

НАМИРАНЕ НА ПОСЛЕДОВАТЕЛНИ ХОДОВЕ ЗА РЕШЕНИЕ НА КОМБИНИРАНИ ПЪЗЕЛИ

**Гергана Матеева¹, Делян Керемедчиев¹,
Петър Томов¹, Илиян Занкински¹, Тодор Балабанов²**
gergana.mateeva@iict.bas.bg, delyan.keremedchiev@iict.bas.bg,
petar.tomov@iict.bas.bg, iliyan.zankinski@iict.bas.bg, todor.balabanov@vtu.bg

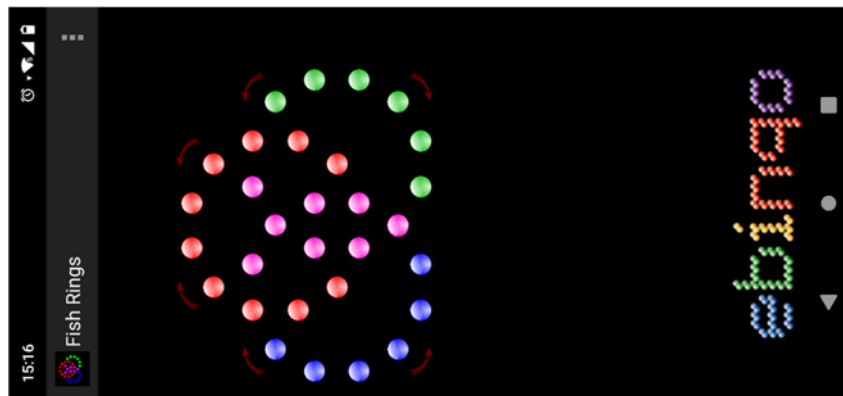
*1 Българска академия на науките
Институт по информационни и комуникационни технологии
ул. "акад. Георги Бончев", блок 2, гр. София 1113
РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ*
*2 Висше транспортно училище "Тодор Каблешков"
Факултет "Комуникации и електрообзавеждане в транспорта"
ул. "Гео Милев"158, корпус 2, гр. София 1574
РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ*

Ключови думи: комбинаторни пъзели, формални граматики, генериране на формули

Резюме: Предизвикателството при решаването на комбинирани пъзели като кубчето на Рубик и Унгарска осморка се състои в намирането на правилната последователност от ходове за постигане на конкретна цел. Тези пъзели започват в състояние, в което елементите (като цветни стикери или пръстени) са сложни и привидно произволни. Целта е да се пренаредят в определен модел или конфигурация. Пъзелът се решава чрез манипулиране на елементите чрез различни движения. Например, чрез въртене на различни слоеве на кубчето на Рубик или въртене на топчетата в Унгарската осморка. Всеки ход има специфичен ефект върху конфигурацията на пъзела. Играчите често преминават през опити и грешки, опитвайки различни последователности от ходове, за да видят ефекта им. Решението включва комбинация от пространствени разсъждения, разпознаване на шаблони и стратегическо мислене. Играчите често използват специфични за алгоритъма последователности от ходове, предназначени за постигане на определен резултат. Тези алгоритми са разработени чрез опит и анализ на механиката на пъзела. Ефективното решаване включва достигане до решението и това с възможно най-малко ходове. Състезателите по редене на пъзели, например, имат за цел да решат кубчето на Рубик за най-кратко време, като използват оптимизирани алгоритми. За да запомнят алгоритмите, решаващите могат да използват логически изводи, за да анализират състоянието на пъзела и да вземат информирани решения за следващите ходове. Това изследване изучава формули с общо предназначение за нареждането на пъзел, наречен *Fish Rings*.

ВЪВЕДЕНИЕ

Комбинаторните пъзели са вид игри, които се състоят от групи свързани парчета. Тази свързаност ги различава от класическите пъзели. Най-често, парчетата могат да бъдат манипулирани до различни комбинации със серия предварително дефинирани операции. Комбинаторните пъзели най-често са механични играчки, организирани в слоеве или някакви улеи. Често се позволява някаква ротация или преместване на различните парчета от пъзела. Най-известната такава играчка е Кубът на Рубик. Кубът има стени, оцветени в различни цветове. И шестте стени на куба могат да се въртят, което води до формирането на различни цветни конфигурации. Целта при Куба на Рубик е от произволно разредено състояние да се стигне до хомогенни цветове за всяка от стените. В съвременният компютъризиран свят, някои варианти на комбинаторни пъзели е невъзможно да бъдат механично конструирани и могат да се визуализират единствено в електронен вариант.



Фиг. 1. Комбинаторният пъзел Fish Ring, в наредено състояние

За подреждането на комбинаторните пъзели се използват предварително дефинирани последователности от действия. Тези последователности може да се нарекат с по-общото название формули за подреждане. Най-известните комбинаторни пъзели са добре изучени и формулите за тяхното подреждане са добре известни. В този контекст, възниква въпросът как да бъдат откривани такива формули за новосъздадени пъзели или за пъзели, които все още не са обстойно анализирани.

В настоящето научно изследване се предлага способ за изследване на комбинаторни формули, които могат да се използват при нареждането на комбинаторния пъзел, наречен Fish Rings (Фиг. 1)[1].

Останалата част на доклада е организирана по следния начин: Вторият раздел представя пъзела и неговата механика; третият раздел описва практическата реализация, под формата на програмен код за изследване на комбинаторни формули; четвъртият раздел разглежда експерименталната част и постигнатите резултати; последният раздел завършва и предлага по-нататъшни изследвания.

КОМБИНАТОРНИЯТ ПЪЗЕЛ FISH RINGS

Комбинаторният пъзел Fish Rings е разработен в следствие на идеите, заложи в друг много популярен пъзел, наречен Унгарска осморка. При този вид пъзели, комплект цветни топчета се търкалят в механично ограничени улеи, като и в двата случая улеите имат кръгла форма. Характерно е, че кръглите улеи имат точки на пресичане, които точки позволяват на топчета от един кръг да преминават в друг кръг. Цветът на топчетата определя кои зони на пъзела са отредени за тях в изходна позиция. При пъзела Fish Ring (Фиг. 1), са представени топчета в четири различни цвята. Топчетата са поместени в три кръгли улея, които имат пресичания в общо шест точки. Ротацията на топчетата в трите

кръга позволява всяко топче да преминава от кръг в кръг и да попада във всеки един от тези три кръга.

В първата половина от нареждането на пъзела не са нужни сериозни усилия, тъй като по-голямата част от него е разредена. Трудността идва в етапа в който по-голямата част от пъзела е подредена. Аналогична е ситуацията и с Куба на Рубик. Първите два реда от Куба на Рубик се нареждат относително лесно, тъй като не се съблюдава дали третият ред бива разреждан. Трудността идва на етапа в който първите два реда са вече подредени и трябва да се подреди основата, без да се разреждат вече наредените парчета.

При комбинаторните пъзели е възможно да се дефинира формална граматика на съответната игра. Формалната граматика може да е минимална, но може и да бъде разширена. При пъзела Fish Ring има три кръга с въртящи се топчета. Ако се обозначи горният кръг като кръг А, левият кръг В, а десният кръг С, то минимална граматика на пъзела Fish Ring могат да са тези три букви от латинската азбука. Приема се, че всяка от буквите означава завъртане на конкретния кръг в посока обратна на часовниковата стрелка (инвариантно е и по часовниковата стрелка). С използването само на тези три символа в минималната граматика на пъзела Fish Rings могат да се изградят изречения (формули) за достигането на всяко достижимо състояние на играта. Минималната граматика е по-съществена като математически формализъм. За практическата употреба на играта е разумно да се използват по-разширени варианти на формална граматика. Първо такова разширение може да бъде посоката на въртене, като с +А, +В и +С се обозначи въртенето на кръговете обратно на часовниковата стрелка, а с -А, -В и -С се обозначи въртенето на кръговете по часовниковата стрелка. С цел скъсяване на изреченията, изграждани с формалната граматика, освен посоките може да се приложат и цифрите от 1 до 9, така че да обозначат колко последователни завъртания на съответния кръг трябва да се направят. След тези две разширения на минималната формална граматика се стига до граматика със следните символи в нея: -9А, -8А, -7А, -6А, -5А, -4А, -3А, -2А, -1А, +1А, +2А, +3А, +4А, +5А, +6А, +7А, +8А, +9А, -9В, -8В, -7В, -6В, -5В, -4В, -3В, -2В, -1В, +1В, +2В, +3В, +4В, +5В, +6В, +7В, +8В, +9В, -9С, -8С, -7С, -6С, -5С, -4С, -3С, -2С, -1С, +1С, +2С, +3С, +4С, +5С, +6С, +7С, +8С, +9С.

Подбора на формална граматика задава и посоката за търсенето на подходящи формули, които да способстват за подреждането на пъзела във финалните фази от неговото редене.

ПРАКТИЧЕСКА РЕАЛИЗАЦИЯ

Преди ерата на компютрите, комбинаторните пъзели са изследвани на ръка. Хората, опитващи се да ги наредят, са експериментирали различни последователности и са търсили ефективни общи решения. Такъв вид анализ е отнемал време и се е характеризирал с относително висока сложност [2]. Във века на компютърните пресмятания анализът на такива пъзели може да бъде извършен в много по-голяма пълнота и при много къси времеви рамки.

Съвременната изчислителна техника позволява да се експериментират множество различни формули за разместване на пъзела. За целите на настоящото изследване се генерират всички възможни формули с дължина от 1 команда до 7 команди. Прилага се алгоритъм за пълно изчерпване [3]. От така генерираните формули се записват само тези, които разместват само две топчета, спрямо изходното състояние на пъзела. Интересът пада върху този вид формули, тъй като във финалната фаза за нареждането на пъзела най-полезни биха били такива последователности от команди, които максимално запазват вече наредената част от играта.

За нуждите на генерирането, играта е пресъздадена като модел под формата на едномерни масиви от числа. Реализирани са шест операции за въртене на кръговете и е

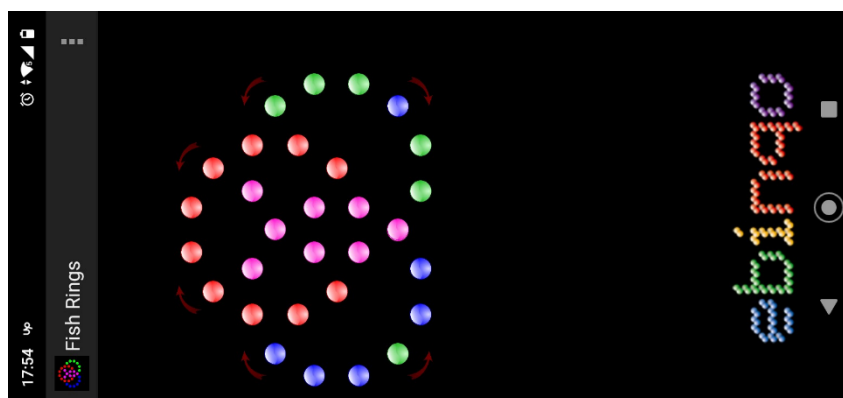
направен опростен фрагмент код, който да извършва синтактичен и граматически анализ на подадените формули, спрямо правилата на избраната формална граматика.

ЕКСПЕРИМЕНТИ И РЕЗУЛТАТИ

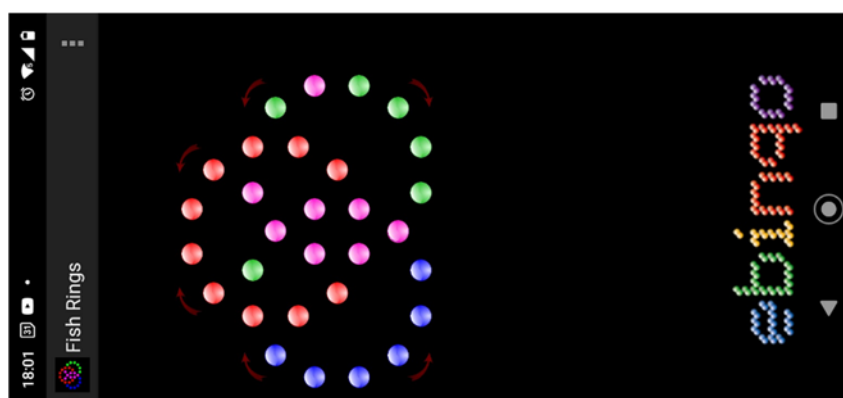
Всички експерименти са проведени на компютър със следните спецификации: Asus-2023, включващ 12-то поколение Intel(R) Core(TM) i7-12700 процесор, работещ на 2,10 GHz, 32 GB RAM и 64-битова операционна система (x64-базиран процесор). Конкретната използвана версия на операционната система е Windows 11 Pro 23H2 22631.3007, а софтуерът, използван за експериментите е Java(TM) SE Runtime Environment (build 19.0.2+7-44) Java HotSpot(TM) 64-Bit Server VM (build 19.0.2+7-44, mixed mode, sharing).

В резултат на извършените изчисления бяха идентифицирани 2198814 формули, които отговарят на условията да са с дължина от 1 до 7 команди и да разместват само две топчета, спрямо изходното състояние на пъзела [4]. Реалният брой на уникалните формули е значително по-малък, тъй като пълното изчерпване генерира последователности от вида $-A+A$, които взаимно се нулират.

От така подробния списък с формули ръчно могат да се подберат тези, които дават най-добра перспектива за нареждане на пъзела в неговата финална фаза. Като пример за такива формули могат да се дадат: $+3C+3B-3C-3B$ (Фиг. 2) и $-1C-4B+1C+4B$ (Фиг. 3).



Фиг. 2. Резултат от прилагането на формула $+3C+3B-3C-3B$



Фиг. 3. Резултат от прилагане на формула $-1C-4B+1C+4B$

И при двете формули ясно се вижда, че разместването е точно в две топчета от пъзела. Не е правен подробен анализ на формулите, който всъщност е необходим, тъй като топчета са неразличими в рамките на своята цветна група. При разноцветни конфигурации на пъзела е възможно списъкът от формули да размества повече от два елемента.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящето научно изследване е предложен способ за търсене на универсални формули при подреждането на комбинаторни пъзели. За целите на изследването е разработен дигитален модел на разглежданата игра, като са реализирани команди за разместването на отделните елементи на пъзела. С цел подбор на подходящи формули за подреждането на играта във финалната ѝ ваза е генериран списък с формули, отговарящи на предварително заложен критерий. Постигнатите резултати ясно показват, че този способ за решаване на комбинаторни пъзели може да бъде изключително ефективен и с широко приложение в практиката.

Като бъдещи изследвания може да се разгледат други игри от групата на комбинаторните пъзели. Също така може да се експериментира с мета-евристични алгоритми за глобална оптимизация при търсенето на подредби за комбинаторни пъзели.

БЛАГОДАРНОСТИ

This research is conducted as part of project No. KP-06-M75/3 “Research of methods and technologies for digitalization of education“, financed by the Bulgarian National Science Foundation (NSF).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Balabanov, T., Fish Rings, Velbazhd Software LLC, 2015, <https://play.google.com/store/apps/details?id=eu.veldsoft.fish.rings>
- [2] Slocum, J., Sonneveld, D., The 15 Puzzle : How it Drove the World Crazy, ISBN 1890980153
- [3] Balabanov, T., Fish Rings Puzzle Formula Generator, ResearchGate GmbH, 2024, DOI: <http://doi.org/10.13140/RG.2.2.14834.89289>
- [4] Balabanov, T., List of Formulas for Fish Rings Puzzle which Change Only Two Pieces - Length of the Formulas from Four to Seven, ResearchGate GmbH, 2024, DOI: <http://doi.org/10.13140/RG.2.2.25609.01120>

FINDING SEQUENTIAL MOVES FOR SOLUTION OF COMBINATION PUZZLE

Gergana Mateeva¹, Delyan Keremedchiev¹,
Petar Tomov¹, Iliyan Zankinski¹, Todor Balabanov²

gergana.mateeva@iict.bas.bg, delyan.keremedchiev@iict.bas.bg,
petar.tomov@iict.bas.bg, iliyan.zankinski@iict.bas.bg, todor.balabanov@vtu.bg

¹ *Bulgarian Academy of Sciences*
Acad. Georgi Bonchev Str., block 2, 1113 Sofia
THE REPUBLIC OF BULGARIA

² *Higher School of Transport - Todor Kableshkov*
158 Geo Milev Str., block 2, 1574 Sofia
THE REPUBLIC OF BULGARIA

Key words: *combination puzzle, formal grammars, formulas generation*

Abstract: *The challenge in solving combination puzzles like the Rubik's Cube and Hungarian Rings lies in figuring out the correct sequence of moves to achieve a specific goal. These puzzles start in a state where the elements (such as colored stickers or rings) are complex and seemingly random. The goal is to rearrange them into a specific pattern or configuration. The puzzle is solved by manipulating the elements through various moves. For example, they are turning different layers of the Rubik's Cube or repositioning rings in the Hungarian Rings. Each move has a specific effect on the puzzle's configuration. Solvers often go through trial and error, trying different sequences of moves to see their effects. The solution involves a combination of spatial reasoning, pattern recognition, and strategic thinking. Advanced solvers often use algorithm-specific sequences of moves designed to achieve a particular result. These algorithms are developed through experience and analysis of the puzzle's mechanics. Efficient solving involves reaching the solution and doing so with the fewest possible moves. Speedcubers, for instance, aim to solve the Rubik's Cube in the shortest time using optimized algorithms. To memorize algorithms, solvers may employ logical deduction to analyze the puzzle's state and make informed decisions about the next moves. This research investigates general-purpose formulas for a puzzle called Fish Rings.*