Механика Транспорт Комуникации

Научно списание

ISSN 1312-3823
брой 3, 2008 г.
статия № 0305
http://www.mtc-aj.com

ИЗСЛЕДВАНЕ НА РЕЖИМИ В ЕЛЕКТРИЧЕСКИ ВЕРИГИ СЪС СКОКООБРАЗНО ИЗМЕНЯЩИ СЕ ПАРАМЕТРИ

Галина ЧЕРНЕВА, Антонио АНДОНОВ
cherneva@vtu.bg, andonov@vtu.bg

ВТУ „Тодор Каблешков", „Гео Милев"158, София 1574
БЪЛГАРИЯ

Резюме: *Редица устройства на съвременната радиоелектроника работят в режим на многократни мощни смущения и комутация. В тези случаи еквивалентните параметри на такива системи се изменят скокообразно.*

В предложената работа се анализират параметрични вериги, индуктивностите и капацитетите на които се изменят чрез комутиращи устройства по зададен закон, управляващ отдаваната от източника енергия.

Ключови думи: *нелинейни електрически вериги, динамичен хаос, параметрични вериги*

.

1.Постановка на проблема

Електрическите вериги и системи с изменящи се във времето параметри са съставна част на много от устройствата в съвременната радиоелектроника, автоматика, измервателна техника и компютърните системи. В такива вериги определен параметър на електрическата верига – активно съпротивление, индуктивност или капацитет, се изменя във времето по детерминиран или случаен начин. В режими на многократни мощни смущения и комутация, параметрите на веригите се изменят скокообразно. Това определя сложността и значимостта на анализа на процесите в линейни параметрични вериги и адекватността на проблема за нелинейността, нейното влияние и нерегулярното поведение на електрическите вериги, съдържащи нелинейни елементи с напълно детерминирани характеристики.

Подготовката на инжинерите по електротехника по принцип основно се провежда в рамките на линейните вериги, поради което положенията в тази теория определят аргументацията при изследването на електрически вериги. Поведението на произволна нелинейна верига се представя като някакъв смутен вариант на поведение на съответната линейна верига. Именно от такава гледна точка изкривяването на сигналите, обусловено от въздействието на хармониците, се разглежда като очевидно следствие на нелинейните характеристики на схемните елементи, а разлагането им в ред, с цел определяне на отклонението от линейно поведение, като естествено средство за изучаване на подобни явления.

При анализа във времето на напреженията и токовете в електрическата верига, обикновено се различава т.н. преходен режим, който затихва в продължение на времето, и стационарен режим, който се установява след това в нея. Последният определя т.нар. асимптотично поведение на дадената верига, тъй като той съществува при граничен преход на времето към безкрайност. Именно този подход позволява да се изучава установения режим, без да се прибягва към предварително оценяване на преходния процес. Това обаче съвсем не означава, че преходните процеси затихват само след изтичане на безкрайно дълъг интервал от време. Тук трябва да се отбележи, че в последните години, във връзка с разработките по проблемите на т.нар. динамичен хаос [1, 2, 4, 5], се установиха случаи на възникване на нерегулярно асимптотично поведение и в прости електрически вериги, окачествявано като хаотично поведение. Това поставя въпросът за коректността на решаването на проблема, тъй като близки начални състояния водят до изменения във времето на преходния процес, нарастващи по своята различимост. А това по същество е проява на хаотично поведение. Сега, когато в инженерното общество все повече се осъзнава факта, че в електрическите вериги могат да възникнат хаотични режими, възниква и необходимостта от нов поглед към теорията на електрическите вериги, позволяващ да се предсказват и отстраняват подобни нарушния в нормалната работа. Това определя и целта на настоящата работа: да покаже на базата на анализа на прости параметрични вериги, намиращи приложение в реални работещи схеми, че при незначителното им усложняване се създават условия за възникване на хаотично поведение.

2. Анализ на параметрични вериги при скокообразно и периодично изменение на параметъра, с оглед максимизиране обмена на енергия между честотните компоненти.

Както е известно, отличителна черта на една линейна параметрична верига е наличието на спомагателен източник на напрежение (управляващо напрежение), управляващ параметрите на елементите на веригата – фиг.1.

Фиг.1

Да проследим измененията в режимите на различни по сложност параметрични вериги. За тази цел да разгледаме най-напред възможно най-простата резистивна параметрична верига, показана на фиг.2.

Разглежданата параметрична верига е съставена от резистор R и комутатор, който периодично включва този резистор към източник на напрежение $u(t) = U_m \cos \omega t$. Нека T_y е периодът на управляващия сигнал. Комутаторът работи така, че през интервала от време ($-T_y/2$, $T_y/2$) веригата е затворена за всяко t, удовлтворяващо условието $-\theta_0 < \omega_y t < \theta_0$ и е отворена в останалите моменти от време. Да определим спектралния състав на тока през резистора.

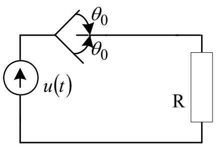
Параметричният резистивен елемент $R(t)$ може да се опише и чрез другата функция $G(t) = {}^1\!/_R$. Управляваният резистор с проводимост $G(t)$ може да се представи с ред на Фурие:

(1) $$G(t) = \frac{G_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} G_k \cos\left(k\omega_y t - \varphi_k\right),$$

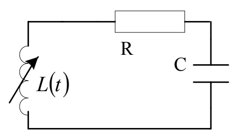
където ω_y е честотата на управляващия източник.

Коефициентите на реда могат да се определят въз основа на функциите на Берг [3], където въведеният параметър θ, наричан ъгъл на отсечката, се определя от съотношението $U_m \cos\theta = U_0$, респ. $\theta = \arccos {}^{U_0}\!/_{U_m}$. U_0 е ограничението по ниво на напрежението $u(t)$, вследствие действието на комутатора. Като се има в предвид това, стойността $2\theta_0$ съответства на дължината на импулса, изразена в ъглова форма. Аналитичният запис на импулса, пораждащ разглежданата последователност, има вида:

(2) $$s(t) = U_m \cos \omega_y t - U_0, \; -\theta_0 < \omega_y t < \theta_0 .$$



Фиг.2



Фиг.3

Тогава, като се вземе в предвид, че $G(t)$ е четна функция с нулева начална фаза, то за коефициентите на разлагането ѝ в ред на Фурие, може да се запише:

(3) $$G_k = \frac{2}{\pi R} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \cos k\zeta \; d\zeta = \frac{2}{k\pi R} \sin k\theta_0 .$$

Комбинационните съставящи на тока с честоти $\omega + k\omega_y$ ще имат амплитуди:

(4) $$I_k = \frac{U_m}{k\pi R} \sin k\theta_0 .$$

Ако управляващото и входното напрежение се синхронизират, т.е. $\omega = \omega_y$, то ще възникне постоянна компонента на тока:

(5) $$I_0 = \frac{U_m}{\pi R} \sin \theta_0 .$$

При това условие параметричната верига изпълнява ролята на изправител, тъй като токът ще се създава само от положителната полувълна на косинусоидата.

Да разгледаме малко по-сложен пример – колебателен параметричен контур със скокообразно изменящи се параметри – фиг.3.

Нека в момента t=0, $L(0)=L_0+L_1$, започва разреждане на кондензатора през R,L веригата. През първата четвърт на периода разреждането на кондензатора води до нарастване на тока, който при преминаване през максимум получава скокообразно нарастване, вследствие намаляването на индуктивността L. По-нататък, при преминаване на тока през нулата, индуктивността със скок се връща към изходната си стойност и след това процесът се повтаря. Всеки път при намаляване на индуктивността токът нараства. Ако това нарастване е по-голямо, отколкото намаляването на тока за времето, съответстващо на половината от периода, процесът в контура става разходящ, т.е.:

(6) $$I_0 - I_0 e^{-\alpha T/2} < I_0 e^{-\alpha T/2}\frac{L_1}{L_2},$$

където I_0 е амплитудата на тока през първото нарастване, а $\alpha = \dfrac{R}{2L}$ е затихването.

Аналогично може да се анализира и параметричното възбуждане на контура при скокообразно изменение на индуктивността.

Да анализираме случая, когато в колебателния контур някой от неговите параметри R,L или C се изменя не скокообразно, а по определен зададен закон. Практически интерес представляват случаите на периодично изменение на параметрите. Ако приемем, че в простия последователен трептящ кръг периодично се изменя

(7) $R=(1+k\sin 2\omega t)R_0$,

то уравнението на кръга за заряда има вида:

(8) $$\frac{d^2q}{dt^2}+\delta(1+k\sin 2\omega t)\frac{dq}{dt}+\omega_0^2 q = 0,$$

където $\delta = \dfrac{R_0}{L}$, $\omega_0^2 = \dfrac{1}{LC}$.

Въз основа на метода за бавно изменящите се амплитуди (метод на Ван-дер-Пол) [3], може да се запише:

(9) $$\left|\begin{aligned}\frac{dm}{d\tau} &= \frac{1}{Q}\left(\frac{k}{4}n-\frac{m}{2}\right)+\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{\nu^2}\right)n\\ \frac{dn}{d\tau} &= \frac{1}{Q}\left(\frac{k}{4}m-\frac{n}{2}\right)+\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{\nu^2}\right)m\end{aligned}\right.,$$

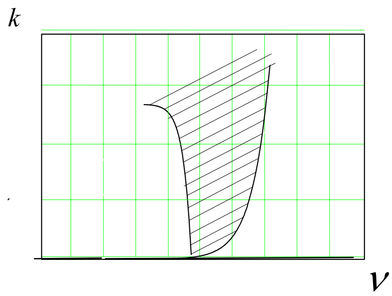
където: $\nu = \dfrac{\omega}{\omega_0}$, $Q=\dfrac{\delta}{\omega}$, $\tau = \omega t$,

$q = m(\tau)\sin\tau + n(\tau)\cos\tau$.

С оглед изследването на възможностите за поява на хаотично движение в разглежданата система, е нужно да я изследваме по отношение на устойчивостта. За тривиалния случай, $m=0, n=0$ от нейното решение, се получава условието за възбуждане на трептения:

(10) $$k \ge 2\sqrt{1+Q^2\left(1-\frac{1}{\nu^2}\right)^2} .$$

От (10) следва, че за възбуждане на трептения в контура е необходимо периодично да се включва отрицателно съпротивление $(k \ge 2)$, компенсиращо загубите. От (10) може да се построи областта на възбуждане при различни стойности на k и ν, фиг.4.



Да разгледаме процеса в контура, ако $R = const$, а капацитета се изменя по хармоничен закон:

(11) $C=(1+k\sin 2\omega t)C_0$.

Тогава уравнението на системата е:

(12) $$\frac{d^2q}{dt^2}+q=\left(1-\frac{1}{\nu^2}\right)q-\frac{1}{Q}\frac{dq}{dt}+\frac{k}{\nu^2}q\sin 2\tau = 0 .$$

Аналогично на използвания по-горе метод, следва че:

(13) $$\left|\begin{aligned}\frac{dm}{d\tau} &= \frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{\nu^2}\right)n-\frac{1}{2Q}m+\frac{k}{4\nu^2}m\\ \frac{dm}{d\tau} &= -\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{\nu^2}\right)m-\frac{1}{2Q}n-\frac{k}{4\nu^2}n\end{aligned}\right. .$$

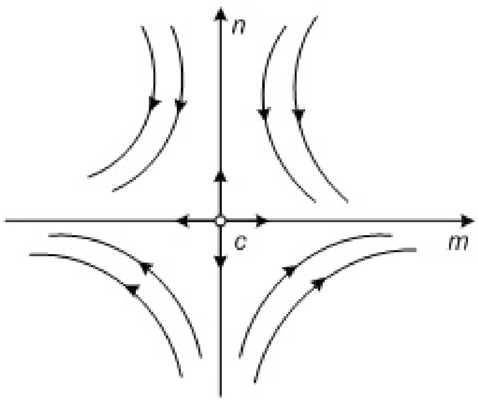
Корените на характеристичното за (12) уравнение са :

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2Q} \pm \sqrt{\frac{k^2}{16\nu^2} - \frac{1}{4}\left(1-\frac{1}{\nu^2}\right)^2}, \tag{14}$$

като при

$$k > 2\sqrt{\frac{1}{Q_2} + \left(\nu - \frac{1}{\nu}\right)^2} \tag{15}$$

те са реални и различни по знак. Това означава, че процесът вече става разходящ. Възникващите трептения експотенциално нарастват и в линейно приближение ръстът на тези колебания е неограничен. В реалната система обаче, в следствие наличието на нелинейността, процесът се стабилизира и се получават периодични колебания в контура.Системата (13) в пространство на състоянията има вече една особена точка – началото на координатната система върху равнината на Ван-дер-Пол. Условието за възбуждане (15) съответства на прехода на тази точка от възел в седло – фиг.5.



Фиг.5

Да усложним анализираната ситуация, като приемем, че едновременно се изменят (модулират) двата реактивни елемента на кръга, синхронно, с еднаква честота, т.е.:

$$C = (1 - k_1 \sin 2\omega t)C_0$$
$$L = [1 - k_2 \sin(2\omega t + \varphi)]L_0, \tag{16}$$

при което, в общ случай дълбочината на модулация и формата на двата управляващи източника съвпадат.

Тогава от уравнението на веригата в канонична форма:

$$\begin{aligned} &\frac{d^2q}{dt^2} + q = \left(1 - \frac{1}{\nu^2}\right)q - \frac{1}{Q}\frac{dq}{dt} + \\ &+ \frac{k_1}{\nu^2} q \sin 2\tau + k_2 \sin(2\tau + \varphi)\frac{d^2q}{dt^2} = 0 \end{aligned} \tag{17}$$

се получава системата по Ван-дер-пол за приближено представяне:

$$\left|\begin{aligned} &\frac{dm}{d\tau} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{\nu^2}\right)n - \frac{1}{2Q}m + \frac{k_1}{4\nu^2}m - \\ &- \frac{k_2}{4}m\cos\varphi - \frac{k_2}{4}n\sin\varphi \\ &\frac{dm}{d\tau} = -\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{\nu^2}\right)m - \frac{1}{2Q}n - \frac{k}{4\nu^2}n - \\ &- \frac{k_2}{4}m\sin\varphi - \frac{k_2}{4}n\cos\varphi \end{aligned}\right. \tag{18}$$

Корените на характеристичното уравнение съответно са:

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2Q} \pm \sqrt{\frac{k_1^2}{16\nu^2} - \frac{k_1k_2}{8\nu^2}\cos\varphi + \frac{k_2^2}{16} - \frac{1}{4}\left(1 - \frac{1}{\nu^2}\right)^2}$$

(19)

От анализа на израз (19) се вижда, че приносът на двата източника на управляващо напрежение в инкримента на колебанията ще се определя от фазовата разлика между тях. В частните, но важни за практиката случаи: φ=0, източниците частично се компенсират; при φ=π се допълват.

Ако честотите на управляващите източници се различават, т.е. $2\omega_1 - 2\omega = \varepsilon$ (несинхронизирани генератори), колебанията в контура ще зависят от стойността на ε. При малки стойности на ε , в зависимост от началните стойности, ще има ограничено нарастване и затихване до различни стойности в рамките на периода. За тези стойности на ε, за които е изпълнено $k_1 + k_2 > \frac{2}{Q}$ при ν=1, колебанията нарастват, а за останалата част от периода затихват.

Ако разстройката между източниците е голяма, резултатният процес се превръща в биене с множество компоненти с кратни разликове честоти и експоненциално нарастваща амплитуда. Измененията във времето са неустойчиви, т.е. наблюдава се характер на хаотично поведение.

3. Изводи

В предложената работа проведеният анализ на параметрични вериги, в които стойностите на параметрите се изменят скокообразно, или по детерминиран закон, показва, че различните изменения на параметрите могат да доведата до състояния, които дори и да са ограничени, не са периодични. Тези явления се проявяват преди всичко на елементарно ниво, изискващо в състава на електрическата верига да се съдържат най-малко два реактивни елемента и независещ от времето източник. Това съответства и на теоремата на Пуанкаре [3] за минималната сложност, която доказва, че решението на система от две автономни уравнения от първи ред се свежда до точка или затворена крива. Този факт изключва възможността в електрически вериги, описвани с такива уравнения, да съществува произволно нерегулярно поведение. Следователно асимптотично поведение на електрически вериги, нестационарно във времето (хаотично поведение) може да възникне в тези от тях, които се представят най-малко чрез две неавтономни уравнения от първи ред.

Литература

[1] Залогин Н.Н., Кислов В.В. Широкополосные хаотические сигналыв радиотехнических и информационных системах. М.Радиотехника,2006

[2] Тратас Ю.Г. Применение методов статистической теории связи к задачам приема хаотических колебаний. Зарубежная радиоэлектроника, 11/98, стр. 57-80

[3] Обрезков Г.В. Прикладные математические методы анализа в радиотехнике, М.Высшая школа 1985

[4] Baker G.L. and J.G. Gollub: Chaotic dynamics - an introduction, Cambridge University Press, 1996

[5] Schuster H.G. Deterministic Chaos, Wiley-VCH, 1995

EXAMINATION OF CONDITIONS IN CIRCUITS THEIRS PARAMETERS ARE CHANGING WITH JUMP

Galina CHERNEVA, Antonio ANDONOV

Higher School of Transport "T. Kableshkov"
Geo Milev Str. 158, 1574 Sofia
BULGARIA

Abstract: *Many modern radio-electronics devices are working in conditions of repeated disturbances and commutation. In these cases the equivalent parameters of such systems are changing with jump.*

In this paper parametric circuits are analyzed, their inductances and capacitances are changing by commutating devices according to given law controlling the dissipated energy of the source.

Key words: *Non-linear circuits, dynamic chaos , parametric circuits*