

---

**ОПРЕДЕЛЯНЕ НА ОПТИМАЛЕН БРОЙ АВТОБУСИ  
И МАРШРУТИ НА ДВИЖЕНИЕ НА ГРАДСКИЯ ПЪТНИЧЕСКИ  
ТРАНСПОРТ ПО МЕТОДА НА ЛИНЕЙНОТО ПРОГРАМИРАНЕ  
С ИЗПОЛЗВАНЕ НА MS EXCEL SOLVER**

**Ставри Димитров**

[stavri\\_dimitrov@hotmail.com](mailto:stavri_dimitrov@hotmail.com)

*Висше транспортно училище “Тодор Каблешков”, ул. “Гео Милев” 158, София  
1574, катедра “Технология, организация и управление на транспорта”,  
БЪЛГАРИЯ*

***Ключови думи:** транспортна потребност, пътувания, пътнически превози, градски пътнически транспорт, автобусен транспорт, транспортно обслужване, транспортен район, пътнически кореспонденции, матрица на кореспонденциите, пътникопоток, оптимален, метод, линейно програмиране, целева функция, ограничения, маршрут, спирки, автобуси, ms excel solver*

***Резюме:** Настоящата публикация представя примерно приложение на метода на линейното програмиране за решаване на оптимизационна задача в областта на градските пътнически превози. Разгледан е пример, в който с помощта на оптимизационния инструмент Microsoft® Excel Solver са съставени нови маршрути на градския пътнически транспорт и е определен оптималния брой автобуси за отделните маршрути, осигуряващ минимални сумарни транспортни разходи. Задачата е решена като задача на линейното програмиране, като за целта са дефинирани целева функция и ограничения.*

### **1. Увод.**

Динамичният начин на живот на гражданите на съвременното общество, населяващо големите градове поражда у тях потребност за извършване на различни по цел пътувания - трудови, свързани с ежедневната трудова заетост на работещите и пътувания с културно-битов или спортно-развлекателен характер. Възникналата транспортна потребност [7,8] може да се удовлетвори от градския пътнически транспорт, предназначен за превозване на населението в градската част и прилежащите към нея райони. Предпоставка за успешно удовлетворяване на транспортните потребности е наличието на добре развит пътнически транспорт в града – автобусен, тролейбусен, трамваен, метро, градска железница и др., предлагащ качествено и общодостъпно транспортно обслужване [7], осъществяващо се от него по действащата в града маршрутната система [6,8]. Маршрутната система трябва да е проектирана така, че маршрутите [6,8,10] да осигуряват достъп на пътниците до всяка точка в града при

равномерно запълване на превозните средства и минимален брой прекачвания между един или няколко видове градски транспорт [6,8] на обозначените за това спирки.

## 2. Предпоставки и начини за разрешаване на проблема.

Наблюдаващата се в последните години тенденция на миграция на жителите от селата и малките градчета към големите градове, в които са концентрирани преобладаващата част от предлаганите работни места, е един от факторите, водещи до промяна в броя и направленията на придвижване, както на градските, така и на приходящите жители, ежедневно пътуващи от покрайнините на градовете към техните центрове и към районите, явяващи се притегателни центрове на работна сила – бизнес и търговски центрове. За да може при тази непрекъснато изменяща се обстановка градският транспорт да предоставя качествено и комфортно обслужване на пътниците, от една страна е необходимо периодично и систематично да се провеждат изследвания на транспортните потребности и да се определят и прогнозираат придвижванията на населението, чрез съществуващите модели и методи [2,6,7], а от друга – да се правят проучвания на транспортното обслужване, чрез изучаване на пътничкопотоците по познатите в литературата методи [2,5,8]. По такъв начин би могло да се установи доколко предлаганите транспортни услуги в даден град съответстват на транспортното търсене. Получените от подобни изследвания резултати биха спомогнали за взимане на адекватни решения и предприемане на целенасочени действия по усъвършенстване на маршрутната система, чрез промяна на действащи и съставяне на нови маршрути и определяне на оптималния за маршрутите на наличните видове транспорт брой превозни средства, притежаващи достатъчна за поемане на потока от пътници пътничковместимост.

За оптимизация на маршрутните системи в специализираната литература се описани методи [6,8], позволяващи на транспортните инженери, в зависимост от спецификата на транспортните условия и наложените от външни фактори ограничения, да изберат подходящия за прилагане в конкретния случай метод.

Възможна алтернатива за решаване на задачата за организиране на нови маршрути и определяне на оптималния брой превозни средства по тях е оптимизационния метод на линейното програмиране [3,4], с помощта на който, чрез дефиниране на целева функция и съпътстващи я ограничения, може математически да се опише конкретен транспортен модел.

Общият вид на математическия модел на линейното програмиране, който е един от клоновете на математическото програмиране има вида [3]:

$$(1) \quad J = f(x) = \sum_{r=1}^n c_r \cdot x_r \rightarrow \min(\max)$$

$$(2) \quad \sum_{r=1}^n a_{i,r} \cdot x_r \begin{matrix} < \\ > \end{matrix} b_i \quad \text{за } i = 1, 2, \dots, s$$

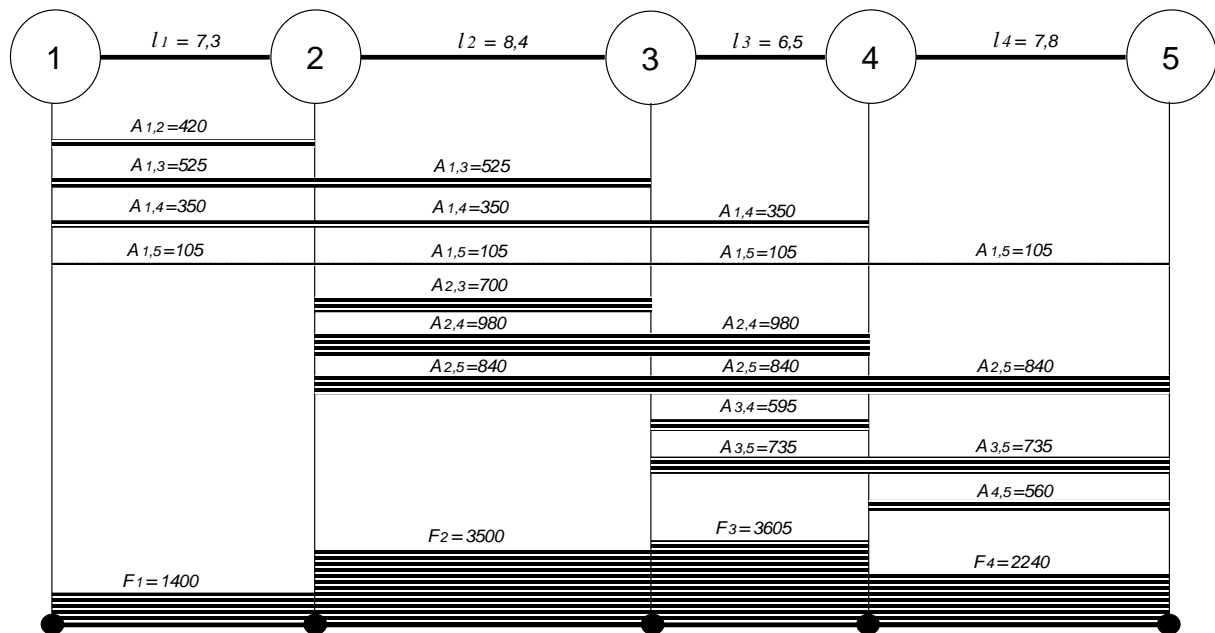
$$(3) \quad x_r \geq 0 \quad \text{за } r = 1, 2, \dots, n,$$

където: (1) е целева функция; (2) и (3) - ограничителни условия на общата задача на линейното програмиране; ограничително условие (3) се нарича условие за неотрицателност;  $a_{i,r}$ ,  $b_i$  и  $c_r$  за  $i = 1, 2, \dots, s$  и  $r = 1, 2, \dots, n$  са дадени реални числа.

В общата задача на линейното програмиране, дефинирана с формули от (1) до (3), се търсят такива стойности на неотрицателните променливи  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , които удовлетворяват ограничителни условия (2) и минимизират (максимизират) целевата функция  $J$ . Свободните членове  $b_i$  в (2) се приемат за неотрицателни. Ако някое  $b_i$  е



мрежата са последователно представени на фиг. 2 и в матрицата на кореспонденциите [1,9,12] (табл. 1).



Фиг. 2. Пътнически кореспонденции между транспортните райони и пътникопоток по участъци

Таблица 1 - Матрица на пътните кореспонденции между транспортните райони

До $m$ От $k$	1	2	3	4	5	Общо тръгнали
1		420	525	350	105	1400
2			700	980	840	2520
3				595	735	1330
4					560	560
5						0
Общо пристигнали	0	420	1225	1925	2240	5810

Дадени в километри са и дължините на участъците  $l_i$  ( $i = 1, \dots, 4$ ), свързващи центровете на районите по изградената в града транспортна мрежа.

В съответствие със застроената жилищна площ, съществуващата транспортна мрежа в града и местоположението на автотранспортните предприятия, разрешени за обособяване като начални или крайни спирки на автобусни маршрути на градския пътнически транспорт, с изключение на спирка № 4, са спирки с номера от 1 до 5. По условие са дадени още инвентарен брой и пътниковместимост на автобусите – общо 28 броя автобуси с 213 пътникоместа, както и себестойност за пробег на автобусите, възлизаща на 1,65 лв./автобус.км.

При условие, че единствено спирки с № 1, 2, 3 и 5 могат да бъдат начални или крайни за маршрут и спазвайки условието за извършване на не повече от едно на брой прекачване на пътниците, е необходимо да се определят нови маршрути на движение и оптималния брой обслужващи ги автобуси със зададената вместимост така, че сумарните дневни транспортни разходи от превоз на пътници да са минимални.

Описаната в [11] и [13] теоретична постановка на метод за определяне на брой и назначения на пътническите влакове, разгледан в [14] чрез решаване на задача в областта на железопътния транспорт, както ще се види от решеният в настоящата статия пример, може успешно да се прилага за разрешаване на проблеми от подобно естество и в областта на автомобилния транспорт.

#### 4. Резултати и дискусия.

За постигане на целта, а именно организиране на нови маршрути и определяне на оптималния за всеки маршрут  $r$  брой превозни средства  $x_r$ , осигуряващ реализиране на минимални сумарни транспортни разходи  $C$  от извършване на градски пътнически превози с автобусен транспорт за усвояване на наблюдавания пътнически поток, чрез използване на метода на линейното програмиране с формули (7) - (10), е дефиниран следния математичен модел:

Целева функция:

$$(7) \quad f(x) = C = \sum_{r=1}^n c_r \cdot x_r \rightarrow \min, \text{ лв.},$$

в която:  $c_r$  – разходи за извършване на превоз на пътници с автобус, лв./автобус;

Ограничения:

$$(8) \quad \sum_{r=1}^n \alpha_{i,r} \cdot \beta_r \cdot x_r \geq F_i \quad \text{за } i = 1, \dots, s,$$

където:  $\alpha_{i,r}$  – коефициент, стойността на който указва дали автобусите от маршрут  $r$  преминават по участък  $i$  и обслужват пътническия поток  $F_i$ . Коефициентът  $\alpha_{i,r}$  има стойност  $\alpha_{i,r} = 1$  при условие, че това е в сила и стойност  $\alpha_{i,r} = 0$ , ако автобусите, движещи се по маршрут  $r$  не преминават и респективно не обслужват пътническия поток  $F_i$  по участък  $i$ ;

$\beta_r$  – пътническа вместимост на автобусите по маршрут  $r$ ;

$s$  – брой участъци от транспортната мрежа, свързващи районите;

$F_i$  – пътнически поток по участък  $i$ , брой пътници/ден.

$$(9) \quad \sum_{r=1}^n x_r \leq N_{bus}, \quad \text{където: } N_{bus} \text{ – инвентарен брой автобуси;}$$

$$(10) \quad x_r \geq 0 \quad \text{за } r = 1, 2, \dots, n, \text{ като } x_r \text{ – цяло число.}$$

Очакваните транспортни разходи на един автобус, извършващ превоз на пътници по маршрут  $r$  ще бъдат:

$$(11) \quad c_r = p \cdot d_r \cdot \frac{\text{лв.}}{\text{автобус}}, \quad \text{за } r = 1, \dots, n, \quad \text{където:}$$

$p$  – себестойност на пътническите превози, лв./автобус.км;

$d_r$  – дължина на маршрут  $r$ , км

След отчитане на наложените по участък  $i$  пътнически кореспонденции между районите  $A_{k,m}$  (табл. 2), пътническия поток  $F_i$  е изчислен по формулата:

$$(12) \quad F_i = F_{i-1} + A_T p_k - A_{TP_m} \quad \text{за } i = 1, \dots, s-1 \text{ и } k = m = i, \text{ в която общия брой}$$

тръгнала от начален район  $k$  и общия брой пристигнали в краен район  $m$  пътнически кореспонденции  $A_{TP_k}$  и  $A_{TP_m}$  са изчислени като суми, както следва:

$$(13) \quad A_{mp_k} = \sum_{m=k+1}^M A_{k,m} \text{ за } k=1, \dots, M-1, \text{ като } M=5 \text{ - общ брой райони.}$$

$$(14) \quad A_{np_m} = \sum_{k=1}^{m-1} A_{k,m} \text{ за } m=2, \dots, M$$

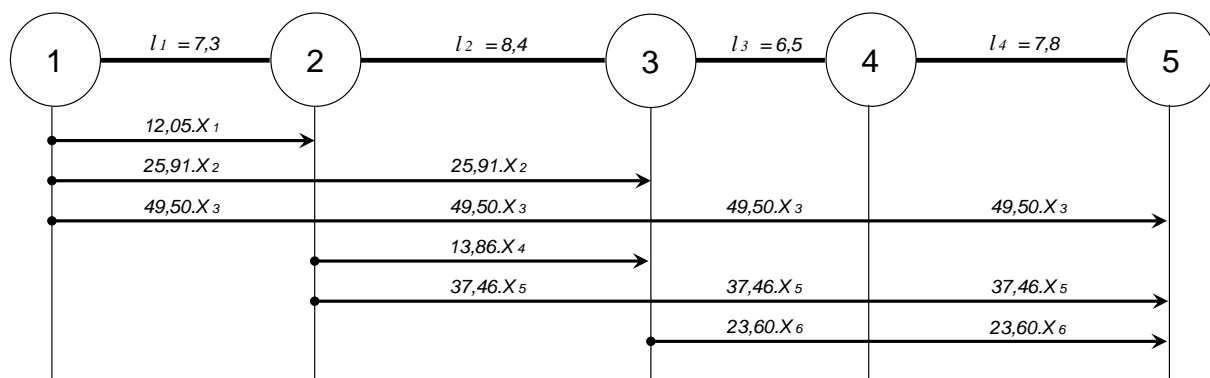
Дефинираните ограничения имат следното тълкуване:

Ограничение (8) гарантира, че предоставената сумарна вместимост на автобусите по маршрутите, преминаващи по даден участък  $i$  ще е достатъчна за усвояване на пътничкопотока  $F_i$  по този участък. При това пътничковместимостта на отделните автобуси се взима в предвид в изчисленията само, когато даден автобусен маршрут  $r$  преминава през участък  $i$  и следователно, движещите се по него  $x_r$  автобуси могат да обслужат пътничкопотока  $F_i$  ( $a_{i,r} = 1$ ) и не се взима в предвид, когато маршрут  $r$  не преминава през участъка  $i$  и съответно, движещите се по маршрута  $x_r$  автобуси не могат да обслужат пътничкопотока  $F_i$  ( $a_{i,r} = 0$ ).

Ограничение (9) означава, че сумарния за всички маршрути брой движещи се автобуси не трябва да надвишава инвентарния брой автобуси  $N_{bus}$ , с които разполагат общо всички автотранспортни предприятия, т.е. броят на автобусите на линия трябва да е по-малък или най-много равен по брой на наличния брой автобуси.

Ограничение (10) указва, че броят на автобусите трябва да е положително и същевременно цяло число.

Съблюдавайки наложеното в условието на задачата ограничение, според което начални или крайни за маршрут могат да са спирки с № 1,2,3 и 5, на фиг. 3 са показани възможните за организиране маршрути на движение на автобусите.



Фиг. 3. Възможни маршрути

При възникване на пунктове на зараждане или погасяване на голям пътничкопоток в участъците между основните спирки с номера от 1 до 5, в тези пунктове могат да се обособят самостоятелни спирки от даден маршрут.

За разглеждания случай, броят на разрешените маршрути, обозначени със стрелки на фиг. 3, е  $n = 6$ . Неизвестният брой автобуси  $x_r$  по маршрут  $r$  за индекс  $r$ , приемащ стойности от 1 до  $n$ , е  $x_1, x_2, \dots, x_6$ .

След заместване във формулите за целевата функция (7) и съпътстващите я ограничения (8) - (10) с известните от условието на задачата стойности за общ брой и пътничковместимост на автобусите, с определената мощност на пътничкопотока по участъците между спирките, както и с изчислените транспортни разходи, за конкретния пример след разписване получаваме:

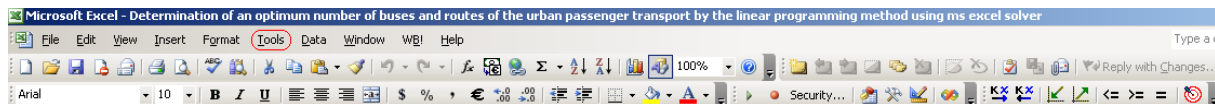
$$(15) \quad c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 + c_3 \cdot x_3 + c_4 \cdot x_4 + c_5 \cdot x_5 + c_6 \cdot x_6 = \\ = 12,05 \cdot x_1 + 25,91 \cdot x_2 + 49,50 \cdot x_3 + 13,86 \cdot x_4 + 37,46 \cdot x_5 + 23,60 \cdot x_6 \rightarrow \min, \text{ лв.}$$

$$(16) \quad \alpha_{1,1} \cdot \beta_1 \cdot x_1 + \alpha_{1,2} \cdot \beta_2 \cdot x_2 + \alpha_{1,3} \cdot \beta_3 \cdot x_3 + \alpha_{1,4} \cdot \beta_4 \cdot x_4 + \alpha_{1,5} \cdot \beta_5 \cdot x_5 + \alpha_{1,6} \cdot \beta_6 \cdot x_6 = \\ = 1.213 \cdot x_1 + 1.213 \cdot x_2 + 1.213 \cdot x_3 + 0.213 \cdot x_4 + 0.213 \cdot x_5 + 0.213 \cdot x_6 \geq 1400 \\ \alpha_{2,1} \cdot \beta_1 \cdot x_1 + \alpha_{2,2} \cdot \beta_2 \cdot x_2 + \alpha_{2,3} \cdot \beta_3 \cdot x_3 + \alpha_{2,4} \cdot \beta_4 \cdot x_4 + \alpha_{2,5} \cdot \beta_5 \cdot x_5 + \alpha_{2,6} \cdot \beta_6 \cdot x_6 = \\ = 0.213 \cdot x_1 + 1.213 \cdot x_2 + 1.213 \cdot x_3 + 1.213 \cdot x_4 + 1.213 \cdot x_5 + 0.213 \cdot x_6 \geq 3500 \\ \alpha_{3,1} \cdot \beta_1 \cdot x_1 + \alpha_{3,2} \cdot \beta_2 \cdot x_2 + \alpha_{3,3} \cdot \beta_3 \cdot x_3 + \alpha_{3,4} \cdot \beta_4 \cdot x_4 + \alpha_{3,5} \cdot \beta_5 \cdot x_5 + \alpha_{3,6} \cdot \beta_6 \cdot x_6 = \\ = 0.213 \cdot x_1 + 0.213 \cdot x_2 + 1.213 \cdot x_3 + 0.213 \cdot x_4 + 1.213 \cdot x_5 + 1.213 \cdot x_6 \geq 3605 \\ \alpha_{4,1} \cdot \beta_1 \cdot x_1 + \alpha_{4,2} \cdot \beta_2 \cdot x_2 + \alpha_{4,3} \cdot \beta_3 \cdot x_3 + \alpha_{4,4} \cdot \beta_4 \cdot x_4 + \alpha_{4,5} \cdot \beta_5 \cdot x_5 + \alpha_{4,6} \cdot \beta_6 \cdot x_6 = \\ = 0.213 \cdot x_1 + 0.213 \cdot x_2 + 1.213 \cdot x_3 + 0.213 \cdot x_4 + 1.213 \cdot x_5 + 1.213 \cdot x_6 \geq 2240$$

$$(17) \quad \sum_{r=1}^{n=6} x_r = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \leq N_{bus} = 28 ;$$

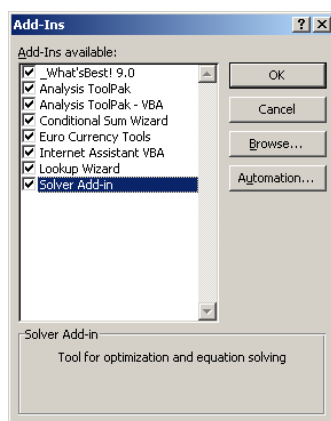
$$(18) \quad x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \geq 0 \cdot$$

Задачата е решена чрез офис приложението *Microsoft® Excel* [15], с използване на вградения в него и предназначен за решаване на оптимизационни задачи *Add-In* инструмент *MS Excel Solver*. За целта от меню "Tools" (Инструменти)(фиг.4) с избор на "Solver..." се "извиква" функционалност *Solver*.

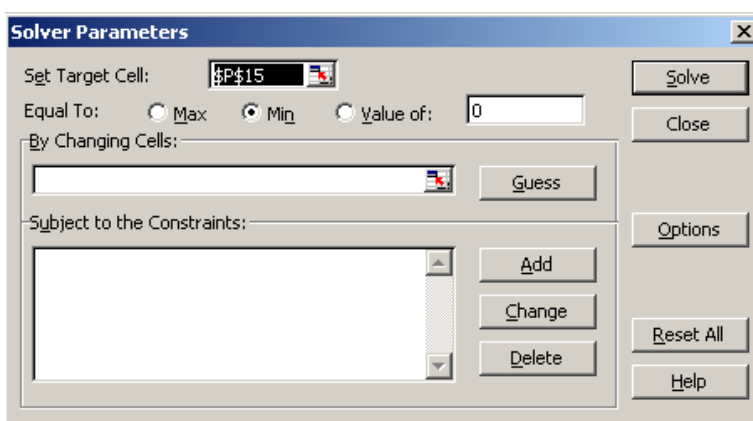


Фиг. 4. Избор на меню "Инструменти"

Ако при отваряне на меню "Tools", *Solver* не се "вижда", следва същият да бъде добавен, като от меню "Tools" се избере "Add-Ins...". Отваря се прозорец "Add-Ins..." (фиг. 5), в който чрез маркиране на "Solver Add-In" и поставяне на отметка се указва добавяне на желаната функционалност. След добавяне, оптимизационния инструмент *Solver* се привежда в действие с избиране на меню "Tools" -> "Solver...", в резултат на което се извежда прозореца "Solver Parameters" (*Solver* параметри) (фиг. 6).



Фиг. 5.Прозорец "Add-Ins"



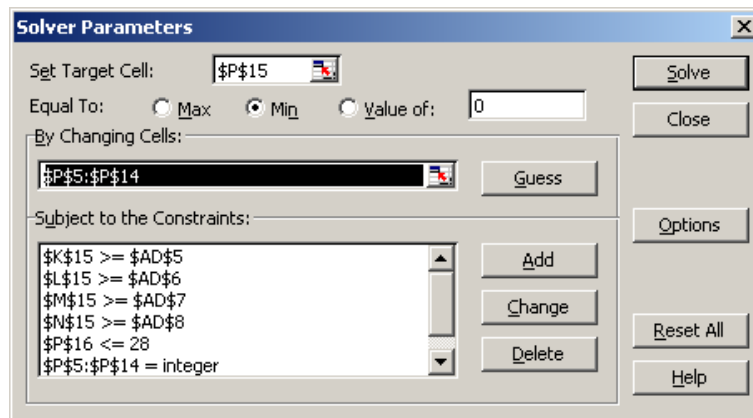
Фиг. 6.Прозорец "Solver параметри"

Тъй като целта е реализиране на минимални разходи, в отвореният прозорец “*Solver Parameters*” се избира “*Min*”. В полето “*Set Target Cell:*” за целева се посочва клетката \$P\$15 (табл. 2), в която *Solver* ще изчисли стойността на търсения в задачата минимум. За успешно извършване на изчисленията, предварително в целевата клетка \$P\$15 трябва да е въведена подходяща формула (фиг.7). В случая е използвана функцията “*SUMPRODUCT*”.

№ по ред	Начален район $k$	Краен район $m$	Пътнически кореспонденции $A$ км	Пътниковместимост на $l$ автобус $\beta$ , бр. места	Коэффициент $\alpha_{ij}$ за участък $i$				Транспортни разходи $c$ , лв./автобус	Брой автобуси $X$
					$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$		
1	1	2	420	213	1	0	0	0	12,05	0
2	1	3	525	213	1	1	0	0	25,91	0
3	1	4	350	213	0	0	0	0	36,63	0
4	1	5	105	213	1	1	1	1	49,50	0
5	2	3	700	213	0	1	0	0	13,86	0
6	2	4	980	213	0	0	0	0	24,59	0
7	2	5	840	213	0	1	1	1	37,46	0
8	3	4	595	213	0	0	0	0	10,73	0
9	3	5	735	213	0	0	1	1	23,60	0
10	4	5	560	213	0	0	0	0	12,87	0
					0	0	0	0	Сумарни минимални: =SUMPRODUCT(O5:O14;P5:P14)	Сумарен брой автобуси: =SUMPRODUCT(array1; [array2]; [array3];)

Фиг. 7. Начални стойности

Дефинирането на задачата в средата на *MS Solver* завършва с въвеждане на ограничителни условия от (8) до (10) чрез бутона “*Add*” и посочване в полето “*By Changing Cells:*” (фиг. 8) обхвата от клетки \$P\$5:\$P\$14 в табл. 2, съдържащи стойности, чрез промяна на които *Solver* ще намери минимум на функцията (7), който минимум ще върне като резултат в избраната целева клетка \$P\$15.



Фиг. 8. Прозорец “*Solver параметри*”

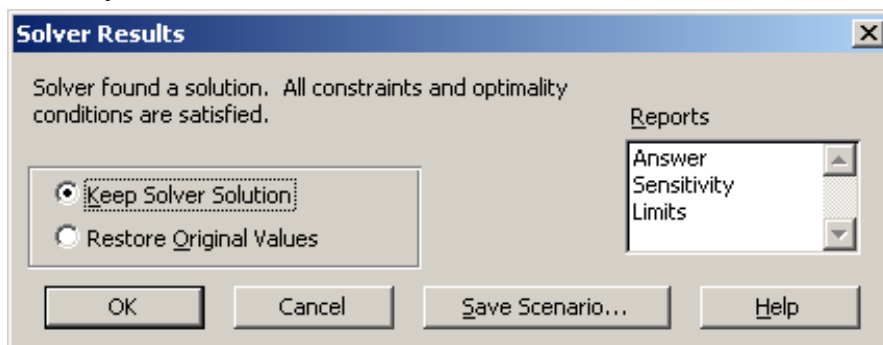
За начало на изчислителните процедури, след като в прозореца “*Solver параметри*” задачата е вече дефинирана и описана, се натиска бутон “*Solve*”. Намереният минимум (клетка P15) и оптималния брой автобуси (клетки от P5 до P14), получен в резултат от извършените изчисления, минимизиращ целевата функция, са дадени в табл. 3 от работния лист (worksheet), представен на фиг. 9.



Microsoft Excel - Determination of an optimum number of buses and routes of the urban passenger transport by the linear programming method using ms excel solver											
Таблица 3											
№ по ред	Начален район $k$	Краен район $m$	Пътнически кореспонденции $A_{k,m}$	Пътниковаместимост на $l$ автобус $\beta_l$ , бр. места	Коефициент $C_{i,l}$ за участък $i$				Транспортни разходи $C_{r,l}$ , ле./автобус	Брой автобуси $X_r$	
					$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$			
1	1	2	420	213	1	0	0	0	12,05	0	
2	1	3	525	213	1	1	0	0	25,91	0	
3	1	4	350	213	0	0	0	0	36,63	0	
4	1	5	105	213	1	1	1	1	49,50	7	
5	2	3	700	213	0	1	0	0	13,86	10	
6	2	4	980	213	0	0	0	0	24,59	0	
7	2	5	840	213	0	1	1	1	37,46	0	
8	3	4	595	213	0	0	0	0	10,73	0	
9	3	5	735	213	0	0	1	1	23,60	10	
10	4	5	560	213	0	0	0	0	12,87	0	
					1491	3621	3621	3621	Сумарни минимални разходи $C$	721,05	
										Сумарен брой автобуси $\sum X_r$	27

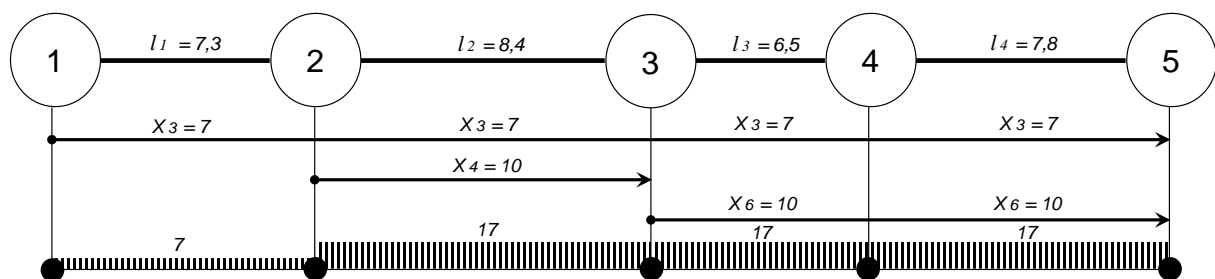
Фиг. 9.Прозорец "Резултати от изчисленията"

Индикация на успешното приключване на изчисленията е изведеното от *Excel* в отворения прозорец "Solver Results" (фиг. 10) текстово съобщения указващо, че *Solver* е намерил оптимално решение, удовлетворяващо всички ограничения и условия. За запазване на решението се избира предложеният от *Solver* избор "Keep Solver Solution" и се натиска бутона "OK".



Фиг. 10.Прозорец "Solver Results"

Схематично, новосформираните съгласно решението маршрути и необходимия за усвояване на дневния пътничкопоток оптимален брой автобуси по отделните маршрути, както и сумарния за всеки участък брой автобуси, обслужващи прокараните през него маршрути, са показани на фиг. 11.



Фиг. 11.Оптимален брой маршрути и брой автобуси по маршрути и участъци

От представеното решение на задачата (фиг. 11) може да се види, че сумарни минимални транспортни разходи за превоз на пътници с автобусен транспорт ще се реализират при организиране на движението по следните 3 от възможните 6 на брой маршрути:

- маршрут № 3, с начална спирка район 1 и крайна спирка район 5, обслужван от  $x_3 = 7$  на брой автобуси;

- маршрут № 4, с начална спирка район 2 и крайна спирка район 3, обслужван от  $x_4 = 10$  броя автобуси;

- маршрут № 6, с начална спирка район 3 и крайна спирка район 5, с движещи се по него  $x_6 = 10$  автобуса.

Съгласно оптималното решение, пътничекото по участъци с номера от 1 до 4 може да бъде усвоен от автобусите, които се движат по установените маршрути и същевременно преминават през съответния участък, както следва:

- пътничекото  $F_1 = 1400$  пътници по участък 1 се обслужва от  $x_3 = 7$  на брой автобуси, движещи се по маршрут № 3;

- пътничекото  $F_2 = 3500$  пътници по участък 2 може да се усвои от общо  $x_3 + x_4 = 7 + 10 = 17$  броя автобуси (7 автобуса по маршрут 3 и 10, предвидени да се движат по маршрут 4);

- пътничекото  $F_3 = 3605$  пътници по участък 3 се обслужва сумарно от  $x_3 + x_6 = 7 + 10 = 17$  автобуси – 7 от маршрут 3 и 10 автобуса по маршрут 6;

- пътничекото  $F_4 = 2240$  пътници по участък 4 се предвижда да се превозва от  $x_3 + x_6 = 7 + 10 = 17$  автобуси, от които 7 автобуса от маршрут 3 и 10, движещи се по маршрут 6.

От фиг. 11 се вижда, че полученото оптимално решение гарантира, че пътниците ще могат да достигнат от всеки начален до крайния за тяхното пътуване пункт с максимум едно прекачване между превозните средства, което ще се наложи да извършат само ако ползват маршрут № 4 или № 6, но не и №5.

След заместване с определения оптимален брой автобуси по маршрути

$$\sum_{r=1}^{n=6} x_r = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 0 + 0 + 7 + 10 + 0 + 10 = 27 < 28 = N_{bus}$$

във формулата за целевата функция получаваме, че сумарните минимални транспортни разходи за извършване на градски пътнически превози с автобусен транспорт възлизат на:

$$C = \sum_{r=1}^{n=6} c_r \cdot x_r = c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 + c_3 \cdot x_3 + c_4 \cdot x_4 + c_5 \cdot x_5 + c_6 \cdot x_6 =$$

$$= 12,05 \cdot 0 + 25,91 \cdot 0 + 49,50 \cdot 7 + 13,86 \cdot 10 + 37,46 \cdot 0 + 23,60 \cdot 10 = 721,05 \text{ лв.}$$

Получените за оптималното решение на задачата резултати са обобщени и показани в табл. 4.

**Таблица 4 – крайни резултати**

Маршрут №	Основни спирки			Еднопосочна дължина на маршрута, км	Брой автобуси	Предоставени пътничекосте	Разходи на 1 автобус, лв.	Дневни разходи, лв.	Обслужва пътничекото $F_i$ по участък $i$ съвместно с маршрут №											
	Начална спирка	Междинни спирки	Крайна спирка						участък 1			участък 2			участък 3			участък 4		
									Маршрут №	Пътничекото	Предоставени пътничекосте	Маршрут №	Пътничекото	Предоставени пътничекосте	Маршрут №	Пътничекото	Предоставени пътничекосте	Маршрут №	Пътничекото	Предоставени пътничекосте
3	1	2,3,4	5	30,0	7	1491	49,50	346,50	-	-	-	4	-	-	6	-	-	6	-	-
4	2	-	3	8,4	10	2130	13,86	138,60	-	1400	1491	3	3500	3621	-	3605	3621	-	2240	3621
6	3	4	5	14,3	10	2130	23,60	235,95	-	-	-	-	-	-	3	-	-	3	-	-

## 5. Заключение.

С оглед на получените резултати, касаещи разгледания в публикацията пример, в заключение могат да се направят следните основни изводи:

1. Намирането на оптимално решение на задачата за организиране на нови маршрути и определяне на минимално необходимия брой движещи се по тях превозни средства, извършващи градски пътнически превози, е основна предпоставка за

постигане на адекватно и съответстващо на транспортното търсене транспортно обслужване на градското население.

2. Линейното програмиране е мощен инструментариум, предоставящ възможност да се дефинират, математически описват и решават разнообразни и различни по своята същност и ниво на сложност оптимизационни задачи в транспорта и други области на приложение.

3. Използването на мощта и бързодействието на персоналните компютри съвместно със съществуващия изчислителен софтуер, какъвто е и *MS Excel*, за решаване на оптимизационни задачи, води до ускоряване на изчислителните процедури и постигане на висока точност на крайните резултати.

4. Въпреки, че задачата за организиране на маршрути и определяне на оптимален за отделните маршрути брой автобуси, решена с прилагане на метода на линейното програмиране, е с познавателна и учебна цел, ако се работи с реални данни и разстояния, като се отчетат допълнително наложени ограничения, получените от нейното решение резултати биха могли да послужат като база за разработване на графици за движение на превозните средства по линии на градския транспорт, както и за съставяне на маршрутни разписания [2].

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Афанасьев, Л. Л., Воркут, А. И. и др., “Пасажирские автомобильные перевозки”, Москва, “Транспорт”, 1986 г.
- [2] Варелопуло, Г. А., “Организация движения и перевозок на городском пассажирском транспорте”, Москва, “Транспорт”, 1990 г.
- [3] Велев, Г. Д., Димитров, М. Ц., Христова, М. С., Пъдевска, С. С., “Висша математика в примери и задачи”, Университетско издателство “Стопанство”, София, 1992 г.
- [4] Гатев, Г., “Изследване на операциите – избор на решения при определеност”, книга 1, Технически университет – София, 2003 г.
- [5] Димитров, С. Д., “Моделиране на пътничкопотоците в градския обществен транспорт”, научно списание „Механика, Транспорт, Комуникации”, бр. 2, 2009 г., ВТУ “Тодор Каблешков”, София
- [6] Ефремов, И. С., Кобозев, В. М., Юдин, В. А., “Теория городских пассажирских перевозок”, М.: Высшая Школа 1980 г.
- [7] Зенгбуш, М. В., Белинский, А. Ю., Дынкин, А. Г., “Пассажиропотоки в городах”, Москва, “Транспорт”, 1974 г.
- [8] Качаунов, Т. Т., Стаменов, В. Н., “Градски пътнически транспорт”, Печатница ВВТУ “Тодор Каблешков”, София, 1994 г.
- [9] Митаишвили, Р. Л., “Система показателей хозяйственной деятельности на пассажирском автомобильном транспорте”, Москва, “Транспорт”, 1987 г.
- [10] Пенков, И. К., “Основи на автомобилния транспорт”, Технически университет – София, 1997 г.
- [11] Райков, Р. Г., “Организация и управление на движението в железопътния транспорт”, София, 1985 г.
- [12] Симеонов, Д. Г., “Ръководство за упражнения по технология и организация на автомобилните превози”, Русе, 1992 г.
- [13] Стоилова, С. Д., “Организация и управление на железопътния транспорт”, Издателство на Технически университет - София, 2010 г.
- [14] Стоядинов, С. Б., Стоилова, С. Д., “Ръководство за лабораторни упражнения по технология и организация на транспорта – I част (железопътен транспорт)”, Издателство на Технически университет – София, 2006 г.
- [15] Microsoft Excel 2003 Help, Microsoft Corporation