



## **СИМВОЛЕН АНАЛИЗ НА МНОГОПАРАМЕТРИЧНАТА ЧУВСТВИТЕЛНОСТ НА T – ВЪЗСТАНОВЯВАЩ ФИЛТЪР**

**Ирина Асенова, Христина Спиридонова, Елена Димкина**

[iasenova@vtu.bg](mailto:iasenova@vtu.bg), [hspiridonova@vtu.bg](mailto:hspiridonova@vtu.bg), [edimkina@vtu.bg](mailto:edimkina@vtu.bg)

*Висше транспортно училище „Тодор Каблешков”  
София, ул. „Гео Милев” № 158  
РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ*

**Ключови думи:** *символен анализ на многопараметричната чувствителност, модифициран граф на Coates, предавателни функции, T – филтър*

**Резюме:** *Анализът на чувствителността играе важна роля при определянето на критичните стойности на променливите в електрическите и електронни вериги. При синтеза на филтри от особено значение е определянето на многопараметричната чувствителност. Когато е необходимо да бъде изчислена чувствителността на предавателните функции при различни честоти, за предпочитане е да се използва анализ на същите в символен вид.*

*В доклада е определена многопараметричната чувствителност на T-образен възстановяващ филтър чрез сигнални графи на Coates в символен вид относно незначителното изменение на стойностите на параметрите на елементите, както и зависимостта ѝ от изменението на честотата, като са показани съответните характеристики чрез използване на програмния продукт Mathcad.*

### **ВЪВЕДЕНИЕ**

Многопараметричният символен анализ на чувствителността по отношение на параметрите на веригата помага да се определят тези параметри, които са критични за влошаване на производителността на електрическото или електронно устройство. На практика е невъзможно да се създаде схема, елементите на която точно да съответстват на параметрите на елементите на модела, при които тя е синтезирана. В този случай реалните ѝ характеристики се различават от изчислените.

Използвайки „теория на чувствителността“ е възможно да се направи количествена оценка на степента на влияние на тези отклонения върху характеристиките на схемата и то да бъде отчетено на етап проектиране [1], [2]. Модифицираният граф на Coates [3] позволява да се опрости анализа на чувствителността на базата на използването на частните предавателни функции [1].

Според теорията на електрическите вериги, изчисляването на чувствителността на предавателната функция изисква намирането на съответните производни на предавателната функция. Това е основният проблем за определяне на чувствителността и той представлява обект на изследване при много методи и алгоритми [4].

Изчисляването на функциите на чувствителността като произведение на предавателни функции е възможно чрез методите за анализ със сигнални графи, поради отпадане на необходимостта за изчисляване на частните производни на предавателните функции [5].

В доклада е определена многопараметричната чувствителност на предавателната функция на  $T$  – възстановяващ филтър чрез сигнални графи в символен вид. Разглежданият филтър изпълнява ролята на декодиращо устройство и е част от преносвателния тракт на радиокомуникационна система, използва се да компенсира някои нелинейни ефекти на реалния канал за връзка [6].

Изследвана е зависимостта на многопараметричната чувствителност на предавателната функция от честотата и от промяната на стойностите на параметрите на елементите, като са построени съответните характеристики чрез използване на програмния продукт *Mathcad*.

### СИМВОЛЕН АНАЛИЗ НА МНОГОПАРАМЕТРИЧНАТА ЧУВСТВИТЕЛНОСТ

Предполага се, че съществуват  $p$  параметри с много малки изменения от номиналните им стойности. Тогава чувствителност  $S_{Y_i(s)}^{T_{kq}(s)}$  на предавателната функция  $T_{kq}(s)$  по отношение на всички  $p$  параметри се определя от

$$(1) \quad MS^T = \sum_{i=1}^p \left| S_{Y_i(s)}^{T_{kq}(s)} \right|,$$

където:

$S_{Y_i(s)}^{T_{kq}(s)} = \frac{Y_i(s)}{T_{kq}(s)} \frac{\partial T_{kq}(s)}{\partial Y_i(s)} = \frac{Y_i(s)}{T_{kq}(s)} \sum_{j,i} \frac{\partial T_{kq}(s)}{\partial Y_{ji}(s)} \frac{dY_{ji}(s)}{dY_i(s)} = \frac{Y_i(s)}{T_{kq}(s)} \sum_{j,i} T_{iq} T_{kj} \frac{dY_{ji}(s)}{dY_i(s)}$  е чувствителността на предавателната функция  $T_{kq}(s)$  относно параметъра  $Y_i$ ,  $s = j\omega$ ;

$Y_{ji}(s) = a_{ji}(s) + Y_i(s)$ , за  $i = 1, \dots, m + n$ ;  $j = m + 1, \dots, m + n$  - елемент от матрицата  $Y(s)$  или е ребро между връх  $i$  и връх  $j$ ;

събираемото  $a_{ji}(s)$  зависи от други параметри на елементи от веригата;

$Y_i$  - проводимост на елемента  $p_i$ ;

$m$  – брой на върхове – източници;

$n$  – брой на върхове – приемници.

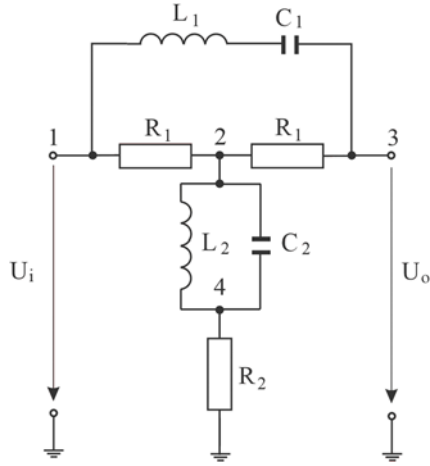
Производната  $\frac{\partial T_{kq}(s)}{\partial Y_{ji}(s)}$  се представя чрез частните предавателни функции  $T_{iq}(s)$  и  $T_{kj}(s)$ , между двойките възли съответно  $i, q$ , и  $k, j$ , като

$$\frac{\partial T_{kq}(s)}{\partial Y_{ji}(s)} = T_{iq}(s) T_{kj}(s), \text{ за } i, q = 1, 2, \dots, n; k, j = 2, \dots, n.$$

Частните предавателни функции  $T_{k1}(s)$  и  $T_{kj}(s)$ , съответно детерминантите  $D_{k1}$  и  $D_{kj}$ , и  $D$  се получават от модифицирания граф на Coates  $G^{MC}$  и подграфите  $G_{k1}^{MC}$ ,  $G_{kj}^{MC}$  и  $G_0^{MC}$  [1].

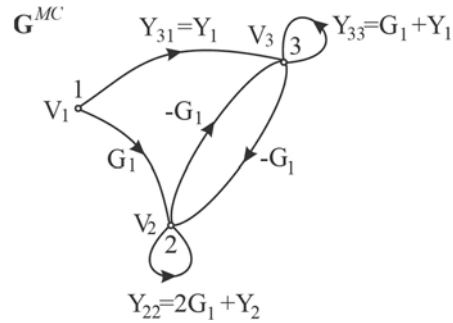
В доклада е определена многопараметричната чувствителност на предавателната функция  $T_{qk}(s) = T_{31}(s) = U_o(s)/U_i(s) = U_3/U_1$  на  $T$ - възстановяващ филтър, показан на *фиг. 1*, за следните стойности на параметрите на елементите:

$$\begin{aligned} k &:= 1..30000 & f_k &:= 0.1 \cdot k & j_w &:= \sqrt{-1} & \omega_k &:= 2 \cdot 3.14 \cdot f_k & R2_k &:= 66 & G2_k &:= 0.01515 \\ G1_k &:= 0.00018515 & L1_k &:= 0.165301 & L2_k &:= 0.001015 & C1_k &:= 0.0000000028 & C2_k &:= 0.000000456 \end{aligned}$$



Фиг. 1 Т-възстановяващ филтър

Модифицираният граф на Coates е показан на фиг. 2.



Фиг. 2 Модифициран граф на Coates

Като се има предвид (1) многопараметричната чувствителност е

$$(2) \quad MS^{T_{31}} = S_{G_1}^{T_{31}} + S_{G_2}^{T_{31}} + \sum_{i=1}^2 S_{1/sL_i}^{T_{31}} + \sum_{i=1}^2 S_{sC_i}^{T_{31}},$$

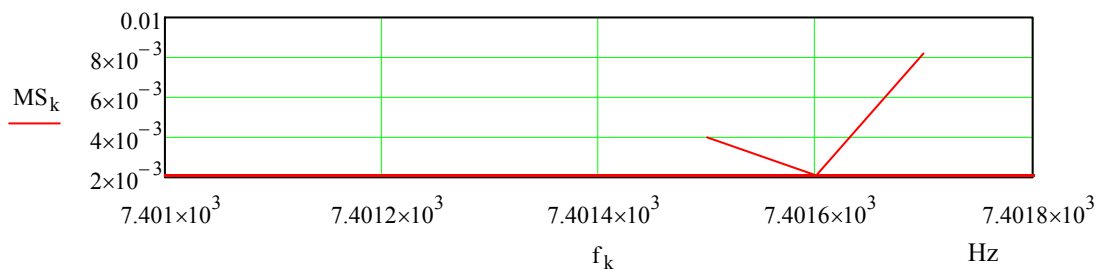
където

$$\begin{aligned} S_{G_1}^{T_{31}} &= \frac{G_1}{T_{31}} \frac{\partial T_{31}}{\partial G_1} = \frac{G_1}{T_{31}} \left( \frac{\partial T_{31}}{\partial Y_{21}} \frac{dY_{21}}{dG_1} + \frac{\partial T_{31}}{\partial Y_{33}} \frac{dY_{33}}{dG_1} + \frac{\partial T_{31}}{\partial Y_{32}} \frac{dY_{32}}{dG_1} + \frac{\partial T_{31}}{\partial Y_{23}} \frac{dY_{23}}{dG_1} + \frac{\partial T_{31}}{\partial Y_{22}} \frac{dY_{22}}{dG_1} \right) = \\ &= \frac{G_1}{T_{31}} (T_{11}T_{32} + T_{31}T_{33} - T_{21}T_{33} - T_{31}T_{32} + T_{21}T_{32} \cdot 2) = \\ &= \frac{G_1}{D_{31}} \left( \frac{D_{11}D_{32} + D_{31}D_{33} - D_{21}D_{33} - D_{31}D_{32} + D_{21}D_{32} \cdot 2}{D} \right) \\ SG_{2_k} &:= \sqrt{\left( \operatorname{Re} \left( \frac{D_{21_k} \cdot D_{32_k}}{D_k} \cdot \frac{G_{2_k}}{D_{31_k}} \right) \right)^2 + \left( \operatorname{Im} \left( \frac{G_{2_k}}{D_{31_k}} \cdot \frac{D_{21_k} \cdot D_{32_k}}{D_k} \right) \right)^2} \\ SC_{1_k} &:= \sqrt{\left( \operatorname{Re} \left( \frac{s_k \cdot C_{1_k}}{D_{31_k}} \cdot \frac{D_{11_k} \cdot D_{33_k} + D_{31_k} \cdot D_{33_k}}{D_k} \right) \right)^2 + \left( \operatorname{Im} \left( \frac{s_k \cdot C_{1_k}}{D_{31_k}} \cdot \frac{D_{11_k} \cdot D_{33_k} + D_{31_k} \cdot D_{33_k}}{D_k} \right) \right)^2} \\ SC_{2_k} &:= \sqrt{\left( \operatorname{Re} \left( \frac{s_k \cdot C_{2_k}}{D_{31_k}} \cdot \frac{D_{21_k} \cdot D_{32_k}}{D_k} \right) \right)^2 + \left( \operatorname{Im} \left( \frac{s_k \cdot C_{2_k}}{D_{31_k}} \cdot \frac{D_{21_k} \cdot D_{32_k}}{D_k} \right) \right)^2} \\ SL_{1_k} &:= \sqrt{\left( \operatorname{Re} \left( \frac{D_{33_k} \cdot D_{11_k} + D_{31_k} \cdot D_{33_k}}{D_k} \cdot \frac{1}{s_k \cdot L_{1_k}} \right) \right)^2 + \left( \operatorname{Im} \left( \frac{D_{33_k} \cdot D_{11_k} + D_{31_k} \cdot D_{33_k}}{D_k} \cdot \frac{1}{s_k \cdot L_{1_k}} \right) \right)^2} \\ SL_{2_k} &:= \sqrt{\left( \operatorname{Re} \left( \frac{1}{s_k \cdot L_{2_k}} \cdot \frac{D_{21_k} \cdot D_{32_k}}{D_k} \right) \right)^2 + \left( \operatorname{Im} \left( \frac{1}{s_k \cdot L_{2_k}} \cdot \frac{D_{21_k} \cdot D_{32_k}}{D_k} \right) \right)^2} \end{aligned}$$

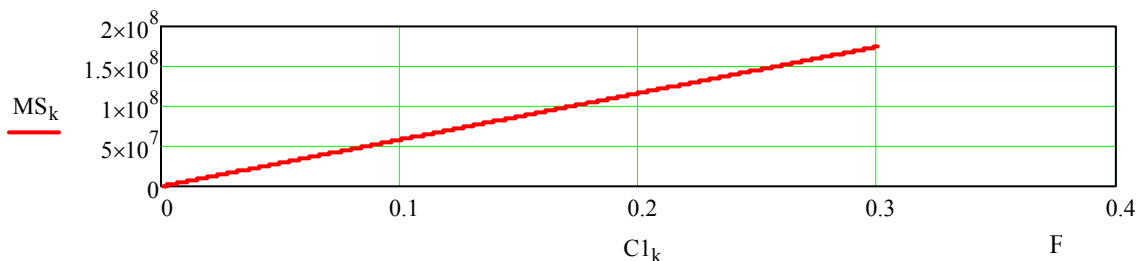
$$\begin{aligned}
D_{32k} &:= -G_{1k} & D_{21k} &:= G_{1k} \cdot (G_{1k} + Y_{1k}) + (G_{1k} \cdot Y_{1k}) \\
D_k &:= Y_{22k} \cdot Y_{33k} - G_{1k} \cdot G_{1k} & D_{31k} &:= (Y_{22k} \cdot Y_{1k}) + G_{1k} \cdot G_{1k} \\
D_{33k} &:= -(2G_{1k} + Y_{2k}) & D_{11k} &:= Y_{22k} \cdot Y_{33k} - G_{1k} \cdot G_{1k} \\
Z_{2k} &:= \frac{1}{G_{2k}} + \frac{s_k \cdot L_{2k} \cdot \frac{1}{s_k \cdot C_{2k}}}{s_k \cdot L_{2k} + \frac{1}{s_k \cdot C_{2k}}}; & Y_{2k} &:= \frac{1}{Z_{2k}}; & Y_{22k} &:= 2 \cdot G_{1k} + Y_{2k}; \\
Z_{1k} &:= s_k \cdot L_{1k} + \frac{1}{s_k \cdot C_{1k}}; & Y_{1k} &:= \frac{1}{Z_{1k}}; & Y_{33k} &:= G_{1k} + \frac{1}{s_k \cdot L_{1k} + \frac{1}{s_k \cdot C_{1k}}}.
\end{aligned}$$

### СИМУЛАЦИОННИ РЕЗУЛТАТИ

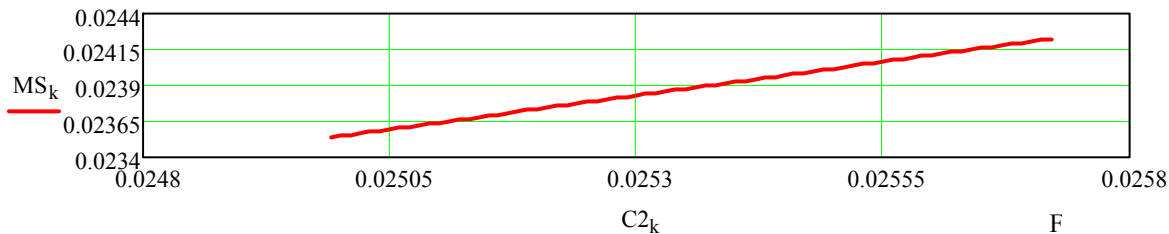
Чрез използване на програмния продукт *Mathcad* са показани зависимостите на многопараметричната чувствителност относно честотата (фиг. 3), както и от незначителните изменения на стойностите на параметрите на елементите (фиг. 4).



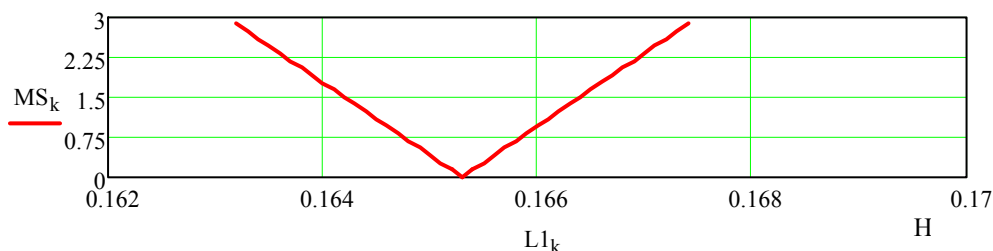
Фиг. 3. Многопараметрична чувствителност MS спрямо изменението на честотата f



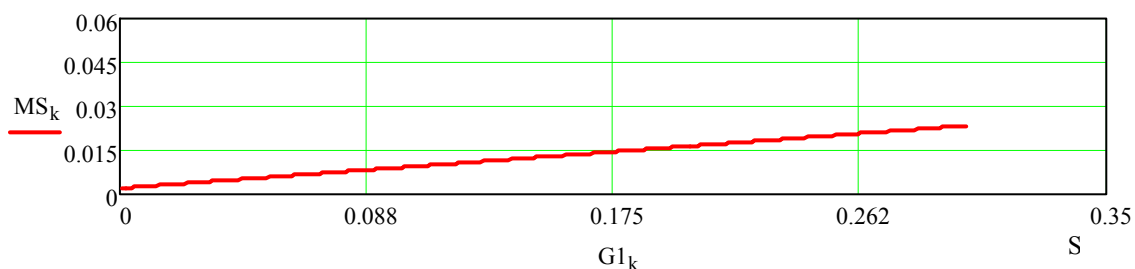
а) Многопараметрична чувствителност MS спрямо изменението на капацитета C1



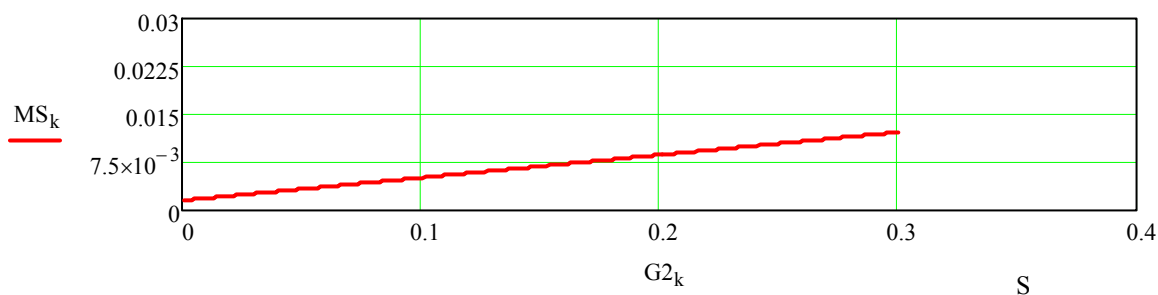
б) Многопараметрична чувствителност MS спрямо изменението на капацитета C2



в) Многопараметрична чувствителност  $MS$  спрямо изменението на индуктивността  $L1$



г) Многопараметрична чувствителност  $MS$  спрямо изменението на проводимостта  $G1$



д) Многопараметрична чувствителност  $MS$  спрямо изменението на проводимостта  $G2$

**Фиг. 4. Многопараметрична чувствителност  $MS$  спрямо изменението на стойностите на параметрите на елементите на Т- възстановяващ филтър**

Получените резултати показват при какъв честотен диапазон многопараметричната чувствителност има максимална стойност и съответно използването на Т-възстановяващия филтър е нежелателно. Като се има предвид (1) са построени зависимости (фиг. 4) на многопараметричната чувствителност спрямо промяната на стойностите на параметрите на елементите на филтъра за честота  $f = 7401.6 \text{ Hz}$ , за която  $MS$  има минимум.

При така избраната честота е показано при какви стойности на параметрите на елементите многопараметричната чувствителност на предавателната функция на Т-възстановяващия филтър има минимални стойности.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В доклада са изследвани зависимостите на многопараметричната чувствителност на предавателната функция от изменението на стойностите на параметрите на елементите чрез използване на модифицирания граф на Coates и са построени съответните характеристики чрез използване на програмния продукт Mathcad.

Експерименталните резултати, получени от многопараметричния символен анализ на чувствителността за Т-възстановяващ филтър, показват кои параметри са критични за влошаване на нормалната му работа. Симулацията се използва за определяне на

големината на многопараметричната чувствителност на предавателната функция спрямо честотата.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Mourad Fakhfakh, Co-Editor(s): Esteban Tlelo-Cuautle, Francisco V. Fernández, DOI: 10.2174/97816080509561120101, eISBN: 978-1-60805-095-6, ISBN: 978-1-60805-425-1, **Chapter**: Symbolic Analysis of Analog Circuits by Flow-Graphs, Pages 115-146 (32) **Author(s)**: Mourad Fakhfakh, **Irina Asenova**, Mourad Loulou. Bentham Science Publishers Ltd., 2012. **WoS**
- [2] M. Fakhfakh and B. Rodanski (Eds.), Pathological Elements in Analog Circuit Design, **Chapter** "Symbolic Sensitivity Analysis Enhanced by Nullor Model and Modified Coates Flow Graph" **Author(s)**: **Asenova I.**, Fr. Balik ISBN 978-3-319-75157-3, DOI 10.1007/978-3-319-75157-3, Topics "Circuits and Systems", <https://www.springer.com/gp/book/9783319751566>, **Scopus**, Bentham Science Publishers Ltd., 2018.
- [3] Coates, C. L.: "General topological formulas for linear networks", IRE Trans. On Circuit Theory, vol. CT-5,1, 1958.
- [4] F. Balik and B. Rodanski, "Calculation of first- and second-order symbolic sensitivities in sequential form via the transimpedance method," Proc. ECCTD'99, 1999, pp. 70-73.
- [5] I. Asenova and Hr. Spiridonova, "Determination of the first-order transfer functions sensitivities of a T-shaped filter", 5-th International Conference "KEIT" 2020.
- [6] Спиридонова Хр., ДТ за ОНС "доктор": „Управление на поведението на честотно зависима информационна среда чрез селективни вериги за коригиране на нелинейни ефекти“

## MULTIPARAMETER SENSITIVITY ANALYSIS OF THE TRANSFER FUNCTION OF A T-SHAPED FILTER

**Irina Asenova, Hristina Spiridonova, Elena Dimkina**  
[iasenova@vtu.bg](mailto:iasenova@vtu.bg), [hspiridonova@vtu.bg](mailto:hspiridonova@vtu.bg), [edimkina@vtu.bg](mailto:edimkina@vtu.bg)

*Todor Kableshkov University of Transport  
Sofia, 158 Geo Milev Str.  
THE REPUBLIC OF BULGARIA*

**Key words:** *multiparameter symbolic sensitivity analysis, modified Coates flow graph, transfer functions, T-filter*

**Abstract:** *Sensitivity analysis plays an important role in determining the critical values of variables in electrical and electronic circuits. In the synthesis of filters, the determination of the multiparameter sensitivity is of particular importance. When it is necessary to calculate the sensitivity of the transfer functions at different frequencies, it is preferable to use an analysis of the same in symbolic form.*

*In the paper the multi-parameter sensitivity of a T-restoring filter through Coates signal plots in symbolic form on the minor variation of the element parameter values as well as its dependence on the frequency variation is determined, showing the relevant characteristics by using the Mathcad software product.*