

ИЗСЛЕДВАНЕ НА ДИНАМИЧНИТЕ ПРОЦЕСИ В НЕЛИНЕЙНИ ЕЛЕКТРИЧЕСКИ ВЕРИГИ

Галина ЧЕРНЕВА, Антонио АНДОНОВ

cherneva@vtu.bg, andonov@vtu.bg

ВТУ „Тодор Каблешков“, „Гео Милев“ 158, София 1574
БЪЛГАРИЯ

Резюме: В настоящата статия се изследва динамичното състояние на нелинейна електрическа верига във фазовата равнина. Получени и анализирани са фазови траектории при различни количествени съотношения между параметрите на веригата.

Ключови думи: нелинейни електрически вериги, фазов портрет, хаотичен атрактор

1. Увод

Нелинейните елементи са неотменна част на радиотехническите вериги. Това са всички полупроводникови елементи, елементи от феромагнитни материали и др., които в съчетание с инерционни електрически вериги образуват нелинейни динамични вериги и устройства. Към тях се отнасят ниско- и високочестотни усилватели, умножители и делители на честота, автогенератори. При цялото многообразие на тези устройства, те могат да се разделят на два основни класа: автономни и неавтономни [1]. Съществена особеност на автономните устройства [1] е, че в тях няма външно въздействие и изходният сигнал се определя изключително от свойствата на самото устройство.

Изключително голямото разнообразие от явления и процеси в нелинейните системи е обект на много разглеждания [5,6]. С тях е свързано и сравнително новото научно направление – теория на хаоса [2,3,4]. Методите за анализ на нелинейни електрически вериги са разнообразни: аналитични, чрез функционалните редове на Волтера, числени, спектрални [3,4,5], като изборът им се определя от степента на нелинейност и конкретните условия на работа на веригата. Всички те са свързани със значителен обем изчисления и не дават нагледна представа за процесите, протичащи

в нелинейната верига. Визуално представяне на динамичното състояние на веригата е възможно чрез построяване на фазовата и траектория.

Обект на настоящата работа е изследване на нелинейна динамична система във фазовата равнина. Изследването е направено за нелинейна електрическа верига от втори ред, като са получени и анализирани фазовите траектории при различни количествени съотношения между параметрите на веригата.

Метод на фазовите траектории за анализ на нелинейни вериги.

Математичният модел на нелинейните електрически вериги, независимо от физическата им реализация, се представя чрез система нелинейни диференциални уравнения от вида:

$$\frac{dy_1}{dt} = \Psi_1[x(t), y_1, y_2, \dots, y_n] \quad (1) \dots\dots\dots, \quad \text{където}$$

$$\frac{dy_n}{dt} = \Psi_n[x(t), y_1, y_2, \dots, y_n]$$

$x(t)$ е входният сигнал,

$y_1, y_2, \dots, y_n$ са моментните стойности на сигналите в различни участъци на веригата, като за момента $t=t_0$ те представляват началните условия:

$$(2) y_1(t_0), y_2(t_0), \dots, y_n(t_0) \quad .$$

Уравнения (1) могат да се представят във векторна форма, като за автономни нелинейни системи те ще имат вида:

$$(3) \frac{d\mathbf{Y}}{dt} = \Phi[\mathbf{Y}] ,$$

където

$$(4) \mathbf{Y} = \{y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t)\} .$$

Уравнение (3) има решение съответстващо на зададените начални условия (2), когато Φ е непрекъсната функция и удовлетворява условията на Липшиц [9].

Общият вид на решението на (3) е от вида:

(5) и представлява параметрични уравнения на криви в евклидовото пространство.

Това позволява визуалното представяне на процесите в нелинейната верига в n – мерното фазово пространство чрез своеобразни траектории, които дават нагледна представа за поведението на съответното решение.

Координатите на всяка точка от фазовата траектория изразява моментното динамично състояние на системата. Съвкупността от всички точки във фазовото пространство дава пълно представяне на всички възможни процеси в нелинейната верига, при едни или други начални условия, и представлява нейният фазов портрет.

За да се получи по-пълнен фазов портрет, трябва да се реши уравнение (3) при различен набор начални условия на системата, при което може да се установи към какъв атрактор [3] се стремят отделните траектории.

Когато системата диференциалните уравнения (1) е от втори ред ($n=2$):

$$(6) \begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = \Psi_1[y_1, y_2] \\ \frac{dy_2}{dt} = \Psi_2[y_1, y_2] \end{cases} ,$$

с решение от вида:

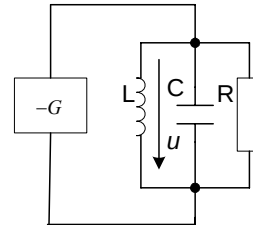
$$(7) \begin{cases} y_1(t) = \varphi_1(t) \\ y_2(t) = \frac{dy_1}{dt} = \varphi_2(t) \end{cases} ,$$

фазовото пространство представлява равнина, определена от координатните оси y_1 и y_2 .

При по-голям брой уравненията ($n>3$) фазовият портрет се усложнява и визуализацията му се реализира чрез различни негови проекции.

3. Изследване на нелинейна верига от втори ред чрез фазови траектории

Изложеният метод за анализ на процесите в нелинейна система чрез фазови траектории е приложен за еквивалентната схема на автогенератор на високочестотни сигнали, дадена на фиг.1. Нелинейният елемент е генераторен тунелен диод, означен като двуполусник с отрицателна активна проводимост.



Фиг.1. Еквивалентна схема на изследваната нелинейна верига

Токът в неразклонената част на веригата при автономен режим може да се представи като:

$$(8) G(u) = \frac{1}{L} \int_0^t u dt + C \frac{du}{dt} + \frac{1}{R} u ,$$

където $G(u)$ е проводимостта на нелинейния двуполусник. Тя може да се представи във вид на степенен ред, като в случая се апроксимира с ред от трета степен от вида:

$$(9) G(u) = -G_0 + 2a_2u + 3a_3u^3 ,$$

където G_0 е отрицателната активна проводимост на генераторния диод, включен към паралелния контур.

След преобразуване уравнение (8) добива вида:

$$(10) \frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{\omega} \left(\frac{1}{RC} - G(u) \right) \frac{du}{dt} + u = 0 .$$

Като се има в предвид зависимост (9) уравнение (10) може да се запише във вида:

$$(11) \frac{d^2u}{dt^2} - c(1 - bu - gu^2) \frac{du}{dt} + u = 0 ,$$

което е известното уравнение на Ван-дер-Пол [1].

Коефициентите в уравнение (11) се определят както следва:

$$(12) c = \rho |G_0| - \frac{1}{Q} ,$$

$$(13) b = \frac{2a_2\rho}{c} ,$$

$$(14) g = \frac{3a_3\rho}{c} ,$$

ρ е вълновото съпротивление на паралелния контур,

Q е качественият му фактор.

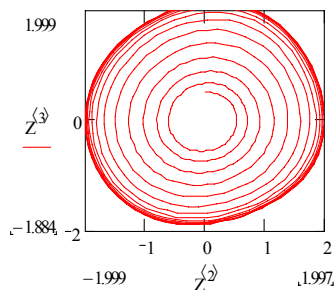
Ако положим:

$$(15) \quad u=y_1, \quad y_2 = \frac{du}{dt},$$

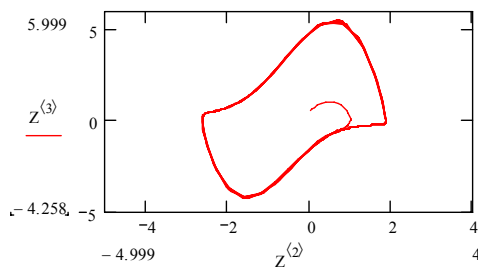
диференциалното уравнение (11) може да се представи като система от две уравнения от първи ред от вида:

$$(15) \quad \begin{aligned} \frac{dy_1}{dt} &= y_2 \\ \frac{dy_2}{dt} &= c(1 - by_1 - gy_1^2)y_2 - y_1 \end{aligned}$$

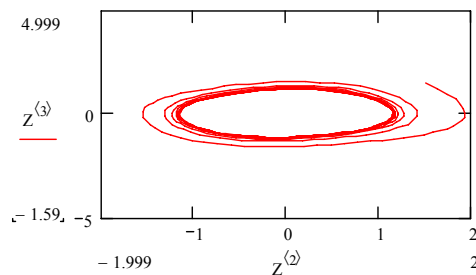
Графичното изображение на зависимостта $y_2 = f(y_1)$ представлява фазовата траектория на разглежданата нелинейна система. При различни количествени съотношения между параметрите на веригата са получени на Mathcad различни фазови траектории. Оказва се, че най-силно влияние върху вида на фазовата траектория оказва параметърът c . На фиг.2, а) е показана траекторията за случая: $b=1, g=1, c=0,1$, на фиг.2, б) $b=1, g=1$, и $c=2$, на фиг.2, в) $b=2, g=1,5$, и $c=5$. Използвана е характеристика на нелинейния елемент, апроксимирана с полином от вида (9), с коефициенти $G_0=5, a_2=0.1, a_3=0.05$.



а)



б)



в)

Фиг.2. Фазови траектории на веригата при различни съотношения на параметрите ѝ

От получените фазови портрети се вижда, че определено време след изхода от началната точка, решението се стреми към един и същ цикъл колебания. Това е крайното устойчиво състояние на нелинейната система. Следователно в разглеждания случай е налице цикличен атрактор, който се изобразява със затворена крива във фазовата равнина. Към него асимптотично се стремят всички фазови траектории, излизащи от различни начални точки, както от вътре (фиг.2., а, б), така и от вън на граничния цикъл (фиг.2., в).

4. Изводи

Представянето на резултатите във фазовото пространство позволява да се извършат качествени изследвания за хода на процеса като цяло и да се изследва неговото устойчиво състояние. Получените фазови траектории позволяват идентификация на атрактора и по-нататъшно изследване на хаотичния процес, породен от собствената динамика на нелинейната система.

Литература

- [1.] Андреев В.С. Теория нелинейных электрических цепей. М.Связь,1972
- [2.] Baker G.L. and J.G. Gollub: Chaotic dynamics - an introduction, Cambridge University Press, 1996
- [3.] Schuster H.G. Deterministic Chaos, Wiley-VCH, 1995
- [4.] Dmitriev A., B. Kyarginsky, A. Panas, and S. Starkov, "Direct chaotic communication system. Experiments", *Proc.9th Workshop on Nonlinear Dynamics of Electronic Systems (NDES'2001)*, Delft, Netherlands, pp. 157–160, June 2001.
- [5.] Khalil H.K. Nonlinear Systems. Prentice Hall, 2001

- [6.] Linear and Nonlinear Circuits, chapters 4 McGraw-Hill,2000.
and 5. Chua, Leon O., Desoer and Kuh.

EXAMINATION OF DYNAMIC PROCESSES IN NON-LINEAR CIRCUITS

Galina CHERNEVA, Antonio ANDONOV

Higher School of Transport "T. Kableshkov"
Geo Milev Str. 158, 1574 Sofia
BULGARIA

Abstract: *The paper presents the dynamic state of non-linear circuit in the phase plane. The phase trajectories are obtained and analyzed at different proportion between circuit's parameters.*

Key words: *Non-linear circuits, phase portrait, chaotic attractor*