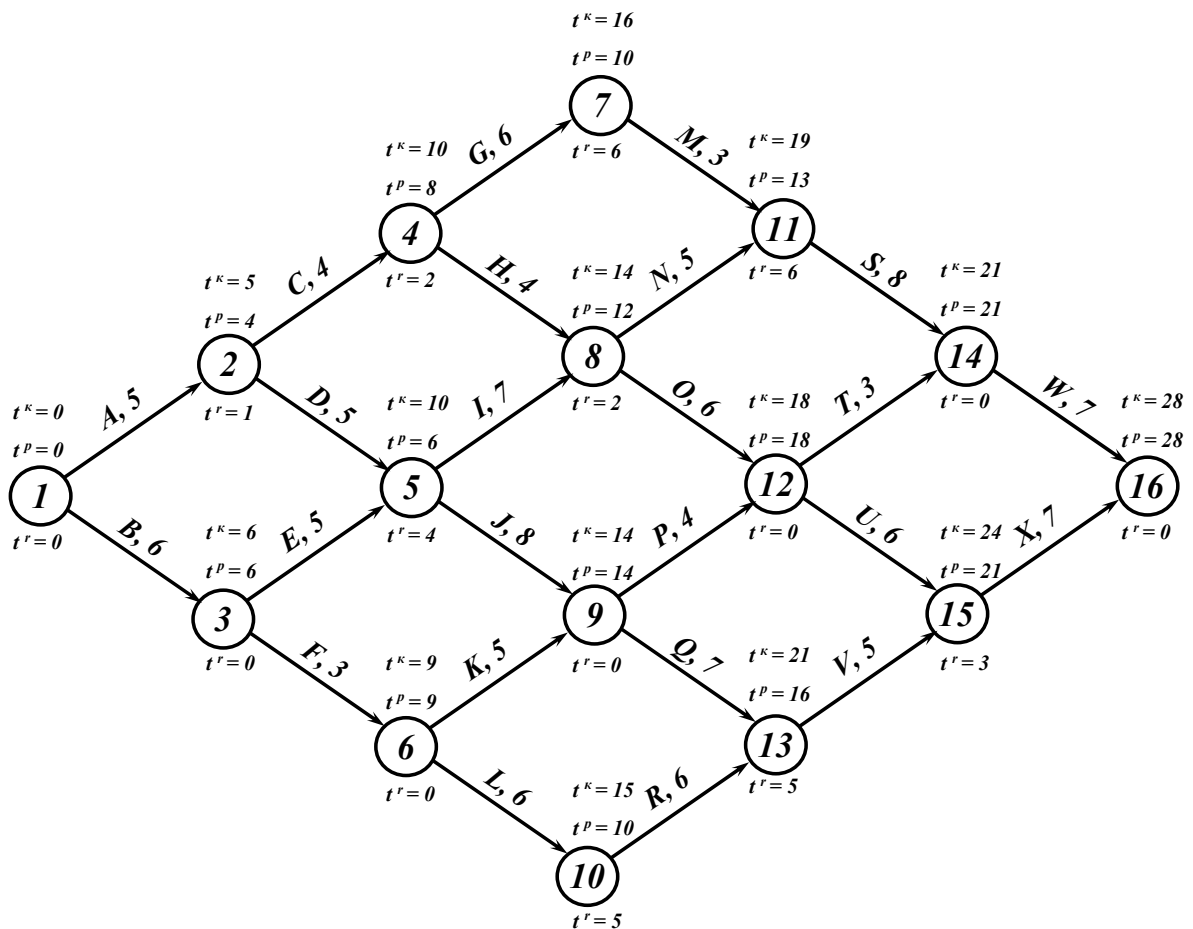


Фиг. 2. Граф на разглежданата транспортна мрежа.

Прилагайки ф-ли (1-3) определяме стойностите на късните и ранните времена на събитията (върховете) в графа между началната точка 1 и крайната точка 16. Чрез използване на възможностите на Excel за оформяне на таблици и формули за изчисления получаваме резултатите от метода на динамичното програмиране, които са показани в таблица 2 и фиг. 3.

Таблица 2

върх на графа	късен момент	ранен момент	резерв
1	0	0	0
2	5	4	1
3	6	6	0
4	10	8	2
5	10	6	4
6	9	9	0
7	16	10	6
8	14	12	2
9	14	14	0
10	15	10	5
11	19	13	6
12	18	18	0
13	21	16	5
14	21	21	0
15	24	21	3
16	28	28	0

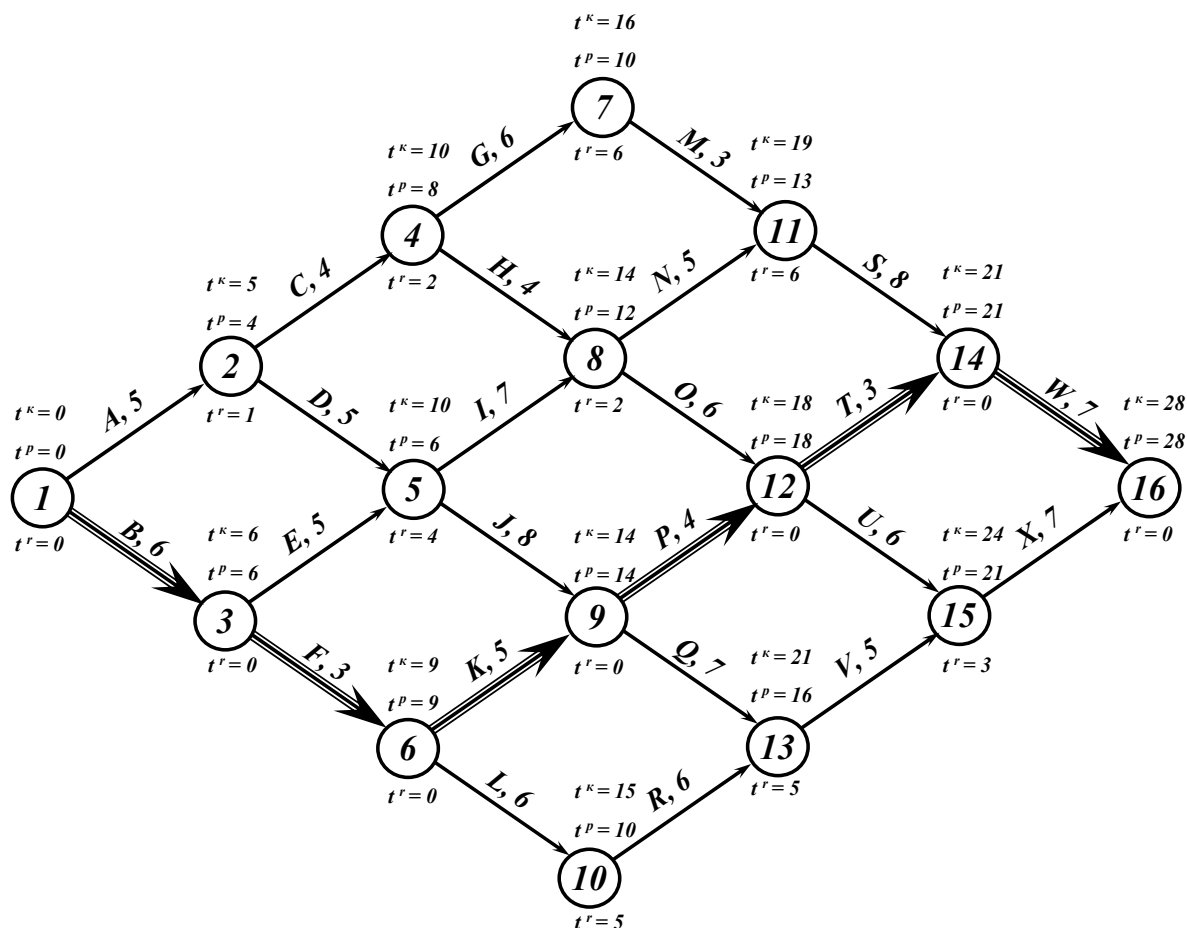


Фиг. 3. Граф на транспортната мрежа с нанесени стойности на t^k , t^p и t^r .

Определянето на най-краткия път между двете точки в графа (1 – 16) се базира на получените стойности за резерва на събитията и минималната

стойност на пътищата между събитията с резерв равен на 0, както е определен на базата на ф-ла 4 и нанесен на фиг. 4.

$$L_{\min}^{1,16} \{(1,3); (3,6); (6,9); (9,12); (12,14); (14,16)\} = T_{1,3} + T_{3,6} + T_{6,9} + T_{9,12} + T_{12,14} + T_{14,16} = 28$$



Фиг. 3. Граф на транспортната мрежа с нанесен най-краткия път.

С това се изчерпва решението на задачата за намиране на най-краткия път между точки 1 и 16 от графа на транспортната мрежа. Същата може да бъде многократно решавана за други избрани точки от показания граф.

4. Заключение

Представения в настоящата публикация подход за решаване на задачата за намиране на най-кратките пътища в мрежа показва един подход основаващ се на метода на динамичното програмиране, който е сравнително лесен за практическо приложение.

На базата на математическия модел (ф-ли 1÷4) е разгледан числен пример, в който е показана мрежовата графова структура на задачата и са определени както най-краткия път между две точки от графа, така и неговата стойност като време.

Представения пример може да бъде лесно дефиниран и адаптиран към друга мрежова структура от тип АОА. Чрез използването на Excel се намира

решение на задачата за намиране както на стойността по време, така и на структурата на най-краткия път между две точки.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] ДИМИТРОВ Д., КИРЧЕВ Т., Задача за оперативно управление на транспортните пунктове, Сборник доклади на петнадесета научна конференция с международно участие ТРАНСПОРТ-2005, с. I-59-I-62.
- [2] РАЗМОВ Т., ДИМИТРОВ Д., Ръководство за лабораторни упражнения и курсово проектиране по управление на проекти, София, 2006.

MINATION OF SHORTEST WAYS IN TRANSPORT NETWORK USING THE DYNAMIC PROGRAMMING METHOD

Dimitar Zhivkov Dimitrov

*Department of Technology, Organization and Management of Transport,
Todor Kableshkov Higher School of Transport
158 Geo Milev str., Sofia 1574, BULGARIA*

Key words: *the shortest ways, graph, optimization, transport network, dynamic programming*

Summary: *The current paper treats problems connected with the determination of the shortest ways in transport network using the dynamic programming method. A practical problem has been defined and a digital example has been solved in Excel.*