



МАТЕМАТИЧЕСКИ АНАЛИЗ НА СИЛИТЕ ДЕЙСТВАЩИ НА НОЖИЧЕН ПОДЕМЕН МЕХАНИЗЪМ НА МОБИЛНА ПОДЕМНА ПЛАТФОРМА

Борис Танев

Btanev_83@abv.bg

*Висше Транспортно Училище „Тодор Каблешков”, 1574 София, ул. „Гео Милев” № 158
БЪЛГАРИЯ*

Резюме : *Подемните мобилни работни платформи се използват за повдигане на хора и малки товари на височина от 5 до 20 метра. Намират приложение при височинни монтажни работи в строителството и комуналните услуги. При конструирането на подемна уредба на мобилна работна платформа се обръща специално внимание на максималната височина, която трябва да се достига при нейната експлоатация. Когато се поставя за цел конструиране на повдигателна уредба с възможно по-голяма работна височина, трябва да се вземат предвид няколко основни изисквания: - правилно конструиране на металната конструкция (избор на материал, надеждност на металните профили, асемблиране по възможно най-елементарния начин на отделните работни звена на повдигателната уредба, лесна изработка и взаимозаменяемост на възлите, възможно с най-ниска собствена маса; - правилен избор на повдигателното звено (хидравличен цилиндър) един или два броя в зависимост от конструкторския избор;*

- Оптимално определяне на местата (точките) на монтирането на повдигателния хидр.цилиндър към металната конструкция на повдигателната уредба. Когато те са определени трябва да е изпълнено условието за нормална и ефективна работа на цялата повдигателна уредба, така че по време на нейната експлоатация да се гарантира равномерно натоварване на всички ножични звена и да се избегнат възможни стресови ситуации, които да нарушат нормалната и ефективна работа на повдигателната уредба и да доведат до нарушаване на правилната геометрична форма на звената, които я изграждат.

Ключови думи: *Подемна мобилна работна платформа, ножичен подемен механизъм, определяне на местата на монтиране на подемен хидравличен цилиндър*

ВЪВЕДЕНИЕ

Представеният доклад има за цел да предложи математически критерии, с помощта на които се определя оптималното положение за монтиране на подемен хидравличен цилиндър към ножична подемна уредба. Задачите, които си поставя доклада са: - математическо представяне на силите, оказващи влияние върху натоварването на подемната уредба при нейната експлоатация; - определяне на силата на подемния хидравличен цилиндър F , като функция от производните на височината на повдигане на подемната уредба dh и дължината на ножичното звено dl т.е. $F=f(dh/dl)$. Основното уравнение за силата на подемния хидравличен цилиндър F , се извежда от уравнението на закона за запазване на енергията и закона за квазистатичното равновесие, допуска се още, че силите на триене в шарнирните връзки и

ускорението при разпъване и събиране на повдигателната уредба са незначителни и се пренебрегват. В това се крие подхода за решаване на задачата представен в настоящия доклад.

Определяне на основното уравнение

Повдигателната уредба с n -броя звена е показана на фигура 1), заедно с възможните натоварвания, които въздействат. Възможните натоварвания са три силови и три моментни по осите x, y, z . От възможните шест натоварвания по време на повдигане на ножичния механизъм само H_x и H_y дават резултат. Натоварването H_x действа, ако мобилната работна платформа се придвижи по x -координатата при вдигната повдигателна уредба. Т.к. самата повдигателна уредба е важна част от общото натоварване, което трябва да бъде преодоляно при повдигане (разпъване на ножичния повдигателен механизъм) теглото и, трябва да се включи при изчисленията. Нека V да бъде общото тегло на повдигателната уредба, тогава V_x и V_z са компонентите на V съответно по осите x и z , и V_y компонента на V във отрицателната посока на оста y . Както и при прилаганите натоварвания, само V_x и V_y оказват влияние при разпъване на повдигателната уредба. Ако масата на повдигателната уредба V се разпредели равномерно, може да приемем че при спускане (прибиране) на повдигателната уредба действа натоварването $V_y/2$, а при придвижване при вдигната (разпъната) повдигателна уредба $V_x/2$. Валидността на това твърдение е илюстрирано по следния начин: - На фигура 2) е показано общото представяне на масата (теглото) на платформата. Общият енергиен потенциал на масата може да се изрази с помощта на следното уравнение:

$$E = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \sum_{y=0}^h \rho g u w \Delta y \Delta y$$

където g – земно ускорение [m/s^2];

ρ - плътност [m^3] .

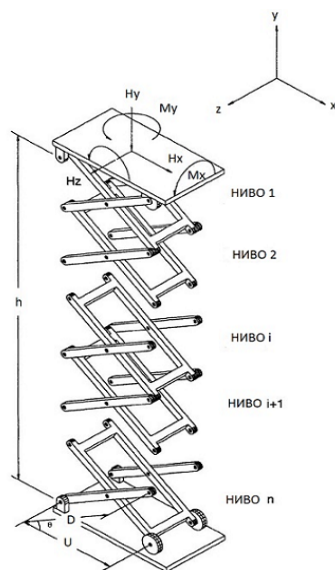
Премаването на границата дава следния резултат:

$$E = \int_0^h \rho g u w y dy ;$$

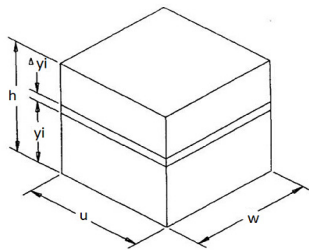
- Ако допуснем, че масата на обекта е равномерно разпределена по неговата височина е в сила следното уравнение: $\rho g u w = W/h$, където: W -общо тегло [kg] ; h – височина [m] . Заместваемe получения резултат в израза за общия енергиен потенциал и получаваме:

$$E = \int_0^h \left(\frac{W}{h}\right) y dy = \frac{W}{2h} y^2 \Big|_0^h = (Wh)/2 ;$$

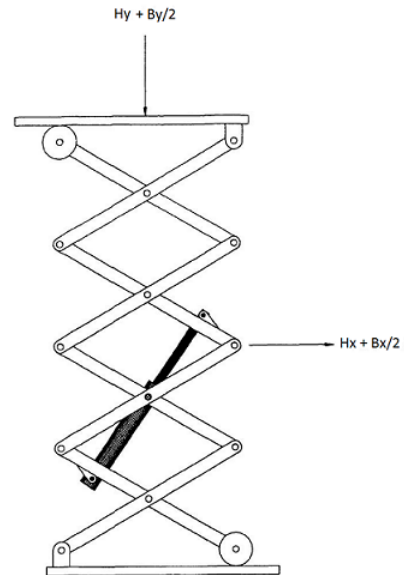
Сега, ако увеличим височината на блока h на фигура 2, но общото тегло остане непроменено, в сила ще бъде следния израз: $\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{W}{2} (h_2 - h_1)$ – това е търсения резултат.



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

На фигура 3 е показан четиризвънен ножичен механизъм за повдигане. Не трябва да се забравя , че натоварването H_x действа само ако ножичните сегменти на повдигателната уредба са закрепени към ставите , които я превеждат в посока на x координатата , при повдигане на платформата .

От закона за запазване на енергията следва, че ако F е силата необходима за разпъване на повдигателната уредба , а l дължината и , тогава е в сила следното интегрално уравнение :

$$\int_{h_1}^{h_2} F dl = \int_{h_1}^{h_2} (Hy + \frac{By}{2}) dh - \int_{u_1}^{u_2} (Hx + \frac{Bx}{2}) du$$

след премахване на интеграла получаваме следното уравнение:

$$(1) \quad F = (Hy + \frac{By}{2}) \frac{dh}{dl} - (Hx + \frac{Bx}{2}) \frac{du}{dl} ;$$

Изразът $\frac{du}{dl}$ по отношение на $\frac{dh}{dl}$ може да се намери по следния начин :

От фигура 1) следва , че : $h = n(D^2 - U^2)^{1/2}$ тогава :

$$\frac{dh}{dl} = \frac{1}{2} n (D^2 - U^2)^{-1/2} (-2U) \frac{du}{dl} = \frac{-nu}{(D^2 - U^2)^{1/2}} \cdot \frac{du}{dl} = \frac{-n}{\tan \theta} \frac{du}{dl} ;$$

Решаването на du/dl дава следния израз :

$$\frac{du}{dl} = \frac{\tan \theta}{n} \frac{dh}{dl}$$

- Заменяме получения израз в уравнение (1) и получаваме основното уравнение , което има следния вид : (2) $F = [(Hy + \frac{By}{2}) + (Hx + \frac{Bx}{2}) \frac{\tan \theta}{n}] \frac{dh}{dl} ;$

След получаване на основното уравнение , се определят изразите за отношението $\frac{dh}{dl}$ като функция на разположението и задвижването и θ (фиг.1) . Имаме две възможности за монтиране на хидравличния цилиндър към подемната уредба.

Първата възможност е закрепване между два ножични сегмента от повдигателната уредба (фиг.3). В този случай и двата края на подемния хидравличен цилиндър са предвижват , когато повдигателната уредба се разпъва .

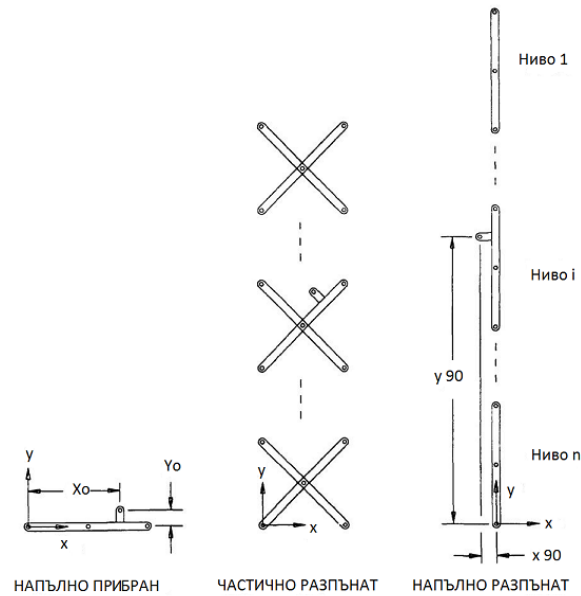
Втората възможност е тялото на хидравличния цилиндър да се монтира не подвижно към рамата на платформата, а буталото му да е монтирано към звено от ножичната повдигателна уредба.

- Определяне на отношението $\frac{dh}{dt}$ първата възможност.

На фигура 4 са показани различните положения на ножичния механизъм: напълно прибран, частично разгънат и напълно разгънат, състоящ се от n на брой звена. Разглеждаме равнината определена от координатите x и y :

$$X = X_0 \cos \theta + X_{90} \sin \theta; \text{ и } Y = Y_0 \sin \theta + Y_0 \cos \theta;$$

Трябва да се отбележи, че координатата X_{90} е с „-“ стойност на фигура 4. Въпреки това посочените формули са валидни и за компенсирани точки, свързани с „+“ и „-“ наклонени ножични сегменти на всяко ниво.



Фиг. 4

За произволно избрани две точки А и В, разстоянието между тях може да се определи с помощта на следните числови изрази:

$$(3) \quad l^2 = (XB - XA)^2 + (YB - YA)^2 =$$

$$[(XB_0 - XA_0) \cos \theta + (XB_{90} - XA_{90}) \sin \theta]^2 + [(YB_{90} - YA_{90}) \sin \theta + (YB_0 - YA_0) \cos \theta]^2 = (a \cos \theta + b \sin \theta)^2 + (c \sin \theta + d \cos \theta)^2$$

Където:

$$a = XB_0 - XA_0; \quad c = YB_{90} - YA_{90};$$

$$b = XB_{90} - XA_{90}; \quad d = YB_0 - YA_0;$$

Като производни на l по отношение на h получаваме следния израз:

$$2l \frac{dl}{dh} = [2(a \cos \theta + b \sin \theta)(-a \sin \theta + b \cos \theta) + 2(c \sin \theta + d \cos \theta)(c \cos \theta - d \sin \theta)] \frac{d\theta}{dh}$$

$$\frac{dh}{dl} =$$

$$\frac{2l \frac{d\theta}{dh}}{2(a \cos \theta + b \sin \theta)(-a \sin \theta + b \cos \theta) + 2(c \sin \theta + d \cos \theta)(c \cos \theta - d \sin \theta)}$$

Решаваме за l в уравнение (III) и получаваме следния резултат :

$$l = [(a \cos \theta + b \sin \theta)^2 + (c \sin \theta + d \cos \theta)^2]^{1/2}$$

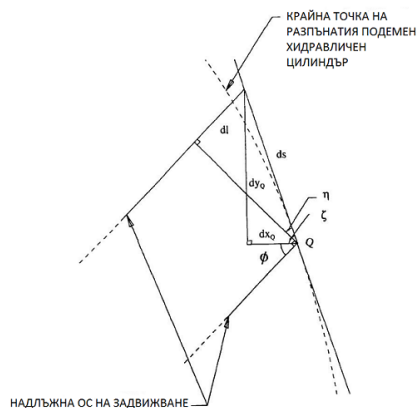
От фигура 1 става ясно че :

$$h = nD \cdot \sin \theta \text{ следователно (4) } \frac{dh}{d\theta} = nD \cdot \cos \theta$$

След заместване се получава

$$(5) \frac{dh}{dl} = \frac{nD \cos \theta [(a \cos \theta + b \sin \theta)^2 + (c \sin \theta + d \cos \theta)^2]^{1/2}}{(a \cos \theta + b \sin \theta)(-a \sin \theta + b \cos \theta) + (c \sin \theta + d \cos \theta)(c \cos \theta - d \sin \theta)}$$

От уравнения (2) и (4) се получи крайния резултат уравнение (5).
 Определяне на отношението $\frac{dh}{dl}$ за втората възможност. Уравнението, с което се определя отношението dh/dl се получава с помощта на малко по-различен подход .



Фиг. 5

На фигура 5 е показано положението на точка Q (допълнително изместване на офсетова точка), където е приложен единия край на повдигачия хидравличен цилиндър. Координатите на точка Q (XQ ; YQ) се определят като:

$$(6) XQ = XQ0 \cos \theta + XQ90 \sin \theta ;$$

$$(7) YQ = YQ90 \sin \theta + YQ0 \cos \theta ;$$

Като производна на двете уравнения резултата е :

$$(8) (dXQ/d\theta) = - XQ0 \sin \theta + XQ90 \cos \theta ; (dYQ/d\theta) = YQ90 \cos \theta - YQ0 \sin \theta ;$$

Сега отношението dYQ/ dXQ може да се определи , чрез разделяне $dYQ/d\theta$ на $dXQ/d\theta$, като резултата който се получава е следния :

$$dYQ/dXQ = \frac{YQ90\cos\theta - YQ0\sin\theta}{-XQ0\sin\theta + XQ90\cos\theta} ;$$

Уравнение за точка ξ (фигура 5) , тогава е в сила зависимостта :
 $\xi = \text{atan}\left(\frac{YQ90\cos\theta - YQ0\sin\theta}{XQ0\sin\theta - XQ90\cos\theta}\right) ;$

От фигура 5 е ясно , че : (9) $\sin\xi = dYQ/ds$; следователно е в сила зависимостта :

$$(10) (ds/dl) = (1/\sin\eta) = \frac{-1}{\cos(\eta+90)} = \frac{-1}{\cos(\xi+\theta)} ;$$

Като производно на уравнение (4) по отношение на YQ резултата е:

$$\frac{dh}{dYQ} = nD\cos\theta \frac{d\theta}{dYQ} ; \text{ но от уравнение (8) имаме отношението } (dYQ/d\theta) = YQ90\cos\theta - YQ0\sin\theta$$

или $d\theta/dYQ = \frac{1}{YQ90\cos\theta - YQ0\sin\theta}$; което , когато се замени в последният получен резултат за

отношението $\frac{dh}{dYQ}$ се получава следното уравнение :

$$(11) \frac{dh}{dYQ} = \frac{nD}{YQ90 - YQ0\tan\theta} ;$$

Сега , ако се комбинират уравненията 9,10 и 11 се получава следния резултат:

$$\frac{dh}{dl} = \frac{dh}{dYQ} \frac{dYQ}{ds} \frac{ds}{dl} = \frac{-nD\sin\xi}{(YQ90 - YQ0\tan\theta)\cos(\xi+\theta)} ;$$

ако другия край на подемния хидравличен цилиндър е монтиран към фиксирана точка P, е в сила уравнението : $\Phi = \text{atan}\left(\frac{YQ-YP}{XQ-XP}\right)$.

В обобщение:

$$XQ = XQ0\cos\theta + XQ90\sin\theta$$

$$YQ = YQ90\sin\theta + YQ0\cos\theta ;$$

$$\Phi = \text{atan}\left(\frac{YQ-YP}{XQ-XP}\right) ;$$

$$\xi = \text{atan}\left(\frac{YQ90\cos\theta - YQ0\sin\theta}{XQ0\sin\theta - XQ90\cos\theta}\right) ; \quad \frac{dh}{dl} = \frac{dh}{dYQ} \frac{dYQ}{ds} \frac{ds}{dl} = \frac{-nD\sin\xi}{(YQ90 - YQ0\tan\theta)\cos(\xi+\theta)}$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Един критичен момент при конструирането на ножичния механизъм на подемната мобилна платформа е правилното разположение на повдигателния хидравличен цилиндър . Правилното разположение може да намали силата необходима за повдигане на металната конструкция на повдигателната уредба , както и да допринесе за намаляване нивата на натоварване в ножичната и структура.

Приемайки закона за запазване на енергията и закона за квазистатичното равновесие е възможно създаването на аналитичен алгоритъм от математически уравнения в основата, на които се приема функционалната зависимост между силата необходима за повдигане на металната конструкция на подемния механизъм, дължината и височината на повдигане на металната конструкция т.е.: $F = f(dh/dl)$.

След като се установи това уравнение, следващата стъпка е извеждане на уравнения за отношението dh/dl като функция от ъглите на подемния механизъм.

Съществуват две възможности за монтиране на повдигателния цилиндър , и резултатите за отношението dh/dl е различен за всеки един вариант.

При първият вариант хидравличния подемен цилиндър е монтиран между две точки на ножичните сегменти на повдигателната уредба. А при вторият вариант подемния хидравличен цилиндър се монтира между рамата на платформата към фиксирана точка и към точка от ножичната подемна уредба. Чрез комбиниране на горепосочените уравнения с подходящата формула за отношението dh/dl , много надеждно могат да се определят местата за монтиране на подемния цилиндър.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] БДС EN 280+A1 Подвижни работни площадки , които се повдигат.Изчисления за проектиране ,критерии за устойчивост. Конструкция.Безопасност.2005-11-17.
[2] H.Spackman – Technical document 2643 . [3] www.freepatentsonline.com.

MATHEMATICAL ANALYSIS OF FORCES ACTING SCISSOR LIFT AXLE MOBILE ELEVATING PLATFORM

Boris Tanev

Higher School of Transport Todor Kableshkov, 1574 Sofia, Geo Milev Str.
BULGARIA

Keywords: *mobile elevating work platform , scissor lift mechanism , determining the locations of mounting lift hydraulic cylinder*

Abstract: *Mobile elevating work platforms used for lifting people and small loads at a height of 5 to 20 meters. Are used in high : - altitude works in construction and utilites . In constructing a system of mobile elevating work platform with particular attention to the maximum height to be reached during its operation. When the aims of the mast construction with possible higher level work must take into account several basic requirements : - proper construction of the steel structure (choice of material , reliability of metal profiles , assembly in the most elementary way of the working units of the mast , ease of manufacture and interchangeability of units , possible with low own weight ;-more correct choice of lifting unit (hydraulic cylinder)one or two pieces depending on design choice . – Optimally determine the locations (points) for mounting the lifting hydraulic cylinder to the metal frame of the mast . When they are set the condition for normal and efficient operation of all mast , so that during its operation to ensure uniform loading of all the scissor units and to avoid possible stressful situations , to disrupt the normal and efficient operation of the mast and to distort the correct geometric shape of the units that make it up.*