Механика Транспорт Комуникации

ISSN 1312-3823 (print)
ISSN 2367-6620 (online)
том 24, брой 1, 2026 г.

Научно списание **http://www.mtc-aj.com** **статия № 2778**

ВЛИЯНИЕ НА ЕФЕКТИ ОТ ВТОРИ РЕД ВЪРХУ КАПАЦИТЕТА НА СТОМАНОБЕТОННИ КОЛОНИ

Александър Илиев[1], Димитър Стефанов[1]
eng.alexander.iliev@gmail.com; dstefanov@geophys.bas.bg

[1]Българска Академия на Науките (БАН)
Национален Институт по Геофизика, Геодезия и География (НИГГГ)
гр. София, ул. „Акад. Г. Бончев", бл. 3,
БЪЛГАРИЯ

Ключови думи**:** *стоманобетонна колона, хоризонтален капацитет, ефекти от втори ред (p-delta), нелинеен статичен анализ (push-over)*

Резюме: *Тази статия изследва в детайли влиянието на ефекти от втория ред, известни още като геометрични нелинейности и често представяни чрез p-Δ ефекта, върху хоризонталната носимоспособност на стоманобетонни колони. Тези ефекти възникват от взаимодействието между аксиалните (нормални) сили и страничните премествания, което води до допълнителни моменти, способни значително да намалят устойчивостта на стройни конструктивни елементи. Разбирането на тяхното въздействие е от съществено значение за надеждната оценка и проектиране на колони, подложени на комбинирани вертикални и хоризонтални натоварвания, особено в мостовото инженерство, където подобни условия са чести.*

За да се оцени мащабът на тези нелинейни явления е проведена серия от нелинейни статични анализи, използвайки два независими софтуерни продукта, базирани на метода на крайните елементи - ETABS и SOLVIA. Първоначалното изследване е насочено към колона с височина 6 m, представляваща елемент с относително ниска стройност. Генерирани са капацитетни криви за модели със и без отчитане на ефектите от втория ред, което позволява директно сравнение на получената хоризонтална носимоспособност. За тази конфигурация наблюдаваните разлики са минимални, което показва, че геометричните нелинейности имат ограничено влияние, когато стройността на колоната е малка и страничните премествания остават малки до умерени.

За да се изследва допълнително чувствителността на поведението на колоната към стройността е анализиран допълнителен модел с височина 16 m, използвайки ETABS. В този случай увеличената височина води до значително по-големи странични премествания при хоризонтално натоварване, усилвайки p-Δ ефекта. Сравнението между двата подхода на моделиране показва намаляване от приблизително 10% в срязващата сила в основата, когато ефектите от втория ред са включени. Този резултат подчертава съществената роля, която геометричните нелинейности могат да играят при високи или стройни колони, където дори умерени аксиални натоварвания могат да увеличат страничните деформации и да намалят общата устойчивост.

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Мостовите колони са основни носещи компоненти, които осигуряват вертикалната и страничната стабилност на магистралните и железопътните мостове. Тяхната работа при експлоатационни и екстремни условия на натоварване, особено сеизмични и ветрови натоварвания, е от решаващо значение за цялостната безопасност и устойчивост на конструкцията. Въпреки че анализът от първи ред предоставя базово разбиране за поведението на колоните при аксиални и странични натоварвания, той често пренебрегва влиянието на геометричната нелинейност, която става значителна при тънки колони, подложени на големи измествания. Това явление, известно като ефекти от втори ред или P–Δ (пи-делта) ефекти, може драстично да промени вътрешното разпределение на силите и стабилността на мостовите колони.

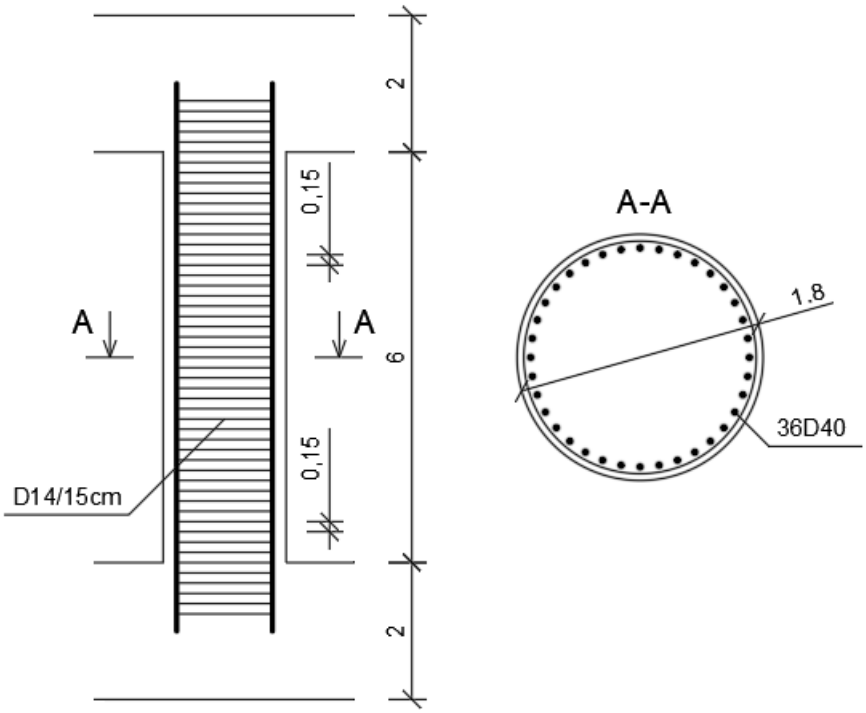
Ефектите от втори ред възникват, когато аксиалните натоварвания взаимодействат със страничните измествания, генерирайки допълнителни моменти, които усилват деформацията на колоната. Тези ефекти са особено изразени при високи, тънки колони или в конструкции, проектирани с намалена коравина за сеизмични въздействия. Пренебрегването на P–Δ ефектите в такива случаи може да доведе до подценяване на огъващите моменти, силите на срязване и потенциалната нестабилност, компрометирайки както експлоатационната годност, така и максималната якост.

При сеизмичното проектиране, където се очаква мостовите колони да претърпят значителни нееластични деформации, отчитането на ефектите от втори ред не е просто уточнение – то е необходимост. Взаимодействието между аксиалното натоварване и страничното отместване може да влоши образуването на пластични стави, да ускори влошаването на коравината и да увеличи вероятността от разрушения. Съвременните проектни норми като Еврокод 8 [1], ACI 318 [6] и ASCE 7 [7] подчертават важността на включването на геометричната нелинейност както в статичните, така и в динамичните анализи.

Тази статия изследва влиянието на геометричните ефекти от втори ред (P–Δ) върху нелинейното поведение на мостовите колони. Чрез аналитично моделиране и параметрични изследвания се изследва как различните стойности на стройността на колоните влияят върху усилването на огъващите моменти. Целта е да се предостави на инженерите по-задълбочено разбиране за това кога и как P–Δ ефектите стават критични и да се предложат практически насоки за включване на тези ефекти в проектирането на мостове.

2. ОПИСАНИЕ НА ИЗСЛЕДВАНАТА КОНСТРУКЦИЯ

Обект на изследване е стоманобетонна колона (стълб) от пътен гредови мост без косота. Мостът се състои от 7 отвора и обща дължина от 154 м. В напречно направление мостът е с размер 12.5 м. Височината на колоната е 6 м, а диаметъра й е 1.8 м. Присъединената маса на върха на колоната от връхната конструкция е 700 т. Надлъжната армировка в колоната е 36D40, а срязващата армировка е D14 през 15 см. Бетонът е клас C45/55. Изглед в план и напречен разрез на колоната е даден на фиг.1.



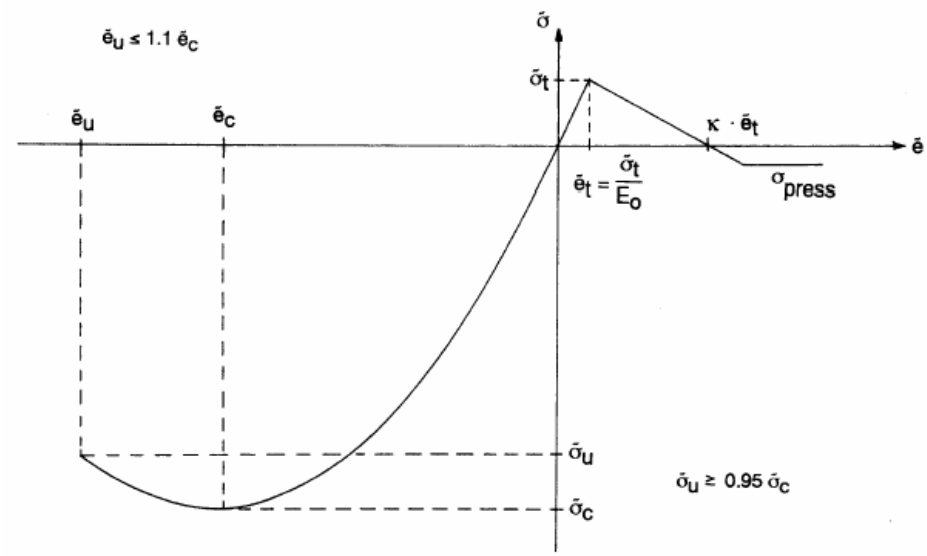
Фиг.1. Изглед и напречен разрез на изследваната колона

3. МОДЕЛ ЗА НЕЛИНЕЙНИ СТАТИЧНИ АНАЛИЗИ

За целите на сравнението на капацитивната крива на мостовата колона са разработени два модела по крайни елементи. Първият е прътов модел (beams) в ETABS [2]. Той е дискретизиран с 10 елемента по височина. Вторият модел е 123840 обемни (solid) елемента (с размер 5 см) за бетонната част и 8000 прътови елемента (с размер 5 см) за срязващата и надлъжната армировка, разработени в програмния продукт Solvia FEA.

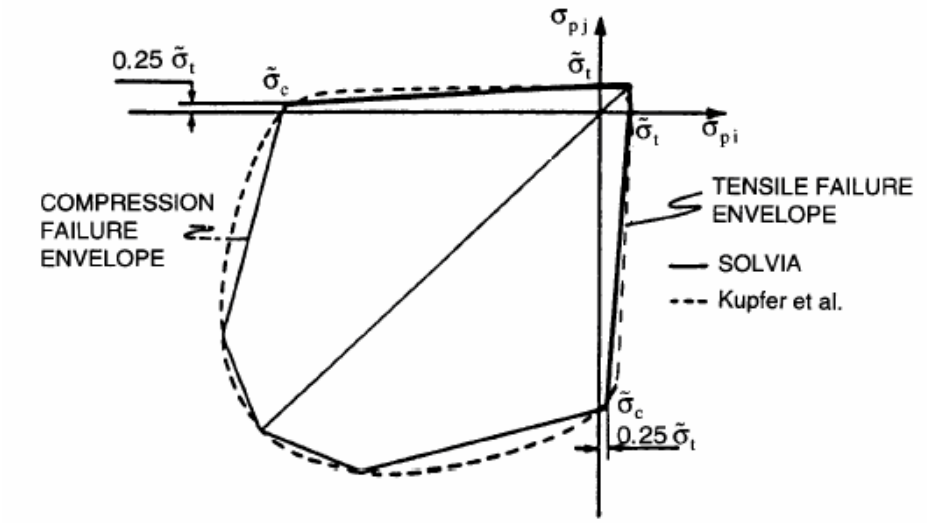
За числените анализи на Solvia е използван стандартният имплицитен метод на Hilber-Hughes. Нелинейното поведение на бетона е моделирано с конститутивен модел на Ottosen [3][4]. Образуването и разпространението на пукнатини се основава на подхода на размазаните пукнатини. Итерационният метод е Full Newton, комбиниран с критерии за конвергенция на енергията [5]. Нелинейни статични (pushover) анализи са извършени за колоната на моста. Анализите използват монотонен вектор на натоварване, пропорционален на масата, в x посока (ускорение 0,5g). Моделът Solvia FE е показан на фиг. 4 отдясно.

Коравината на елементите се актуализира с всяка стъпка от изчислението въз основа на натрупаните деформации и работната диаграма (напрежение-деформации) на конститутивния материален модел на бетона. Фиг. 2 показва работната диаграма на бетона за едномерно напрегнато състояние.



Фиг.2. Едномерен модел на напрегнато състояние на бетонен материал

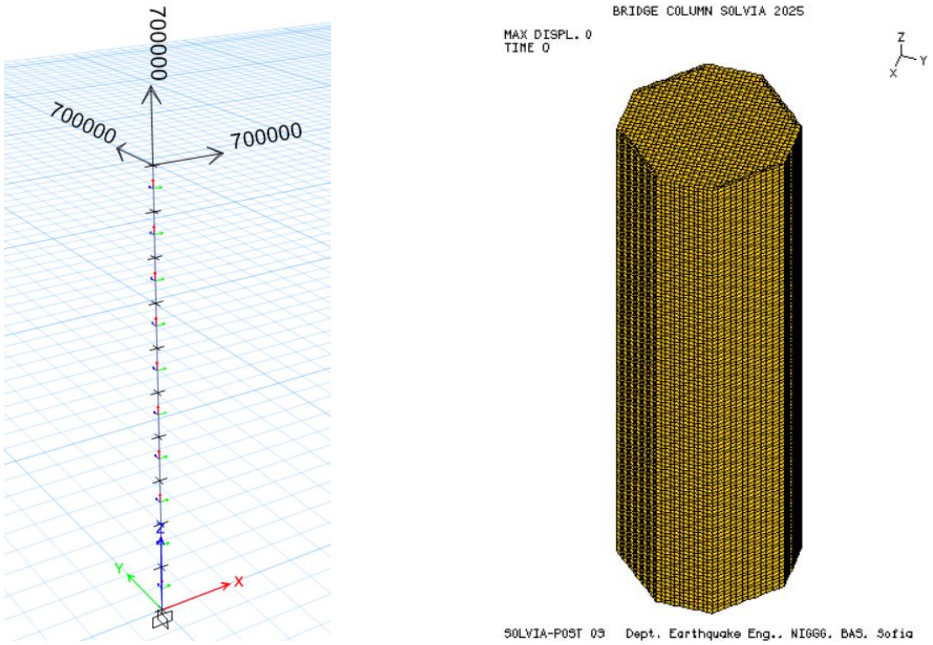
Видът на напрегнатото състояние на елемента влияе съществено на якостно-деформационните показатели на бетона. Критериите за повреди се базират на сравняване на текущото равнинно напрегнато състояние с граничните (допустимите) напрежения в бетона посредством капацитетната обвивка, показана на фиг. 3.



Фиг.3. Обвивка на капацитета (гранична) на бетона. Равнинен модел.

В ETABS, нелинейно автоматично дефинирана пластична става за пръти е мощна опция, използвана за симулиране на нееластичното поведение на конструктивни елементи – по-специално греди и колони– при хоризонтални натоварвания, като тези от земетресения. Тези стави са базирани на стандарти като ASCE 41-13 и се генерират автоматично от ETABS, използвайки свойствата на сечението и материала на елемента. Ставите обикновено се поставят в краищата на гредите, където е най-вероятно да възникнат пластични деформации по време на сеизмични събития. В настоящия случай ставата се прилага в долната част на колоната (над запънатия възел). Ставате действа в посока P-M3. Програмният продукт изчислява зависимостите момент-ротация, използвайки якостите на материала (напр. f'c за бетон и fy за стомана) и детайли на армировката. Той определя ключови точки на кривата – като граница на провлачване (точка B), пикова якост (точка C) и крайна деформация (точка E). Моделът на ETABS

FE е показан на фиг. 4 отляво. И двата модела са фиксирани в долната част и имат прикрепена маса от 700 тона в 3 посоки в горната част от връхната конструкция.

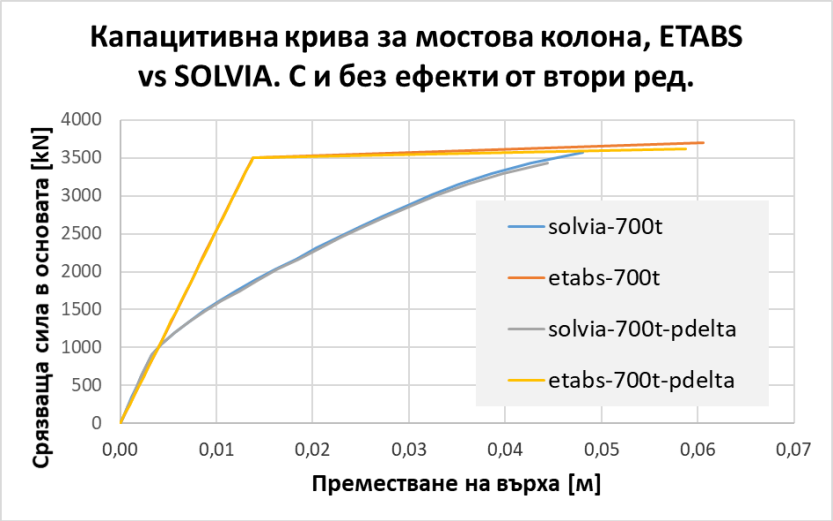


Фиг.4. Модел по крайни елементи на колона от мост. Ляво (ETABS) и дясно (SOLVIA)

4. РЕЗУЛТАТИ

В тази част от статията са представени сравнителни резултати от нелинейни статични анализи с различни варианти на моделиране на пластичните стави в прътовите елементи по двете перпендикулярни оси.

Капацитивните криви (push-over) от двата анализа са сравнени на фиг. 5. Всички криви имат сходна начална еластична коравина и сходно крайно преместване на върха. Разликата е, че моделът с пластични стави в ETABS дава перфектен еласто-пластичен отговор, докато моделът Solvia дава последователно намаляваща коравина и увеличаване на повредите в колоната. Поради ниската си стройност, при тази колона с височина 6м не се забелязва значително влияние на ефектите от втори ред.

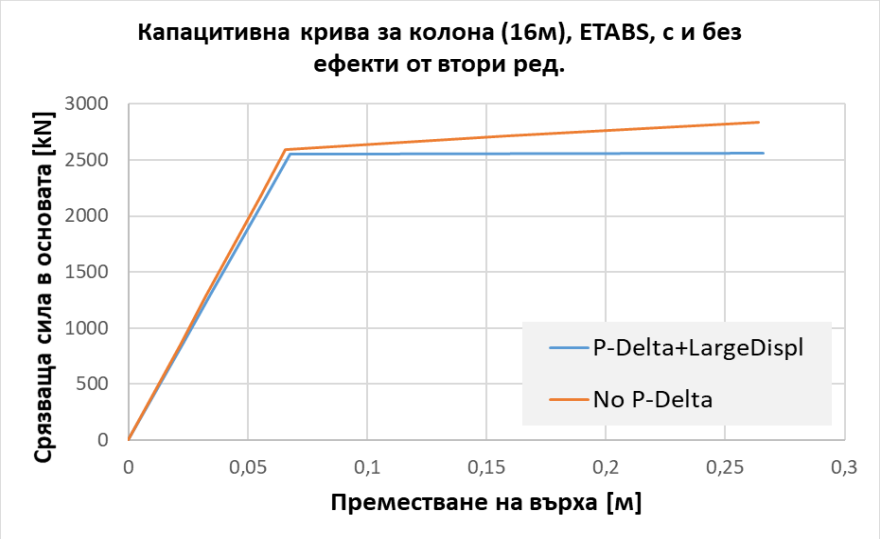


Фиг.5. Капацитивни криви на колона с височина 6м

В последствие е моделирана колона с височина 16м, която да има по-значителна стройност. Анализите за хоризонтален капацитет са извършени единствено с програмен

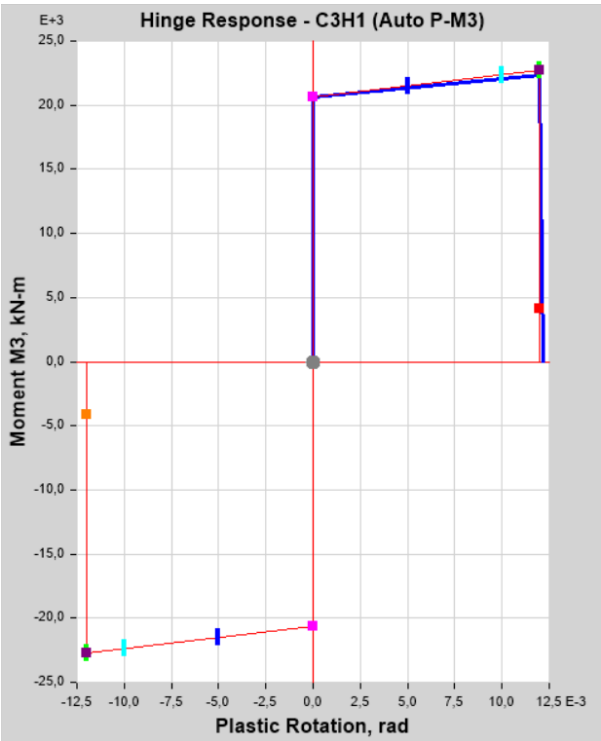
продукт ETABS, тъй като потенциалното моделиране на колоната в SOLVIA, би било трудоемко (от гледна точка на големия брой крайни елементи), а изчислението би отнело около една седмица. Поради доброто съвпадението на резултати между двата програмни продукта на фиг.5 е решено колоната да бъде изчислена само с гредовия модел в ETABS, чието решение отнема няколко минути.

Резултатите от анализа на колоната с височина 16м показват по-голямо влияние в хоризонталния капацитет на ефектите от втори ред (геометрична нелинейност), виж фиг.6. Те са от порядъка на 10%. При още по-високи стойности на колони е логично тези ефекти да са още по-ясно изразени.



Фиг.6. Капацитивни криви на колона с височина 16м

За пълнота на получените резултати е показана и зависимостта на огъващите моменти спрямо пластичната ротация в ставата, дефинирана в основата на колоната – фиг.7.



Фиг.7. Зависимост момент - ротация

5. ИЗВОДИ

В настоящата статия е направено сравнение на ефектите от втори ред (геометрична нелинейност) на стоманобетонна колона с височина 6 и 16м. Изчисленията са проведени с два програмни продукта за колоната от 6м: SOLVIA посредством голям брой обемни крайни елементи и разпределена нелинейност и с ETABS за колони с височина 6 и 16м посредством гредови модел с концентрирана нелинейна пластичност (става). За колоната с по-ниска стройност (6м) резултатите получени с двата програмни продукта са идентични (незначителна разлика). Заради това е извършено и изследване на колона с височина 16м посредством гредовия модел в ETABS, за който се забелязва, че отчитането на ефектите от втори ред води до занижаване на хоризонталния капацитет с 10%. Тези резултати биха били от интерес за инженерите проектанти на мостови съоръжения и показват какво е влиянието на отчитането на геометричните нелинейни ефекти от втори ред, което следва да се отчита според редица нормативни документи, например Еврокод [1].

ЛИТЕРАТУРА:

[1] БДС EN 1998-2, Еврокод 8: Проектиране на конструкциите за сеизмични въздействия, Част 2: Мостове.
[2] ETABS 2015: CSI Analysis Reference Manual.
[3] SOLVIA Finite Element System. User manual. SOLVIA Engineering AB, Vasteras, Sweden, 2003.
[4] Len Schwer. The Winfrith Concrete Model: Beauty or Beast? Insights into the Winfrith Concrete Model, 8th European LS-DYNA Users Conference, Strasbourg, 2011.
[5] Fletcher, Roger. Practical methods of optimization (2nd ed.), New York: John Wiley & Sons, 1987
[6] ACI 318, Standard Building Code Requirements for Structural Concrete, 2019.
[7] ASCE 7, Seismic Loads: Guide to the Seismic Load Provisions of ASCE 7-16.

INFLUENCE OF SECOND ORDER EFFECTS ON THE HORIZONTAL CAPACITY OF CONCRETE COLUMN

Alexander Iliev[1], Dimitar Stefanov[1]
eng.alexander.iliev@gmail.com; dstefanov@geophys.bas.bg

[1]Bulgarian Academy of Sciences
National Institute of Geophysics, Geodesy and Geography
Sofia, Acad. G. Bonchev str., bl. 3,
BULGARIA

Key words: *reinforced concrete column, horizontal capacity, p-delta effect, nonlinear static (push-over) analysis.*

Abstract: *This paper investigates in detail the influence of second-order effects, also known as geometric nonlinearities and commonly represented through the p-Δ effect, on the horizontal load-carrying capacity of reinforced concrete columns. These effects arise from the interaction between axial forces and lateral displacements, leading to additional moments that can significantly reduce the resistance of slender structural elements. Understanding*

their impact is essential for the reliable assessment and design of columns subjected to combined vertical and horizontal actions, particularly in bridge engineering where such conditions are frequent. To evaluate the magnitude of these nonlinear phenomena, a series of nonlinear static analyses were conducted using two independent finite-element-based software products - ETABS and SOLVIA. The initial investigation is focused on a column with a height of 6 m, representing an element with relatively low slenderness. Capacity curves were generated for models with and without consideration of second-order effects, allowing a direct comparison of the resulting horizontal resistance. For this configuration, the observed differences were minimal, indicating that geometric nonlinearities have limited influence when the column's slenderness ratio is small and lateral displacements remain small to moderate. To further explore the sensitivity of column behavior to slenderness, an additional model with a height of 16 m was analyzed using ETABS. In this case, the increased height led to significantly larger lateral displacements under horizontal loading, amplifying the p-Δ effect. The comparison between the two modeling approaches revealed a reduction of approximately 10% in the base shear capacity when second-order effects were included. This result highlights the substantial role geometric nonlinearities can play in tall or slender columns, where even moderate axial loads can magnify lateral deformations and reduce overall stability. The findings presented in this study provide valuable insight for structural and bridge design engineers, emphasizing the importance of correctly accounting for second-order effects in the analysis of slender reinforced concrete columns. The results demonstrate when such nonlinearities can be safely neglected and when they become critical for ensuring accurate capacity estimation and structural safety.