

ПОСТАНОВКА НА ПРОБЛЕМА ЗА СИНТЕЗ НА СЪГЛАСУВАНИ С КАНАЛА ЗА ВРЪЗКА СИГНАЛИ

Галина Петкова Чернева
galja_cherneva@abv.bg

*Висше транспортно училище “Тодор Каблешков”, катедра
“Електротехника и физика”
ул. “Гео Милев” 158, София 1574, БЪЛГАРИЯ*

*Ключови думи: шумоустойчивост, съгласувани с канала за радиовръзка
сигнали, модулация*

Резюме: В предложената работа е изложена и обоснована обща постановка на въпроса за синтез на сигнали, съгласувани с канала за връзка, в смисъл на осигуряване на най-голяма устойчивост срещу смущения при предаване на информация през изкривяващи канали и приемане на фона на адитивен шум.

1. Увод

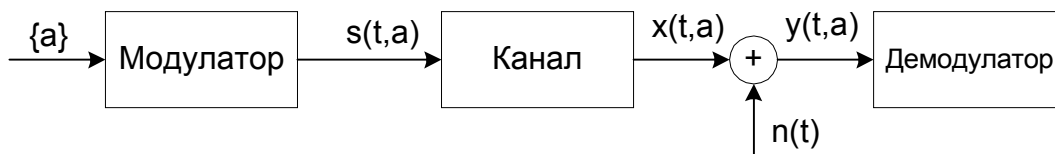
Една от най-важните характеристики, определящи ефективността на системите за връзка, е устойчивостта срещу смущения поради нарастващата сложност на сигнално-шумовата обстановка за всички използвани честотни обхвати. Известно е, че шумоустойчивостта на системата се определя както от формата на предаваните сигнали, така и от вида на тяхната модулация, като те могат да се оптимизират, т.е. да се съгласуват с даден канал за връзка.

Сигналите $s(t, a)$, предаващи информация по комуникационните канали, са функция както на текущото време t , така и на предаваното съобщение a . Формата на сигнала, като негова индивидуална характеристика, се определя от времето t , а зависимостта на сигнала от предаваното съобщение в произволен момент на времето, се определя от вида на модулацията, като съвкупна характеристика на системата сигнали.

Най-общо системата за връзка може да се представи във вида, даден на фиг.1.1.

Ако времето е непрекъснато, а съобщението дискретно, то съобщенията и съответстващите им сигнали образуват крайни множества $A\{a_j; j=1, \dots, m\}$ и

$S\{s_j(t); j=1, \dots, m\}$. Източникът на съобщения изработва съобщения $a \in A$, с помощта на които се модулира конкретен параметър на сигнала. На изхода на



Фиг.1.1

модулатора се формира модулираният сигнал $s(t,a)$, който постъпва в канала за връзка. Каналът преди всичко представлява средата за разпространение, която може да бъде отнесена към частта, образуваща предавателя или приемника. В математически аспект каналът за връзка е възможно да бъде детерминиран или стохастически, стационарен или нестационарен, линеен или нелинеен, инерционен или безинерционен. На входа на приемника към сигнала $x(t,a)$, представляващ реакцията на канала за връзка относно сигнала $s(t,a)$, се прибавя адитивен шум $n(t)$. Същият най-често включва топлинния шум на приемника, но също и смущения с най-различен произход, напр. индустриални, преднамерени, междусигнални и т.н. Сместа сигнал-шум $y(t,a)$ се подава на входа на приемника, който трябва да извърши оценка на предаваното съобщение.

Ако каналът за връзка осъществява над сигнала $s(t,a)$ детерминирано, неизкривящо преобразуване $x(t,a)=K.s(t,a)$, и $n(t)$ е независим бял шум (с некорелирани стойности), то както е известно [1] формата на предаваните сигнали не влияе върху качеството на приемане. В този случай шумоустойчивостта на приемане се определя само от взаимното разположение на сигналите, т.е. от вида на тяхната модулация. Ако обаче не се изпълняват условията за симетричност на шума или за монотонност на обемната вероятностна плътност, то независимостта на достоверността на приемане от формата на предаваните сигнали не се изпълнява. В тези случаи сигналното пространство е анизотропно. При несиметричност на шума има наличие на направления, а при немонотонност на вероятностната плътност – области от сигналното пространство, най-благоприятни по отношение реализирането на най-висока шумоустойчивост. Тогава, във всички случаи, когато се осъществява приемане на сигнали, изкривени в канала за връзка и приемане на фона на шум и смущения с несиметрична и немонотонна вероятностна плътност, може да се постави задачата за оптимизация: *да се намерят такива сигнали $\{s_i(t); i=1, \dots, m, t \in [t_H, t_K]\}$, които преминавайки през канала за връзка, биха създали на неговия изход трептения, максимално отдалечени едно от друго в сигналното пространство. Такива сигнали именно могат да се определят като съгласувани с канала за връзка.*

Шумоустойчивостта също така ще зависи от формата на предаваните сигнали, когато върху търсените сигнали се налагат ограничения. Тези ограничения възникват вследствие ограничените възможности на предаващото устройство. Тези ограничения отделят в сигналното пространство S подобласт S^* допустими сигнали, затвореността на които даже при шум с независими стойности, води до възможности за оптимизация на формата на предаваните сигнали и вида на модулацията.

2. Математическо описание на проблема

Сигналите, предаващи дискретна информация действат в сигналното пространство с някаква метрика, използвана за измерване на разстоянието между сигналите. Характерът на метричното пространство се определя както от природата на неговите елементи, така и от вида на приетата метрика (разстояния). Метрични функционални пространства, използвани в теория на сигналите, най-често са следните:

1. Множеството функции, локализиращи в интервала $[t_H, t_K]$, с ограничена средноизправена стойност. В това пространство разстоянието между две функции $x(t)$ и $y(t)$ се определя както следва:

$$(1.1) \quad \rho(s_1, s_2) = \frac{1}{\Delta T} \int_{t_H}^{t_K} |s_1(t) - s_2(t)| dt, \quad \Delta T = t_K - t_H$$

Указаното пространство се означава с $L_1[t_H, t_K]$.

2. Множество функции, локализиращи в интервала $[t_H, t_K]$, с ограничена средноквадратична стойност. Разстоянието в пространството $L_2[t_H, t_K]$ е:

$$(1.2) \quad \rho(s_1, s_2) = \frac{1}{\Delta T} \left[\int_{t_H}^{t_K} |s_1(t) - s_2(t)|^2 dt \right]^{1/2}$$

3. Множество функции, локализиращи в интервала $[t_H, t_K]$, с ограничена средна стойност от p -ти ред, $p=1, 2, \dots$. Разстоянието в пространството $L_p[t_H, t_K]$ се определя както следва:

$$(1.3) \quad \rho(s_1, s_2) = \frac{1}{\Delta T} \left[\int_{t_H}^{t_K} |s_1(t) - s_2(t)|^p dt \right]^{1/p}$$

4. Множество функции, локализиращи в интервала $[t_H, t_K]$, с ограничена пикова стойност. Разстоянието в такова пространство се определя с израза:

$$(1.4) \quad \rho(s_1, s_2) = \sup_{t \in [t_H, t_K]} |s_1(t) - s_2(t)|$$

или, както е показано в [3], чрез еквивалентния израз:

$$(1.5) \quad \rho(s_1, s_2) = \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta T} \left[\int_{t_H}^{t_K} |s_1(t) - s_2(t)|^p dt \right]^{1/p}$$

5. Множество функции, локализиращи в интервала $[t_H, t_K]$, с ограничена средна стойност, зависеща от произволна функция $\varphi(s)$, за която съществува обратна функция φ^{-1} . В това пространство $L_\varphi[t_H, t_K]$ разстоянието се определя:

$$(1.6) \quad \rho(s_1, s_2) = \varphi^{-1} \left[\frac{1}{\Delta T} \int_{t_H}^{t_K} \varphi |s_1(t) - s_2(t)| dt \right]$$

Задачите на синтеза на оптимални сигнали са екстремални задачи. Вариационният характер на тези задачи предполага използването в качеството на математичен апарат за тяхното решаване идеите и методите на функционалния анализ [2].

За шумове и смущения с произволни разпределения в ролята на критерий (функционал) за качество е нужно да се използва разстояние за канал за връзка, представляващ свързване на детерминиран четириполусник със суматор, в който освен сигнала $x(t)$ постъпва шум $n(t)$ с произволно разпределение

(фиг.1.1). За непрекъснат канал за връзка, а следователно за безкрайно мерно сигнално пространство X , разстоянието между произволни два сигнала $x_i(t)$ и $x_j(t)$ на изхода на канала, може да се определи както следва:

$$(1.7) \quad r_{ij} = \frac{1}{\Delta\tau} \int_{\tau_H}^{\tau_K} f_{ij} [x_i(t), x_j(t), s_i(t), s_j(t), \underline{V}(t), t] dt$$

$$\Delta\tau = \tau_K - \tau_H; \quad i=1, 2, \dots, m; \quad j=1, 2, \dots, m,$$

където \underline{V} е векторна функция на смущаващите сигнали, а $[\tau_H, \tau_K]$ е интервалът на наблюдение, респ. измерване на сигналите на изхода. Ако функцията $f_{ij} [x_i(t), x_j(t), s_i(t), s_j(t), \underline{V}(t), t]$ във формула (1.7) е непрекъсната, монотонно нарастваща и положително определена, то формула (1.7) определя разстояние в пространство $L_p[\tau_H, \tau_K]$. В частния случай:

$$(1.8) \quad f_{ij} [x_i(t), x_j(t), s_i(t), s_j(t), \underline{V}(t), t] = |x_i(t) - x_j(t)|^p,$$

разстоянието между сигналите $x_i(t)$ и $x_j(t)$ на изхода на канала за връзка е равен на момента от p -ти ред от разликата на тези сигнали:

$$(1.9) \quad r_{ij} = \frac{1}{\Delta\tau} \int_{\tau_H}^{\tau_K} |x_i(t) - x_j(t)|^p dt \quad i, j=1, 2, \dots, m$$

Доколкото от практически съображения е подходящо да се използва като критерий за качество максимума на пиковата стойност на изходния сигнал, вместо момента е удобно да се въведе средната стойност на трептенето $x(t)$. Тогава нормата ще се определя с израза:

$$(1.10) \quad \|X\|_p = \left[\frac{1}{\Delta\tau} \int_{\tau_H}^{\tau_K} |x(t)|^p dt \right]^{1/p}$$

В този случай, ако $p=1$, функционалът на качеството е пропорционален на средноизправената стойност на изходното трептене $x(t)$. Ако $p \rightarrow \infty$, то функционалът на качеството се стреми към граница, представляваща пиковата стойност на трептенето $x(t)$. Ако $p=2$, то функционалът на качеството представлява средноквадратичната стойност на изходния сигнал.

Ако каналът за връзка е стохастичен, то използването в ролята на функционал на качеството на разстоянието, определено с формула (1.7), е невъзможно, тъй като случайността на процеса $x(t)$ на изхода на канала поражда и случайност на стойностите r_{ij} . Тогава понятието разстояние, използвано в детерминирания канал за връзка, е нужно да се обобщи за случая на стохастичен канал чрез неговото усредняване по отношение цялата съвкупност от възможни реализации, т.е.

$$(1.11) \quad r_{ij} = m_1 \left\{ \frac{1}{\Delta\tau} \int_{\tau_H}^{\tau_K} f_{ij} [x_i(t), x_j(t), s_i(t), s_j(t), \underline{V}(t), t] dt \right\} \quad \Delta\tau = \tau_K - \tau_H;$$

$$i=1, 2, \dots, m; \quad j=1, 2, \dots, m,$$

m_1 - математическо очакване.

Както е известно от теория на вероятностите [3], произволна реална случайна величина може да се характеризира с помощта на пълния набор от нейните математически очаквания, определени както следва:

$$(1.12) \quad m_1 \{x^p\} = \int_{-\infty}^{\infty} x^p w_1(x) dx, \quad p=1, 2, \dots,$$

където $w_1(x)$ е вероятностната плътност на случайната величина. Въз основа на математическото очакване може да се конструира понятието норма от типа на (1.9) и (1.10) във вероятно функционално пространство [3]. Тъй като случайните процеси се третират като времеви последователности [3] от случайни величини, то изследваният процес може да се характеризира чрез набора времеви последователности на неговите математически очаквания:

$$(1.13) m_1 \{x^p\} = \int_{-\infty}^{\infty} x^p w_1[x(t)] dx(t) \quad , p=1, 2, \dots,$$

При такава постановка математическото очакване е детерминирана функция на времето, момента или средната стойност на която е търсената норма на разглежданото вероятно пространство:

$$(1.14) \|x\|_p = \frac{1}{\Delta\tau} \int_{\tau_H}^{\tau_K} \left[m_1 \{x^p(t)\} \right] dt,$$

или респ.

$$(1.15) \|x\|_p = \left[\frac{1}{\Delta\tau} \int_{\tau_H}^{\tau_K} \left[m_1 \{x^p(t)\} \right] dt \right]^{1/p}$$

Въведените разстояния позволяват на тяхна база да се конструират критерии за качество в различни оптимизационни задачи.

3. Постановка на оптимизационната задача

Задачата за оптимизация формата на сигналите е вариационна задача, свързана с намирането на условен екстремум, т.е. това е задача с ограничения. Действително, ако не се прилагат никакви ограничения към търсените сигнали, то може да се достигне до единственото тривиално решение, утвърждаващо, че достоверността на приемане ще се увеличава само с увеличаването на интензивността на сигналите. Освен това, ограниченията върху търсените сигнали се налагат непосредствено от самото предаващо устройство. Най-често срещаните са в практиката ограничения, това са ограниченията по мощност или по пикова стойност на сигналите в предавателя. На сигналите в предавателя могат да се налагат и други видове ограничения. Затова е необходимо да се изследва ограничение от общ вид:

$$(1.16) m_1 \left\{ \int_{\tau_H}^{\tau_K} \varphi_j [x_j(t), s_j(t), \underline{V}(t), t] dt \right\} \leq S_j \quad , j=1, 2, \dots, m$$

и неговият най-разпространен в практиката частен случай – ограничение на средната стойност от p -ти ред на оптимизуемия сигнал:

$$(1.17) \left[\frac{1}{\Delta T} \int_{\tau_H}^{\tau_K} |s_j(t)|^p dt \right] \leq S_p \quad , \Delta T = t_K - t_H, j=1, 2, \dots, m$$

Едно от най-често срещаните са нефункционални ограничения – това е ограничението на пиковата стойност на сигнала на предавателя, т.е.:

$$(1.18) |s_j(t)| \leq S_{\max}$$

Ограничението (1.18) определя затворена област S^* , във вътрешността на която се намират търсените сигнали. Доколкото оптималните сигнали могат да се намират и действително се разполагат на границата на тази област, то за тяхното намиране би следвало, че не може да се използва класическият апарат на двустранните вариации. Обаче, ако се видоизменят ограниченията от типа (1.18) така, че областта S^* на допустимите сигнали да се окаже отворена, то ще бъде възможно да се използва апарата на двустранните вариации. Очевидно, използването на ограничения върху средните стойности на сигналите удовлетворява това условие. Действително въз основа на (1.5) неравенството :

$$(1.19) \lim_{p \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{\Delta T} \int_{t_H}^{t_K} |s_j(t)|^p dt \right]^{1/p} \leq S_{\max}$$

е еквивалентно на (1.18), но определя отворена област S^{**} , към която е приложим апарата на двустранните вариации, тъй като ограничението е наложено относно средната, а не моментната стойност на сигнала.

Трябва да се подчертае, че естествено ограничение върху търсените сигнали е изискването ограничение по отношение ширината на честотната им лента. Обаче, не съществуват сигнали, ограничени и по дължина, и по честота едновременно [4]. Затова в настоящата работа се използва ограничение по отношение на времето. Що се отнася до честотния спектър, то при преминаване на сигналите през конкретни канали за връзка, те се деформират в съответствие с предавателната функция на канала. По този начин, ограничаването на спектъра на оптималните сигнали винаги е възможно да се отчете и се отчита практически чрез придаването на определена форма на честотната характеристика на канала за връзка.

Тъй като съгласуването на сигналите се осъществява по отношение на канала за връзка, конкретният вид на последния ограничава областта на търсене на оптимални сигнали, [5]. Също така ограниченията на предаваните сигнали ще се определят от свойствата на предаващото устройство, от вида на функционалите (критериите) за качество и характера на шумовата обстановка в приемното устройство, [6].

В настоящата работа основният подход за описание на канала е интегралното описание от типа “вход – изход”:

$$(1.20) x_j(t) = \int_{t_H}^{\min(t, t_H)} f[s_j(\tau), \underline{V}(\tau), t, \tau] d\tau, \quad j=1, 2, \dots, m,$$

където $\underline{V}(\tau)$ са смущаващите въздействия, съществуващи в канала за връзка. В съответствие с интегралното описание (1.20), на практика за описание на линейни канали за връзка се използват корелационни, предавателни и импулсни, т.е. интегрални характеристики. Практически произволна нелинейна система може да се представи във вида на паралелно свързване на елементарни нелинейни четириполусници. В частност за такова разлагане се използват редовете на Волтерра, представляващи интегрални аналози на редовете на Тейлор.

При моделиране и идентификация на каналите, както и за целите на техния синтез, на базата на елементарни четириполусници, по-удобно е интегралодиференциалното описание, което еквивалентно на (1.20) е :

$$\varphi[s_i(t), \underline{V}(t), x_j^{(-p)}(t), \dots, x_j^{(n)}(t)] = 0$$

Това описание свързва входните и изходни сигнали в произволен момент на времето. Това описание може да се запише в следния вид, преобразуван относно входния сигнал:

$$(1.21) \quad s_j(t) = \varphi_1[x_j^{(-p)}(t), \dots, x_j^{(n)}(t), \underline{V}(t), t], \quad j=1, 2, \dots, m$$

Изложените и анализирани съображения относно описанието на канала за връзка, избора на критерий за качество и вида ограничения, позволяват да се формулира задачата на съгласуване на сигналите с канала за връзка в следващия вид: *в класа $L_\varphi [t_H, t_K]$ сигнали $s_j(t)$, $j=1, 2, \dots, m$, въздействащи на входа на канала за връзка и лежащи в допустимата област S^* и удовлетворяващи неравенствата:*

$$(1.22) \quad m_1 \left\{ \int_{t_H}^{t_K} \varphi_j [x_j(t), s_j(t), \underline{V}(t), t] dt \right\} \leq S_j, \quad j=1, 2, \dots, m$$

да се определят тези, които биха максимизирали функционала:

$$(1.23) \quad I = \varphi^{-1} \left\{ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m a_{ij} \varphi \left[m_1 \left\{ \frac{1}{\Delta\tau} \int_{t_H}^{t_K} f_{ij} [x_i(t), x_j(t), s_i(t), s_j(t), \underline{V}(t), t] dt \right\} \right] \right\},$$

характеризиращ качеството на работа на системата за връзка. Характеристиката “вход-изход” на канала за връзка, се задава с интегралните съотношения (1.20) или с диференциалните съотношения (1.21), разрешени относно входните сигнали.

4. Заключение

Проведеният анализ в предложената работа показва, че задачата за съгласуване на формата на предаваните сигнали с канала за връзка по същество е поставяна и решена само за линейни гаусови канали при частни, макар и най-много разпространени ограничения в практиката на средноквадратичната и пикова стойност. Слабо са изследвани свойствата на съгласуваните сигнали.

В практиката все по-голямо значение добиват нелинейните и негаусови канали за връзка, като хидроакустичните, спътниковите, оптическите. Докато въпросите от теорията и практиката на оптималното приемане на сигнали в такива канали са добре развити, то въпросите за съгласуването с тях на предаваните сигнали и вида на тяхната модулация са разгледани и изследвани в литературата недостатъчно. Липсват публикации по оптимизация на вида на носителя на непрекъснати съобщения. Настоящата работа предлага и обосновава общ подход за синтез на съгласувани сигнали, основан на вариационния характер на структурите на сигналите, използващ идеите и методите на функционалния анализ. На негова база могат да бъдат получени конкретни решения за синтез на съгласувани сигнали с конкретни различни видове канали, при което да се осигури най-висока шумоустойчивост при предаване на дискретна и непрекъсната информация през изкривяващите канали за връзка и приемане на фона на адитивен шум с произволно разпределение.

Литература

- [1] А. АНДОНОВ, Г.Д. НЕНОВ, Радиокommunikационна техника, София, 2004
- [2] КОЛМОГОРОВ А.Н., ФОРМИН С.В., Элементы теории функции и функционального анализа, М. Наука, 1981
- [3] ЛЕВИН Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М. Радио и связь, 1989.
- [4] МАИС Ж., Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях, М. Мир, 1988 т.1, т.2.
- [5] АНДОНОВ А., Г.ЧЕРНЕВА, И.СТЕФАНОВА, Шумоустойчивост и ефективност на СВДРВ, Монография, ВТУ, 2003г., ISBN 954-12-0084-2.
- [6] АНДОНОВ А., Проблемът за функционалната устойчивост на системите за подвижна радиовръзка, 1996г, Моногр., ВТУ “Т.Каблешков”

SETTING THE PROBLEM OF SYNTHESIS OF SIGNALS COORDINATED WITH THE CHANNEL OF CONNECTION

Galina Cherneva

*Higer School of Transport T.Kableshkov
158 Geo Milev Street, 1574 Sofia, Bulgaria*

***Key words:** noise resistance, signal coordinated with the channel of connection, modulation*

***Abstract:** The paper presents a general setting of the problem of signal synthesis coordinated with the channel of connection. It is in the sense of providing stability against interference with information transmitting through distorting channels and receiving on the background of additive noise*