

**АНАЛИЗ НА ЕФЕКТА НА ЛОКАЛНИТЕ ИНЕРЦИОННИ
СИЛИ ВЪРХУ ЕХД СМАЗВАНЕ НА ДИНАМИЧНО НАТОВАРЕНИ
ПЛЪЗГАЩИ ЛАГЕРИ**

Васил Александров, Юлиана Яворова
july@uctm.edu

*ВТУ “Т. Каблешков”, ул. “Гео Милев” 158, ХимикоТехнологичен и
Металургичен Университет,София, бул.”Св. Климент Охридски” №8,
София, България*

*Ключови думи: плъзгащ лагер, локални инерционни сили, трансформации
на Фурие*

*Резюме: Целта на настоящата работа е да се демонстрира влиянието
на локалните инерционни сили на маслото при движението му в хлабината
върху работните характеристики на ХД плъзгащ лагер в експлоатационен
режим. Разглежда се модел на лагер с крайна дължина (2-D задача) в
изотермична и изовискозна постановка. Върху шийката му има нанесено тънко
покритие от гъвкав материал, чиито деформации се определят в
съответствие с хипотезата на Винклер. Обобщеното уравнение на Рейнолдс е
изведено с прилагане на метода с трансформации на Фурие. Представените
резултати се отнасят до предписана траектория на центъра на шийката.*

1. Въведение

Повечето анализи на ХД лагери са базирани на допускането, че приносът на инерционните сили на маслото към действието на лагера е пренебрежим. Това обаче може да се разглежда като истина само за стационарните случаи. Попълните изследвания на ситемата маслен слой-лагер са показали, че приносът на локалните инерционни сили на движещия се флуид може да бъде значителен. Тези допълнителни инерционни ефекти се дължат на промените на скоростта във времето. Разбира се, това не означава, че споменатият принос е съизмерим с този на вискозните сили. Съществуват множество публикации ([1], [2] и др.), където ефектът на тези ускорения е отчетен в анализа на поведението на лагера, но само за случаите на т.нар. безкрайно дълги лагери (равнинна задача).

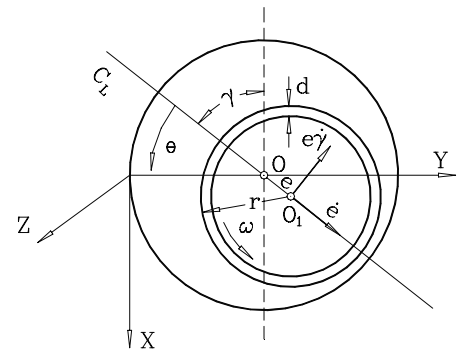
Целта на настоящата работа е да се демонстрира влиянието на локалните инерционни сили на маслото по време на движението му върху стойностите и

разпределението на ХД налягане в лагера. Плъзгащият лагер е с крайна дължина (2-D задача) и върху шийката му има нанесено тънко еластично покритие, чиито деформации имат стойности, съизмерими с тези на дебелината на масления филм в хлабината.

Пространствената нестационарна еластохидродинамична (ЕХД) задача е изследвана при опростена еластична постановка съобразно с хипотезата на Винклер. Проблемът се разглежда в условията на изотермичност и изовискозност. Обобщеното уравнение на Рейнолдс е получено с прилагане на трансформации на Фурие. Диференциалното уравнение се решава числено с крайни разлики и итеративна процедура. Резултатите се отнасят до предписана траектория на центъра на лагерната шийка.

Означения:

- c Радиална хлабина
- d Дебелина на покритието
- E Модул на Юнг
- e ексцентрицитет
- h Дебелина на масления слой
- L Дължина на лагера,
- p ХД налягане
- r Външен радиус на покритието
- t време
- u, v, w Скоростни компоненти
- γ Ъгъл на отклонението
- δ Радиални премествания
- ν Кинематичен вискозитет
- η Динамичен вискозитет
- μ Коефициент на Поасон;
- ρ Плътност на маслото
- ω Ъглова скорост на вала



Фиг. 1

Безразмерни параметри

$$H = \frac{h}{c}; \quad \Pi = \frac{c^2}{6\eta\omega r^2} \cdot p; \quad \tau = t \frac{\omega}{2};$$

$$z_1 = \frac{z}{L/2}; \quad \bar{\delta} = \frac{\delta}{c};$$

$$\alpha = \left(\frac{2r}{L} \right)^2 - \text{отношение диаметър-дължина на вала}$$

$$\varepsilon = \frac{e}{c} - \text{относителен ексцентрицитет};$$

$$\theta = \frac{x}{r} - \text{ъглова координата, мерена от линията на центровете};$$

$$K_h = \frac{6\eta\omega r^2}{c^3} 2 \frac{1-\mu^2}{\pi E} d - \text{коефициент на деформируемост};$$

$$S = \frac{Wc^2}{\eta\omega r^3 L} - \text{число на Зомерфелд}$$

$$\text{Re} = \frac{c\omega r}{\nu} - \text{критерий на Рейнолдс};$$

$$\lambda = \frac{c}{r} \text{Re} - \text{обобщено число на Рейнолдс.}$$

2. Основни уравнения

В случая на плъзгащ лагер, разглеждан в пространствена постановка, уравненията управляващи движението на флуида с отчитане на локалните инерционни членове са:

$$(1) \quad \frac{\partial u}{\partial t} - \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}; \quad (\text{а})$$

$$0 = \frac{\partial p}{\partial y}; \quad (\text{б})$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} - \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}; \quad (\text{в})$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (\text{г})$$

Очевидно от (1.б.) следва независимост от y на събираемите в лявата част на равенствата в (1.а) и (1.в). Тогава, ако се въведат изразите

$$(2) \quad u(x, y, z, t) = u^*(y, t) - f_1(x, y, z, t);$$

$$(3) \quad w(x, y, z, t) = w^*(y, t) - f_2(x, y, z, t),$$

където

$$(4) \quad f_1(x, y, z, t) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \int p dt = \frac{\partial q}{\partial x};$$

$$(5) \quad f_2(x, y, z, t) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \int p dt = \frac{\partial q}{\partial z}.$$

двете уравнения (1.а) и (1.в) стават хомогенни и имат вида

$$(6) \quad \frac{\partial u^*}{\partial t} - \nu \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} = 0$$

$$(7) \quad \frac{\partial w^*}{\partial t} - \nu \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} = 0.$$

В съответствие с [3] едно от частните решения на уравнения като (6) и (7) е от вида

$$(8) \quad \psi(y, t) = A e^{\pm(1+i)\sqrt{\frac{\omega}{2\nu}}y + i\omega t},$$

където A е произволна константа. Тъй като функциите $f_1(x, y, z, t)$ и $f_2(x, y, z, t)$ са неизвестни, е необходимо да се търсят решения за (6) и (7) в общ вид, което би могло да се постигне чрез въвеждане на интеграли на Фурие в (8), а именно

$$(9) \quad u^*(y, t) = \int_{-\infty}^{\infty} A_1(\omega) e^{\varphi y + i\omega t} d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} A_2(\omega) e^{-\varphi y + i\omega t} d\omega;$$

$$(10) \quad w^*(y, t) = \int_{-\infty}^{\infty} A_3(\omega) e^{\varphi y + i\omega t} d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} A_4(\omega) e^{-\varphi y + i\omega t} d\omega,$$

където

$$(11) \quad \varphi = (1+i)\sqrt{\frac{\omega}{2\nu}}$$

и $A_i(\omega)$ са спектрални плътности на $u^*(y, t)$ и $w^*(y, t)$.

Определянето на A_i ($i = 1, 2, 3, 4$) би могло да се изпълни чрез прилагане на интегралните трансформации на Фурие (където ω е параметър на трансформацията) при отчитане на следните граничните условия:

$$(12.а) \quad u^*(0, t) = u_0^* = \frac{\partial q}{\partial x} = \int_{-\infty}^{\infty} [A_1(\omega) + A_2(\omega)] e^{i\omega t} d\omega;$$

$$(12.б) \quad u^*(h, t) = u_h^* = u_h + \frac{\partial q}{\partial x} = \int_{-\infty}^{\infty} A_1(\omega) e^{\phi h + i\omega t} d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} A_2(\omega) e^{-\phi h + i\omega t} d\omega;$$

$$(12.в) \quad w^*(0, t) = w^*(h, t) = \frac{\partial q}{\partial z};$$

$$(12.г) \quad u(x, 0, z, t) = u_0 = v(x, 0, z, t) = v_0 = w(x, 0, z, t) = w_0 = w(x, h, z, t) = w_h = 0;$$

$$(12.д) \quad u(x, h, z, t) = u_h = \omega r + \dot{e} \sin \theta - e \dot{\gamma} \cos \theta;$$

$$(12.е) \quad v(x, h, z, t) = v_h = \omega r \frac{\partial h}{\partial x} + \dot{e} \cos \theta + e \dot{\gamma} \sin \theta.$$

С прилагането на следните права трансформация на Фурие

$$(13) \quad f(x, z, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} C(x, z, t) e^{i\omega t} d\omega$$

и съответната обратна трансформация

$$C(x, z, \omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, z, t) e^{-i\omega t} dt,$$

както и след удовлетворяване на граничните условия (12.а, б, в) се получават следните изрази за скоростните компоненти

$$(14) \quad u(x, y, z, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(C_1 + C_2) sh\phi y + C_2 sh\phi(h - y)}{sh\phi h} e^{i\omega t} d\omega - \frac{\partial q}{\partial x};$$

$$(15) \quad w(x, y, z, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} C_3 \frac{ch\phi \left(\frac{h}{2} - y \right)}{ch\phi \frac{h}{2}} e^{i\omega t} d\omega - \frac{\partial q}{\partial z},$$

където

$$(16) \quad C_1(x, z, \omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} u_h e^{-i\omega t} dt;$$

$$C_2(x, z, \omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial q}{\partial x} e^{-i\omega t} dt;$$

$$C_3(x, z, \omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial q}{\partial z} e^{-i\omega t} dt.$$

Тъй като дебелината на масления филм е достатъчно малка, радиалната компонента на скоростта може да се изрази във вида

$$v(x, y, z, t) = D_1(x, z, t)y + D_2(x, z, t),$$

а като се отчетат (12.г и 12.е) тази скорост се записва като:

$$(17) \quad v(x, y, z, t) = \frac{1}{h} v_h y = \frac{1}{h} \left(\omega r \frac{\partial h}{\partial x} + \dot{e} \cos \theta + e \dot{\gamma} \sin \theta \right) y.$$

Заместването на изразите за скоростите u , v , w в уравнението на непрекъснатостта и последващото интегриране по направление, напречно на филма

$$\int_0^h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) dy = 0$$

дават

$$(18) \quad \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h u dy - u_h \frac{\partial h}{\partial x} + v_h + \frac{\partial}{\partial z} \int_0^h w dy = 0,$$

където

$$(19) \quad \int_0^h u dy = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (C_1 + 2C_2) \frac{1}{\varphi} th\varphi \frac{h}{2} e^{i\omega t} d\omega - \frac{\partial q}{\partial x} h;$$

$$(20) \quad \int_0^h w dy = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} 2C_3 \frac{1}{\varphi} th\varphi \frac{h}{2} e^{i\omega t} d\omega - \frac{\partial q}{\partial z} h.$$

Чрез представяне на хиперболичната функция $th(\varphi h/2)$ в редове по $(\varphi h/2)$ и след пренебрегване на събираемите от по-висока степен, изразите (19) и (20) могат да се представят като

$$(21) \quad \int_0^h u dy = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (C_1 + 2C_2) \left(\frac{h}{2} - i \frac{\omega h^3}{24\nu} + \dots \right) e^{i\omega t} d\omega - \frac{\partial q}{\partial x} h;$$

$$(22) \quad \int_0^h w dy = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} C_3 \left(h - i \frac{\omega h^3}{12\nu} + \dots \right) e^{i\omega t} d\omega - \frac{\partial q}{\partial z} h.$$

Отбелязвайки, че

$$(i\omega)^n e^{i\omega t} = \frac{d^n}{dt^n} e^{i\omega t}$$

горните изрази стават

$$(24) \quad \int_0^h u dy = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (C_1 + 2C_2) \left(\frac{h}{2} - i \frac{h^3}{24\nu} \frac{d}{dt} + \dots \right) e^{i\omega t} d\omega - \frac{\partial q}{\partial x} h;$$

$$(25) \quad \int_0^h w dy = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} C_3 \left(h - i \frac{h^3}{12\nu} \frac{d}{dt} + \dots \right) e^{i\omega t} d\omega - \frac{\partial q}{\partial z} h.$$

Заместването на обратните трансформации (16) в (24) и (25) дава

$$(26) \quad \int_0^h u dy = \frac{h}{2} u_h - \frac{h^3}{24\nu} \frac{\partial u_h}{\partial t} - \frac{h^3}{12\nu} \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial q}{\partial t} \right);$$

$$(27) \quad \int_0^h w dy = -\frac{h^3}{12\nu} \frac{d}{dz} \left(\frac{\partial q}{\partial t} \right).$$

След заместване на последните два изрази в (18) се получава частното диференциално уравнение за разпределение на ХД налягане в смазочния слой, което представлява обобщена форма на уравнението на Рейнолдс за градиента на ХД налягане

$$(28) \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\eta \frac{\partial}{\partial x} (hu_h) - 12\eta u_h \frac{\partial h}{\partial x} - 12\eta v_h - \frac{1}{2} \rho \frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial u_h}{\partial t} \right).$$

Тук

$$(29) \quad h = c + e \cos \frac{x}{r} + kp = h_0 + \delta .$$

Последното събираемо от дясната страна в (28) е свързано с присъствието на инерционните сили, дължащи се на променливата във времето скорост на точките от повърхността на вала.

С въвеждане на бездимензионните променливи, горното уравнение се трансформира до:

$$(30) \quad \frac{\partial^2 \Pi}{\partial \theta^2} + \alpha \frac{\partial^2 \Pi}{\partial z_1^2} + \frac{3}{H} \frac{\partial H}{\partial \theta} \frac{\partial \Pi}{\partial \theta} + \alpha \frac{3}{H} \frac{\partial H}{\partial z_1} \frac{\partial \Pi}{\partial z_1} = \frac{1}{H^3} \frac{\partial H}{\partial \theta} + \frac{1}{H^3} (\dot{\varepsilon} \cos \theta + e \dot{\gamma} \sin \theta) - \\ - \frac{\lambda}{48} [\ddot{\varepsilon} \cos \theta + (\dot{\varepsilon} \dot{\gamma} + \varepsilon \ddot{\gamma}) \sin \theta] - \frac{\lambda}{16} \frac{1}{H} \frac{\partial H}{\partial \theta} [\ddot{\varepsilon} \sin \theta - (\dot{\varepsilon} \dot{\gamma} + \varepsilon \ddot{\gamma}) \cos \theta],$$

където безразмерната дебелина на масления слой е дефинирана чрез израза:

$$(31) \quad H = 1 + \varepsilon \cos \theta + K_h \Pi .$$

3. Числено решение и резултати

Решението на диференциалното уравнение за разпределение на ХД налягане е проведено с използване на МКР и итеративна процедура. Неизвестни са безразмерните налягане и дебелина на слоя във всяка точка на крайно-разлоиковата мрежа (j, k). Производните в горното уравнение са представени като крайни разлики на две променливи.

Адаптираната към разглеждания случай итеративна процедура предполага в нулевия цикъл недеформируемост на еластичното покритие и при тази постановка изчисляване на ХД налягане. В резултат на това налягане се определят радиалните премествания на точките от външната повърхност на покритието върху вала, като се определя и съответната променена дебелина на масления слой. На тази база се провежда и преизчисляване на стойностите на налягането, като процеса се повтаря докато се достигне зададената точност.

Безразмерното налягане се търси при гранични условия на Рейнолдс и за да бъдат те удовлетворени, получените отрицателни стойности за налягането се приравняват на нула.

Числените резултати са получени за нютонен флуид при различни стойности на отношението диаметър-дължина и на ъгловата скорост на прецесията. Въведени са следните работни параметри: $\omega = 314$ [s⁻¹]; $r = 15 \cdot 10^{-2}$ [m]; $c = 3 \cdot 10^{-4}$ [m]; $\eta = 4 \cdot 10^{-2}$ [Pa.s]; $d = 2 \cdot 10^{-3}$ [m]; $E = 7,33 \cdot 10^7$ [Pa]; $\mu = 0,4$. Представените резултати се отнасят до “dynamic film effect”, т.е. ($\dot{\varepsilon} = \ddot{\varepsilon} = 0$).

Числените резултати са показани на Фиг.2 и Фиг.3. На първата от тях е представено разпределението на налягането при три различни стойности на ъгловата скорост на прецесията. На следващата фигура е дадена зависимостта на числото на Зомерфелд от скоростта на прецесията.

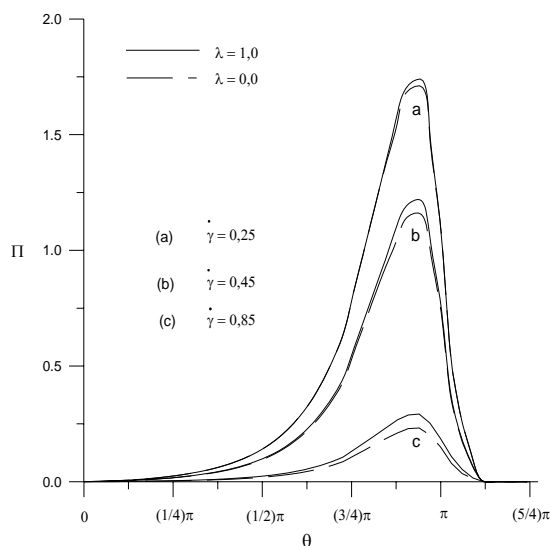


Fig. 2 HD pressure distribution

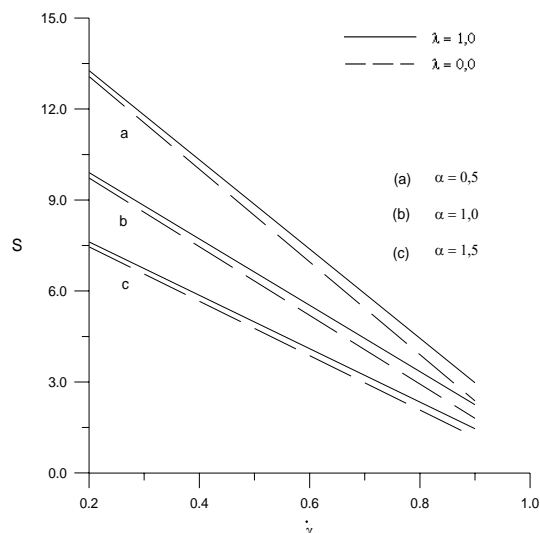


Fig. 3 Sommerfeld number versus precession velocity

Приносът на локалните инерционни сили е представен посредством решения, означени с $\lambda = 1,0$, докато класическия случай (безинерционно решение) е маркиран като $\lambda = 0,0$.

4. Заключение

На базата на получените резултати може да се обобщи, че отчитането на локалните инерционни членове в изходната система ДУ води до нарастване на стойностите на ХД налягане и на Числото на Зомерфелд. Максималните инерционни ефекти върху налягането и носимоспособността са от порядъка на 10-12 %. Видно е, че приносът на локалните инерционни сили към ХД сили като цяло е неголям, но за екстремните стойности на налягането е от значение. Очевидно при по-задълбочени и пълни анализи на лагерите е необходимо включването на тези инерционни ефекти.

ЛИТЕРАТУРА

- [1.] Бургвиц А.Г., Завьялов Г.А. Устойчивость движения валов в подшипниках жидкостного трения, Москва, 1964.
- [2.] Pincus, O. and Sternlicht, L. Theory of Hydrodynamic Lubrication, Mc Grow-Hill Co, New York, 1961.
- [3.] Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики, Москва, 1966.
- [4.] Аникиев Г.И., Блохин И.Л. К определению гидродинамических сил в тонких щелевых зазорах с жидкостью, Сб. Колебания и динамическая прочность элементов машин, АН СССР, Москва, 1976.
- [5.] Alexandrov V.A., Popov A.A. Elastohydrodynamic lubrication of dynamically loaded finite journal bearings. Analysis of the effect of local inertia forces, J of BTA, 1996, vol.2.

ЗАБЕЛЕЖКА :

Настоящата работа беше представена на II Международна научно-Техническа Конференция “Актуални проблеми в развитието на жп транспорт” /секция “Приложна механика”/ - Русия, Москва, 24-26 септември 1996.

**ANALYSIS OF THE EFFECT OF LOCAL INERTIA FORCES
ON THE EHD LUBRICATION
OF DYNAMICALLY LOADED JOURNAL BEARINGS**

V. A. Alexandrov, J. G. Javorova
july@uctm.edu

***HIGHER SCHOOL OF TRANSPORT “T. KABLESHKOV”
UNIVERSITY OF CHEMICAL TECHNOLOGY AND METALLURGY
SOFIA, BULGARIA***

Key words: journal bearing, local inertia forces, Fourier transform methods

Abstract: The aim of the presented investigation is to demonstrate the influence of lubricants local inertia forces on the bearing performance. The 2-D model of HD journal bearing in isothermal and isoviscous conditions is considered. The bearing shaft is covered with thin resilient layer and its elastic distortions are taken into consideration. The elasticity part of the problem is investigated in accordance with Winkler hypothesis. The generalized Reynolds equation is obtained by Fourier transform methods. The results demonstrate the dynamic film effect.