



НЯКОИ ЧИСЛОВИ ХАРАКТЕРИСТИКИ НА ПОВЪРХНИНИ НА ВЛИЯНИЕ

Банко Банков, Лилия Петрова, Иван Вайсилов

Bankov@vsu.bg LPetrova@vtu.bg Vaisilov@vsu.bg

ВСУ “Л.Каравелов”, ул. “Суходолска” 32, София 1373
ВТУ “Т. Каблешков”, бул. “Гео Милев” 158, София 1574
BULGARIA

Резюме: Въведени са числови характеристики, дефинирани чрез ординатите от повърхнините на влияние за опорни връзки в тънки еластични плочи. Те дават възможност да се преценява директно съотношението между екстремните стойности на реакциите в подпиращи колони, при наличие на площен разпределен товар. А също така да се прецени доколко е съществено влиянието на товара в отдалечени зони върху тези екстремални стойности.

Ключови думи: числови характеристики, повърхнини на влияние, екстремни стойности

ПРЕДВАРИТЕЛНИ БЕЛЕЖКИ

Понятието “числа на влияние” при пресмятане на усилия във фиксирани сечения, при преместване на товари по “пътя” върху системата е въведено от френския учен Брес в средата на 19 век. Съставените от него таблици днес ние бихме нарекли матрици на влияние. Научното творчество на Брес обаче не е било популяризирано и често идеите му са били преповтаряни. Така по-късно Винклер стига самостоятелно до понятието “линия на влияние”, като график, който показва изменение на усилие или преместване в дадено сечение на системата, при движение на подвижна единична сила (или момент) по пътя [1], [2].

Начините за “ръчно” построяване на линии на влияние в статически определими и неопределими едномерни (рамкови) системи са детайлно разработени през изминалото столетие и няма да ги припомним [3], [4]. Ще отбележим само, че по смисъла на принципа на възможните премествания линиите на влияние за реакции и разрезни усилия могат да се тълкуват като премествания на точките от пътя при единично отрицателно обобщено преместване по направление на усилието, за

което строим линията на влияние. При определими рамкови системи тези графици са праволинейни, при неопределими – криволинейни, а при двумерни и тримерни системи (плочи, ребрести куполи, черупки) – сложно очертани пространствени повърхнини.

Построяването на такива повърхнини дълго време поставяше сериозни изчислителни затруднения пред изследователите (включително и пространственото представяне на повърхнините). С появата на електронноизчислителна техника и повсеместното използване в инженерната практика на МКЕ се появили нови, много по-рационални възможности.

Първата е тривиална – многократно пресмятане на интересуващото ни усилие при последователно прилагане на единичния причинен товар във възлови точки от “пътната” повърхнина. С възможностите на изчислителната техника дори при повърхнини с хиляди възли пресмятането на ординатите – стойности на усилието и онагледяването им отнема секунди.

Втората възможност е много по-елегантна. В МКЕ основните неизвестни са преместванията на възловите точки, предизвикани от причинното въздействие. При единично отрицателно преместване, въведено като външно въздействие по посока на търсената реакция или разрезно усилие, съвкупността от компонентите на търсения вектор на неизвестните по посока на вертикалната координатна ос ще описва повърхнината на влияние.

СЪЩНОСТ НА РАЗРАБОТКАТА

Нека означим с:

$\sum |w|$ – сума от абсолютните стойности на всички ординати от повърхнината на влияние (абсолютен обем, съответен на повърхнината на влияние);

$\sum w$ - сума от относителните стойности на всички ординати от повърхнината на влияние (относителен обем, съответен на повърхнината на влияние);

\sum^{+w} - сума от стойностите на положителните ординати от повърхнината на влияние (положителен обем, съответен на повърхнината на влияние);

\sum^{-w} - сума от стойностите на отрицателните ординати на линията на влияние (отрицателен обем, съответен на повърхнината на влияние).

С помощта на тези характеристики ще дефинираме следните коефициенти:

$$k_1 = \frac{\sum w}{\sum |w|} \text{ - коефициент на редукция на}$$

възможното най-голямо по стойност усилие (онова, което се реализира при еднопосочен разпределен товар, например собствено тегло върху цялата плоча и при разнопосочен разпределен товар, например динамично

натоварване от разпределени масови сили по втора форма на трептене над съответните положителни и отрицателни обеми от повърхнината на влияние);

$$k_2 = \frac{\sum^{+w}}{\sum |w|} \text{ - коефициент на абсолютна}$$

положителна активизация на усилието;

$$k_3 = \frac{\sum^{-w}}{\sum |w|} \text{ - коефициент на абсолютна}$$

отрицателна активизация на усилието;

$$k_4 = \frac{\sum^{+w}}{\sum w} \text{ - коефициент на относителна}$$

положителна активизация на усилието,

$$k_5 = \frac{\sum^{-w}}{\sum^{+w}} \text{ - коефициент на относителна}$$

отрицателна активизация на усилието.

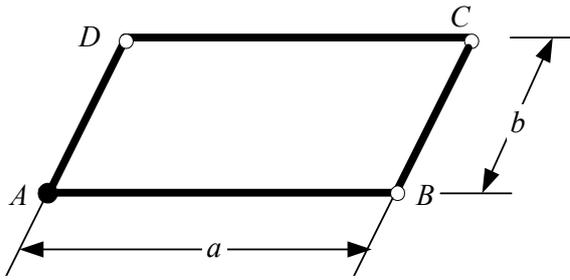
Част от тези характеристики бяха въведени в разработената под ръководството на проф. Банков във ВСУ “Л. Каравелов”, но незащитена докторска дисертация на инж. В. Дончев [5], посветена на якостното, стабилитетно и динамично изследване на ребрести куполи и структурни плочи.

Ще покажем как с помощта на тези характеристики може да се получи качествена представа за капацитивните възможности на показаните на фиг.1, 2, 3 и 4 точково подпрени по контурите и във вътрешността си тънки еластични плочи (фиг. 1 - фиг. 4).

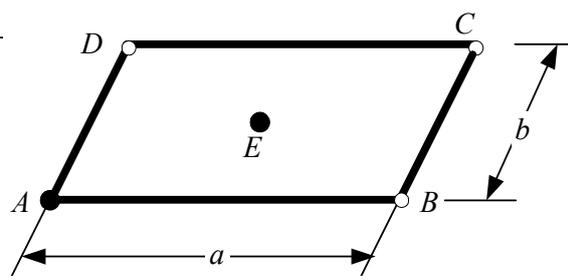
Ще приемем следните стойности за размерите и физическите характеристики на показаните плочи:

$$a = 1.60 \text{ m}, \quad b = 1.20 \text{ m}, \quad t = 0.01 \text{ m};$$

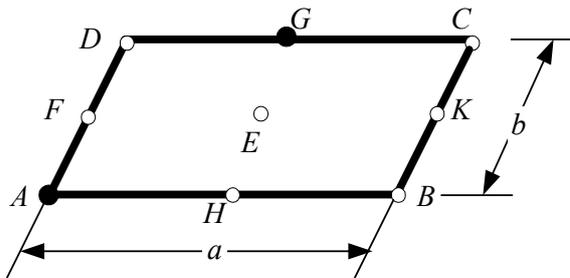
$$E = 2.10^8 \frac{kN}{m^2}; \quad \nu = 0.3.$$



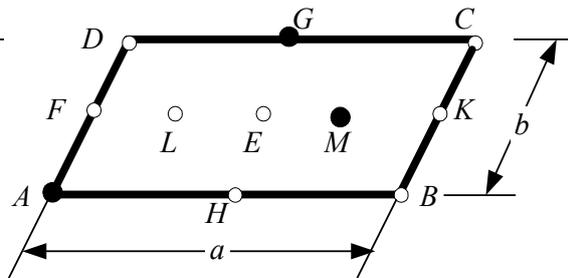
Фиг. 1



Фиг. 2



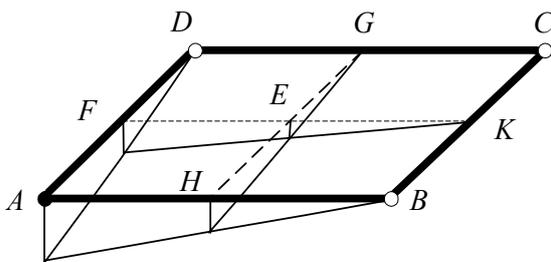
Фиг. 3



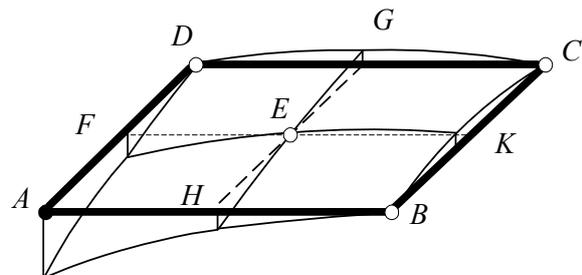
Фиг. 4

Ще предполагаме, че във всички възли на горните фигури плочите са подпирани с колони. Нека построим повърхнините на влияние за вертикалните реакции в онези колони, които съответстват на отбелязани с черна точка възли. Дискретизацията на плочите ще извършим с 221 възела и 192 крайни плочови елемента с размери $0,1/0,1$ m и с 12 степени на свобода. Както вече отбелязахме, повърхнините ще строим като задаваме единично вертикално

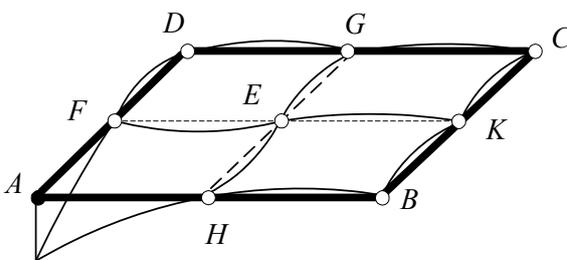
преместване, обратно на посоката на насочена нагоре опорна реакция в съответната колона. Ординатите от повърхнините на влияние под условната равнина на плочата ще разглеждаме като положителни, а над равнината $\dot{}$ – като отрицателни. Повърхнините на влияние за реакцията " R_A " при четирите вида подпиране на плочата схематично са представени по сечения на фиг. 5 - фиг. 8.



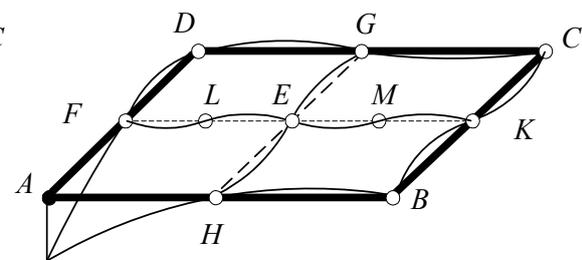
Фиг. 5



Фиг. 6



Фиг. 7



Фиг. 8

След това ще пресметнем въведените по-горе характеристики и коефициенти, и ще ги систематизираме в таблица 1.

Табл. 1

		Плоча							
		Фиг.1	Фиг.2		Фиг.3		Фиг.4		
		"R _A "	"R _A "	"R _E "	"R _A "	"R _G "	"R _A "	"R _G "	"R _M "
1	$\sum w $	55.25	39.449	123.103	16.640	44.013	15.884	32.293	49.056
2	$\sum w$	55.25	21.564	132.103	11.018	37.385	10.388	23.547	40.107
3	$\sum +w$	55.25	30.507	132.103	13.829	40.699	13.136	27.920	44.582
4	$\sum -w$	0.	-8.942	0.	-2.811	-3.314	-2.748	-4.373	-4.471
5	$k_1 = \frac{\sum w}{\sum w }$	1	0.546	1	0.662	0.850	0.645	0.729	0.818
6	$k_2 = \frac{\sum +w}{\sum w }$	1	0.773	1	0.831	0.924	0.827	0.864	0.909
7	$k_3 = \frac{\sum -w}{\sum w }$	0	-0.227	0	-0.169	-0.0753	-0.173	-0.135	-0.0912
8	$k_4 = \frac{\sum +w}{\sum w}$	1	1.145	1	1.255	1.089	1.264	1.185	1.112
9	$k_5 = \frac{\sum -w}{\sum w}$	0	-0.415	0	-0.255	-0.089	-0.264	-0.185	-0.112

Макар и да съдържа резултати за частни случаи, описващи повърхнини, построени за усилия в конкретни конструкции (в случая – правоъгълни плочи), таблица 1 позволява да се направят интересни изводи.

Числовите стойности на характеристиката $\sum |w|$ от ред 1, отнасящи се за линията на влияние за "R_A" показват рязкото намаляване на обема ѝ (а оттам – и на възможната екстремна стойност на усилието R_A) при добавяне на допълнително опирание в средата на плочата и в средата на десния контур – фиг. 2, което е в рамките на очакванията. Добавянето на междинни опори в средите и на останалите три контурни страни – фиг. 3 води до ново рязко намаляване на характеристиката. Прибавянето на допълнителни вътрешни опори според фиг. 4 повлиява незначително на резултата.

Същите констатации се отнасят и за характеристиките $\sum w$, $\sum +w$ и за $\sum -w$, показани на редове 2, 3 и 4.

Коефициентите k_2 на абсолютна положителна активизация показани на ред 6, остават неизменно високи, въпреки добавянето на допълнителни опори. Съответно коефициентите k_3 на абсолютна отрицателна активизация, показани на ред 7, остават сравнимо ниски.

Коефициентите на положителна относителна активизация k_4 , показани на ред 8, са по-големи от 1. Тук можем да търсим далечна аналогия с ефекта на рационалната ос при очертане на триставна дъга – натоварване с разпределено натоварване върху половината дъга е неизмеримо по-опасно, отколкото върху цялата.

Може да се отбележи също, че числовите характеристики на повърхнините в ред 5 са равни на сбора от съдържанията на редове 6 и 7. Сборът пък на числовите характеристики на ред 8 и 9 дава единица.

Подобни разсъждения могат да се направят и за повърхнините на влияние за

реакциите " R_E " и " R_G " в допълнително добавените подпори.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Горните разсъждения показват, че въвеждането на тези характеристики дава интересни възможности.

Да се прецени доколко добавянето на допълнителни опорни връзки облекчава значимо режима на работа на вече съществуващите такива.

Да се разбере необходимо ли е от практическа гледна точка товарът да се разполага в зони с минимално влияние върху търсените гранични стойности на усилията.

Да се предвиди качествено, а от там и приблизително количествено, състоянието на обекта при екстремни въздействия. Поспециално под въздействие на масов товар при собствени трептения по първите две

вълнови форми, породени от вертикални динамични въздействия. Или при обдухване с натиск и смучене.

Подобни констатации бяха направени и в [5], при изследване на ребрести куполи.

ЛИТЕРАТУРА

[1]. Бернштейн, С. А., Очерки по истории строительной механики, М. Госстройиздат, 1957.

[2]. Тимошенко, С. П., История науки о сопротивлении материалов, М. Госстройиздат, 1957.

[3]. Банков Б. П., Строителна статика, част I, Определими системи, София, 2001.

[4]. Банков Б. П., Строителна статика, част II, Неопределими системи, София, 2001.

[5]. Дончев, В, Докторска дисертация (незащитена), ВСУ, 2005/6.

SOME NUMERICAL CHARACTERISTICS OF INFLUENCE'S AREAS

Banko Bankov, Liliya Petrova, Ivan Vaisilov

Bankov@vsu.bg LPetrova@vtu.bg Vaisilov@vsu.bg

VSU "Luben Karavelov", 175 Suhodolska str, 1371 Sofia

VTU "T. Kableschkov", 158 Geo Milev Blvd, 1574 Sofia

BULGARIA

Key words: numerical characteristics, influence's areas, extreme values

Abstract: The paper concerns some numerical characteristics calculated by the ordinates of influence's areas for the supports reactions in thin elastic plates. With the characteristics is possible to estimate directly the relationship between extreme values of the reactions in the support columns under partial distributed areas load. Also – to estimate the influence of the load in distant area's zone over the extreme values.