

КРИТЕРИЙ ЗА СИНХРОНИЗАЦИЯ НА АВТОНОМНИ ХАОТИЧНИ ГЕНЕРАТОРИ В СИСТЕМИ ЗА ПРЕДАВАНЕ НА ИНФОРМАЦИЯ

Галина Чернева, Антонио Андонов

cherneva@vtu.bg andonov@vtu.bg

*VTU „Тодор Каблешков”, София 1574, ул. „Гео Милев” 158
БЪЛГАРИЯ*

***Резюме:** В статията е изследвана синхронизацията на два свързани автономни генератора с хаотична динамика. Анализирано е изменението на амплитудата и фазата на сигналите в съответствие с критерия за синхронизация.*

***Ключови думи:** свързани хаотични генератори, синхронизация, хаотичен атрактор*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Основна сфера на приложение на хаотичните сигнали в настояще време е за целите на защита на информацията в различни типове системи за предаване на данни. Най-общо принципът на действие на тези системи се основава на маскирането на информационния сигнал с хаотичен, като за целта в предавателя и в приемника се интегрират хаотични системи. Използването на хаотичните сигнали в комуникационните системи е тясно свързано с изследване на различни схемни решения на генератори на хаотични сигнали и с възможности за тяхната синхронизация в приемника и предавателя. Особен интерес в това направление представляват системите с малък брой степени на свобода и сравнително проста реализация, които генерират сложни непериодични колебания с широк спектър. Към този клас системи се отнася и предложената от Чуа и Мацамуто автономна генераторна схема, съдържаща един нелинеен елемент с отсечково линейна волт-амперна характеристика, известна като генератор на Чуа [1,2]. Съществуват различни изследвания [2,3,4], които засягат общите фундаментални закономерности на нелинейната динамика във веригите на Чуа. Но от гледна точка на използването им като източник на хаотичен

сигнал в система за предаване на информация, интерес представлява синхронизацията между тях в предавателя и приемника. Това определя и целта на настоящата работа: да се изследват някои закономерности в динамиката на свързани генератори на Чуа и се изведе обобщен критерий за синхронизация на генерираните сигнали.

2. ОБЩА ПОСТАНОВКА НА ПРОБЛЕМА ЗА СИНХРОНИЗАЦИЯ НА ХАОТИЧНИ СИСТЕМИ

Синхронизацията на хаотични сигнали е едно от основните и фундаментални нелинейни явления, което е обект на много изследвания [5,6,7,8,9]. Въпреки това, обаче, в литературата няма единен подход за определяне на явлението хаотична синхронизация. Този термин определя няколко различни метода за синхронизиране на хаотичните сигнали: честотна [7], фазова [9], синхронизация със закъснение (лаг-синхронизация) [5], обобщена [8], пълна синхронизация [8]. Различните модели на синхронно поведение на хаотичните системи предполагат и различни подходи за количествена и качествена оценка на процеса.

Максимално възможно съгласувано поведение е пълната синхронизация, при която, вследствие на връзката, генерираните хаотични сигнали стават еднакви. За най-разпространения случай на две еднакви по структура и параметри непрекъснати хаотични системи, представени със записа:

$$(1) \quad x^{(1)} = f(\mathbf{x}, t); \quad x^{(2)} = f(\tilde{\mathbf{x}}, t) \quad ,$$

където $\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x} \in R^n$ са съответно векторите на състоянието на двете системи, пълна синхронизация се постига, когато

$$(2) \quad x^{(1)}(\mathbf{x}, t) = x^{(2)}(\tilde{\mathbf{x}}, t) .$$

По-общо понятие, обаче, е обобщената синхронизация, при която между хаотичните процеси в двете системи се установява някаква детерминирана функционална зависимост от вида:

$$(3) \quad x^{(2)}(\tilde{\mathbf{x}}, t) = F[x^{(1)}(\mathbf{x}, t)] .$$

В този случай проблемът за синхронизация между две системи, генериращи хаотични сигнали $x_1(t)$ и $x_2(t)$, може да се постави във вида: да се намери функционална зависимост F , при която за $t \rightarrow \infty$ е изпълнено:

$$(4) \quad x^{(2)}(\tilde{\mathbf{x}}, t) \rightarrow x^{(1)}(\mathbf{x}, t)$$

Изпълнението на условие (4) означава, че чрез синхронизацията двете хаотични системи приспособяват динамиката си една към друга посредством подходящо подбрана връзка между тях. Техните състояния стават идентични, т.е. във всеки момент от времето процесите в двете системи ще минават през една и съща точка на хаотичния атрактор.

Критерий за изпълнение на условие (4) е минимум на функцията на подобие между двата хаотични сигнала:

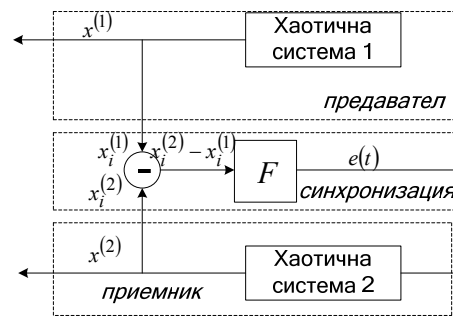
$$(5) \quad \mu = \min_{\tau} [D(\tau)] \quad ,$$

където:

$$(6) \quad D(\tau) = \sqrt{\langle [x^{(2)}(\tilde{\mathbf{x}}, t + \tau) - x^{(1)}(\mathbf{x}, t)]^2 \rangle}$$

е функцията на подобие.

Въз основа на изложеното, процесът на синхронизация на хаотичните системи в предавателя и приемника, може да се представи с функционалната схема, показана на фиг.1.



Фиг.1 Функционална схема на синхронизация на две хаотични системи

Разликата между изходните на двете системи сигнали $x_i^{(1)}$ и $x_i^{(2)}$ образува сигнала

$$(7) \quad e(t) = F(x_i^{(2)} - x_i^{(1)}) \quad ,$$

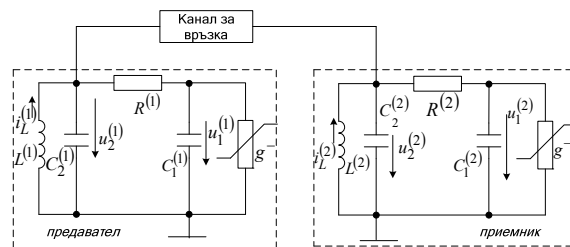
където функционалната зависимост F се определя от параметрите на връзката между системите. Двете хаотични системи ще бъдат идентично синхронизирани, ако се изпълнява условието:

$$(8) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \{F[x_i^{(2)}(t) - x_i^{(1)}(t)]\} = 0$$

3.МАТЕМАТИЧЕН МОДЕЛ НА СИСТЕМА ОТ ДВА СВЪРЗАНИ ГЕНЕРАТОРИ НА ЧУА

Обект на настоящето разглеждане са два свързани чрез канала за връзка генератори на Чуа (фиг.2) с идентични нелинейни елементи с отсечково линейна V-A характеристика [1], зададена с функция от вида:

$$(9) \quad g(u) = G_b u + \frac{1}{2}(G_a - G_b)[|u + E| - |u - E|] .$$



Фиг.2 Свързани генератори на Чуа

За представените на фиг.2 схеми се записва система уравнения по законите на Кирхоф, като за простота се приема, че между

тях съществува еднопосочна връзка, изразена с функцията F_1 :
(10)

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1^{(1)} \frac{du_1^{(1)}}{dt} = \frac{1}{R^{(1)}} (u_2^{(1)} - u_1^{(1)}) - g(u_1^{(1)}) \\ C_2^{(1)} \frac{du_2^{(1)}}{dt} = \frac{1}{R^{(1)}} (u_1^{(1)} - u_2^{(1)}) + i_L^{(1)} + F_1(u_2^{(2)} - u_2^{(1)}) \\ L^{(1)} \frac{di_L^{(1)}}{dt} = -u_2^{(1)} \\ C_1^{(2)} \frac{du_1^{(2)}}{dt} = \frac{1}{R^{(2)}} (u_2^{(2)} - u_1^{(2)}) - g(u_1^{(2)}) \\ C_2^{(2)} \frac{du_2^{(2)}}{dt} = \frac{1}{R^{(2)}} (u_1^{(2)} - u_2^{(2)}) + i_L^{(2)} \\ L^{(2)} \frac{di_L^{(2)}}{dt} = -u_2^{(2)} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dx^{(1)}}{d\tau} = \alpha [y^{(1)} - x^{(1)} - f(x^{(1)})] \\ \frac{dy^{(1)}}{d\tau} = x^{(1)} - y^{(1)} + z^{(1)} + \gamma (y^{(2)} - y^{(1)}) \\ \frac{dz^{(1)}}{d\tau} = -\beta y^{(1)} \\ \frac{dx^{(2)}}{d\tau} = \alpha [y^{(2)} - x^{(2)} - f(x^{(2)})] \\ \frac{dy^{(2)}}{d\tau} = x^{(2)} - y^{(2)} + z^{(2)} \\ \frac{dz^{(2)}}{d\tau} = -\beta y^{(2)} \end{array} \right.$$

Уравнения (10) могат да се запишат в безразмерен вид, като за случая на идентични генератори, се правят следните полагания:

$$(11) \quad x^{(i)} = \frac{u^{(i)}}{E}, \quad i = 1, 2$$

$$(12) \quad y^{(i)} = \frac{u^{(i)}}{E}, \quad i = 1, 2$$

$$(13) \quad z^{(i)} = \frac{i_L^{(i)} R}{E}, \quad i = 1, 2$$

$$(14) \quad \tau = \frac{t}{RC_2}$$

$$(15) \quad \alpha = \frac{C_2}{C_1}$$

$$(16) \quad \beta = \frac{R^2 C_2}{L}$$

Функцията F_1 е изразена чрез параметъра на връзка γ , който в случая изразява степента на затихване на сигнала в канала за връзка.

Тогава система (10) добива вида:
(17)

4. КРИТЕРИЙ ЗА СИНХРОНИЗАЦИЯ НА СВЪРЗАНИ ХАОТИЧНИ ГЕНЕРАТОРИ

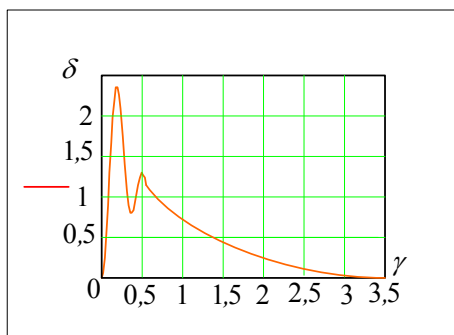
Като се има предвид зависимост (6), може да се определи грешката:

$$(18) \quad \delta = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (y_j^{(2)} - y_j^{(1)})^2},$$

където $y_j^{(i)}$, $i = 1, 2$, са стойностите на променливата в j -тия момент от време.

Величината δ , определена със зависимост (18), може да служи за мярка на подобие или различие на времевите реализации на сигналите, генерирани от двете хаотични системи. В случай на пълна синхронизация $\delta = 0$, а във всички останали случаи е различна от нула.

На фиг. 3 е изследвана зависимостта на δ от параметъра на връзка γ за свързани хаотични генератори на Чуа с параметри [10]: $L = 18 \text{ mH}$, $C_1 = 10 \text{ nF}$, $C_2 = 100 \text{ nF}$, $R = 1800 \Omega$, $G_a = -50 / 66 \text{ mS}$, $G_b = -9 / 22 \text{ mS}$, $E = 1 \text{ V}$.



Фиг.3 Зависимост на грешката от синхронизация от параметъра на връзка

Както се вижда от фиг.3, могат да се обособят три участъка на изменение на грешката при синхронизация. При малки стойности на параметъра на връзка γ грешката δ е голяма, т.е. практически няма синхронизация. С увеличаване на γ , δ намалява - този режим съответства на процеса на „захващане“ на честотите на двете колебания, но при съществена разлика в амплитудите им. След това се наблюдава известен скок на грешката δ , който може да се обясни с бифуркациите, които настъпват и в двете системи и еволюцията на атракторите им. В резултат на това, в третия диапазон вече, настъпва постепенно изравняване на амплитудите на хаотичните сигнали в двете системи, в резултат на което δ намалява до нула.

Зависимост (18) се отнася за случая, когато се осъществява синхронизиране само на напреженията върху кондензаторите $C_2^{(i)}$, $i = 1, 2$. За да се следи синхронизацията и на другите процеси в хаотичните системи, тази зависимост може да се обобщи като:

$$(19) \quad \delta = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left(x_j^{(2)} - x_j^{(1)} \right)^2 + \left(y_j^{(2)} - y_j^{(1)} \right)^2 + \left(z_j^{(2)} - z_j^{(1)} \right)^2}$$

5. ИЗВОДИ

В настоящата работа, на примера на два еднопосочно свързани генератора на Чуа и с допускането, че функционалната зависимост, изразяваща връзката между генераторите, се определя само от степента на затихване на сигнала, е изведен обобщен критерий за синхронизация. Той се определя от разликата на времевите реализации на сигналите,

генерирани от двете хаотични системи и параметъра на връзка между тях. На база на изследване на зависимостта на въведения показател от параметъра на връзка, е показано, че установяването на синхронизация преминава през различни етапи, свързани с промяна на фазовите траектории на сигналите, до установяване на идентично състояние на свързаните хаотични системи.

ЛИТЕРАТУРА:

- [1] Matsumoto T., Chua L.O., Komuro M. // IEEE Trans. Circuits. and Syst. 1985. V. CAS-32(8).
- [2] Matsumoto T., Chua L.O. Journal of circuits, systems and computers. Special Issue on Chua's Circuit: Paradigm for Chaos. 1993. V. 3(2).
- [3] Madan R.N., C.W. Wu, In Chua's circuits: A Paradigm for Chaos., World Scientific, 1993.
- [4] Hartley T.T., Lorenci C.F., Quammer H.K., Chaos on a fractional Chua's system, IEEE Transactions on Circuits and Systems. Theory and Applications, vol.42,1995
- [5] Kolumban G., M.P. Kennedy, L.O. Chua., The role of synchroni
- [7] Pecora L.M. ,T.L Caroll. Synchronization in digital communications using chaos - part II : Chaotic modulation and chaotic synchronization, IEEE Transactions on Circuits and Systems - I : fundamental theory and applications, Vol. 45, No. 11, 1998
- [6] Caroll T.L. Synchronizing chaotic systems using filtered signals// Phys. Rev. E. 1994. Vol. 50. №4.P.2580-2587
- [7] Pecora L.M. ,T.L Caroll. Synchronization in chaotic systems. Phys. Rev. Lett. , vol. 64.1990
- [8] Шабунин А.В., Николаев С.М. и др. Полная и обобщенная синхронизация хаоса в системе трех взаимодействующих отображений. Радиотехника и электроника. 2007.
- [9] Астахов В.В., А.В. Шабунин. Противофазная синхронизация и формирование мультистабильности в симметрично связанных бистабильных системах. Известия вузов. прикладная нелинейная динамика, 2006, т.14.
- [10] Kapitanialc, T., Chaos for Engineers: Theory, Applications and Control. Second revised edition, Berlin: Springer. 2000.

A CRITERION FOR SYNCHRONIZATION OF THE AUTONOMOUS CHAOTIC GENERATORS IN COMMUNICATION SYSTEMS FOR TRANSMITTING INFORMATION

Galina Cherneva, Antonio Andonov

cherneva@vtu.bg andonov@vtu.bg

Higher School of Transport "T. Kableshkov" Geo Milev Str. 158, 1574 Sofia
BULGARIA

Key words: *coupled chaotic generators, synchronization, chaotic attractor.*

Abstract: *The paper present the synchronization of two coupled autonomous generators with chaotic dynamics. The variation of the amplitude and phase of the signals are analyzed in accordance with the criterion of synchronization*