

## АНАЛИЗ НА ЧУВСТВИТЕЛНОСТТА НА T – ОБРАЗЕН ФИЛТЪР В СРЕДА НА MATHCAD

Ирина Асенова, Христина Спиридинова

[irka\\_honey@yahoo.com](mailto:irka_honey@yahoo.com), [hristinaspiridonova@abv.bg](mailto:hristinaspiridonova@abv.bg)

Висше транспортно училище „Тодор Каблешков”  
гр. София, ул. „Гео Милев” 158  
РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ

**Ключови думи:** анализ на чувствителността, модифициран граф на Coates, предавателни функции, T – филтър

**Резюме:** При синтеза на филтри от особено значение е определянето на зависимостта на техните свойства от изменението на параметрите им, т.е. проблемът за чувствителността. Тя се определя чрез численото изследване на параметричния модел на веригата в целия обхват на изменение на определящата съвкупност от параметри. Първоначално, в опитите за изследване на електрическите вериги, са били използвани методът с модела на чувствителността и методът на присъединената верига. Първият метод дава възможност да се определи чувствителността на много функции на веригата относно един параметър, докато вторият се предпочита при анализ на чувствителността на една функция спрямо много параметри на веригата. Обаче и двата метода изискват цялостен анализ на изходната и (или) на спомагателната верига за всяка честота. Когато е необходимо да бъде изчислена чувствителността на схемните функции при различни честоти, тогава за предпочитане е да се използва анализ на същите в символен вид, като по-ефективен в този случай.

В доклада е определена чувствителността на T-образен филтър чрез сигнални графи в символен вид относно изменението на параметрите на елементите, и са показани съответните характеристики чрез използване на **програмния продукт Mathcad**.

### ВЪВЕДЕНИЕ

Разработването на реална система с цел управлението и видоизменянето ѝ при известни условия и зададени параметри е възможно да се построи и реши математическият модел на система, като се определят необходимите ѝ характеристики. На практика е невъзможно да се създаде схема, елементите на която точно да съответстват на параметрите на елементите на модела, при които е синтезирана схемата. В този случай реалните характеристики на схемата се различават от изчислените.

Използвайки „теория на чувствителността“ е възможно да се направи количествена оценка на степента на влияние на тези отклонения върху характеристиките на схемата и то да бъде отчетено на етап проектиране [1], [2].

Модифицираният граф на Coates [3] позволява да се опрости анализа на чувствителността на базата на използването на частните предавателни функции [4], [5].

Според теорията на електрическите вериги, изчисляването на чувствителността на предавателната функция изисква намирането на съответните производни на предавателната функция. Това е основният проблем за определяне на чувствителността и той представлява обект на изследване при много методи и алгоритми [4], [6].

Изчисляването на функциите на чувствителността като произведение на предавателни функции е възможно чрез методите за анализ със сигнални графи, поради отпадане на необходимостта за изчисляване на частните производни на предавателните функции [8].

В доклада е определена чувствителността на предавателната функция на  $T$  – образен филтър чрез сигнални графи в символен вид. Разглежданият филтър е част от преносвателния тракт на радиокомуникационна система и се използва да компенсира някои нелинейни ефекти на реалния канал за връзка.

Реализирана е схема на RLC мостов  $T$ -образен пасивен филтър, позволяващ по-добро регулиране на параметрите [9]. Изследвана е зависимостта на многопараметричната чувствителност на предавателната функция от честотата и от промяната на стойностите на параметрите на елементите, като са построени съответните характеристики чрез използване на програмния продукт *Mathcad*.

## СИМВОЛЕН АНАЛИЗ НА ЧУВСТВИТЕЛНОСТТА ВЪЗ ОСНОВА НА ГРАФИ НА Coates

Предполага се, че съществуват  $p$  параметри с много малки изменения от номиналните им стойности. Тогава чувствителност  $S_{Y_i(s)}^{T_{kq}(s)}$  на предавателната функция  $T_{kq}(s)$  по отношение на всички  $p$  параметри се определя от

$$(1) \quad S_{Y_i(s)}^{T_{kq}(s)} = \frac{Y_i(s)}{T_{kq}(s)} \frac{\partial T_{kq}(s)}{\partial Y_i(s)} = \frac{Y_i(s)}{T_{kq}(s)} \sum_{j,i} \frac{\partial T_{kq}(s)}{\partial Y_{ji}(s)} \frac{dY_{ji}(s)}{dY_i(s)} = \frac{Y_i(s)}{T_{kq}(s)} \sum_{j,i} T_{iq} T_{kj} \frac{dY_{ji}(s)}{dY_i(s)}$$

е чувствителността на предавателната функция  $T_{kq}(s)$  относно параметъра  $Y_i$ ,  $s = j\omega$ ;

$Y_{ji}(s) = a_{ji}(s) + Y_i(s)$ , за  $i = 1, \dots, m+n$ ;  $j = m+1, \dots, m+n$  - елемент от матрицата  $\mathbf{Y}(s)$  или е ребро между връх  $i$  и връх  $j$ ;

събираемото  $a_{ji}(s)$  зависи от други параметри на елементи от веригата;

$Y_i$  - проводимост на елемента  $p_i$ ;

$m$  – брой на върхове – източници;

$n$  – брой на върхове – приемници.

Производната  $\frac{\partial T_{kq}(s)}{\partial Y_{ji}(s)}$  се представя чрез частните предавателни функции  $T_{iq}(s)$  и  $T_{kj}(s)$ , между двойките възли съответно  $i, q$ , и  $k, j$ , като

$$\frac{\partial T_{kq}(s)}{\partial Y_{ji}(s)} = T_{iq}(s) T_{kj}(s), \text{ за } i, q = 1, 2, \dots, n; k, j = 2, \dots, n.$$

Частните предавателни функции  $T_{k1}(s)$  и  $T_{kj}(s)$ , съответно детерминантите  $D_{k1}$  и  $D_{kj}$ , и  $D$  се получават от модифицирания граф на Coates  $\mathbf{G}^{MC}$  [3, 5, 8] и неговите подграфи  $\mathbf{G}_{k1}^{MC}$ ,  $\mathbf{G}_{kj}^{MC}$  и  $\mathbf{G}_0^{MC}$ .

Като се отчете, че  $V_1(s) = 1$ , предавателната функция  $T_{kq}(s)$  се изразява чрез [5, 8]

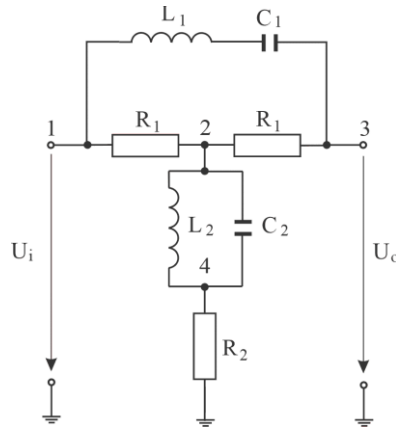
$$(2) \quad T_{kq}(s) = \frac{\sum_{Q=1}^R (-1)^{N_{QPQ}}}{\sum_{K=1}^L (-1)^{N_{KPK}}} = \frac{A_{kq}}{\Delta} = \frac{D_{kq}}{D},$$

В доклада е определена чувствителността на предавателната функция  $T_{qk}(s) = T_{31}(s) = U_o(s)/U_i(s) = U_3/U_1$  за Т- филтър, показан на *фиг. 1*, за следните стойности на параметрите:

$$k := 1..30000 \quad f_k := 0.1 \cdot k \quad j := \sqrt{-1} \quad \omega_k := 2 \cdot 3.14 \cdot f_k \quad s_k := j \cdot \omega_k \quad G1_k := 0.000185$$

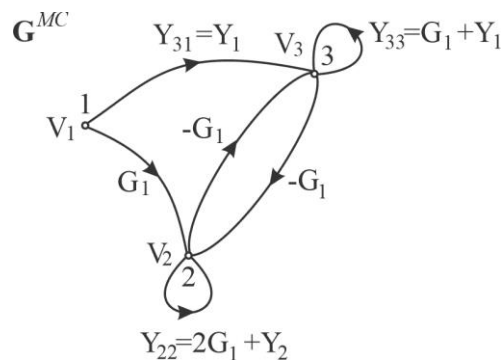
$$R2_k := 66 \quad G2_k := 0.01515 \quad L1_k := 0.165301 \quad L2_k := 0.001015$$

$$C1_k := 0.0000000028 \quad C2_k := 0.0000000456$$



фиг. 1 Т-филтър

Графът на Coates е показан на *фиг. 2*:



Фиг. 2 Модифициран граф на Coates

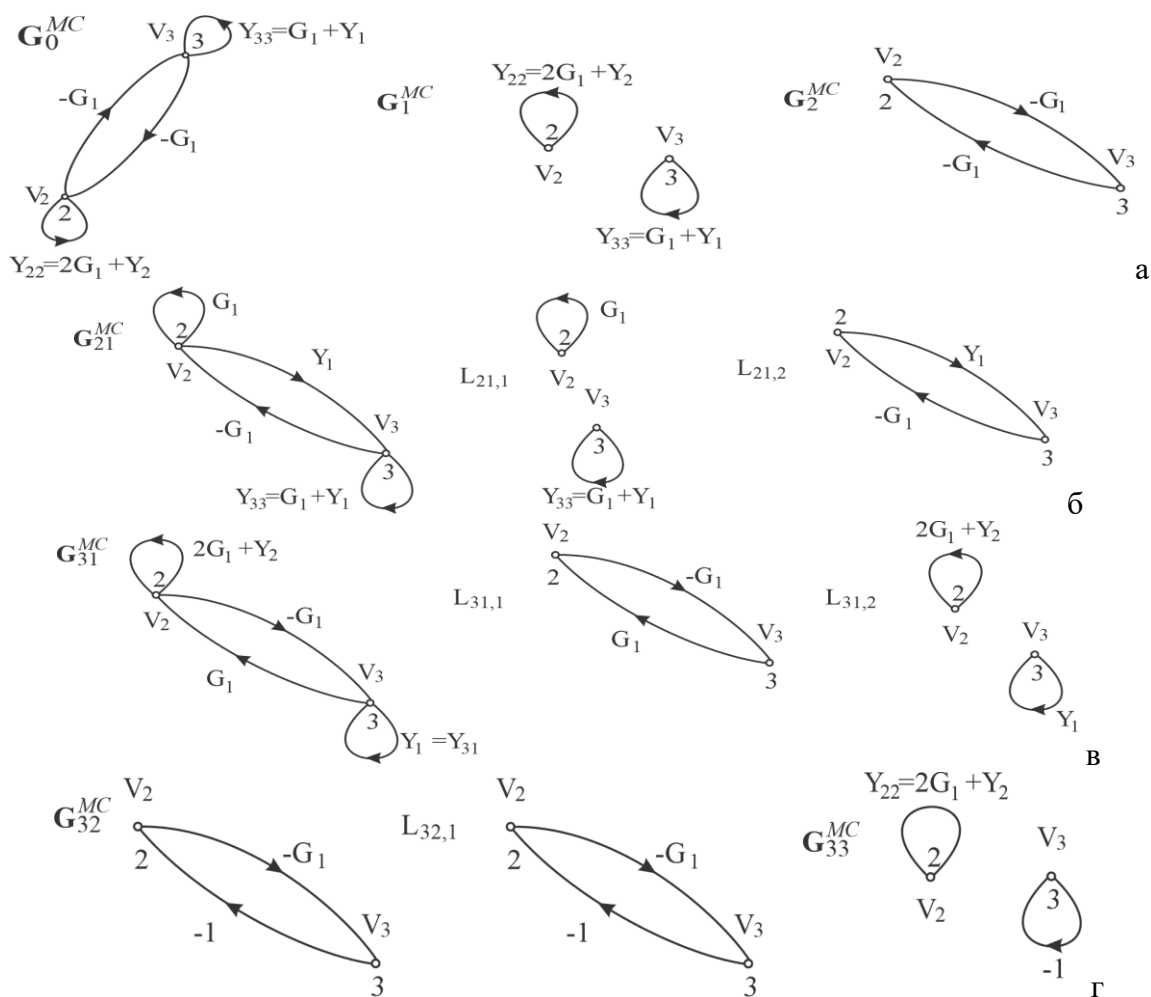
където:

$$Z2_k := s_k \cdot L2_k + \frac{1}{s_k \cdot C2_k} \quad Y2_k := \frac{1}{Z2_k} \quad Y22_k := 2 \cdot G1_k + Y2_k$$

$$Y33_k := G1_k + s_k \cdot C1 + \frac{1}{s_k \cdot L1} \quad Y44_k := G3_k$$

Получени са подграфи чрез отстраняване на изходящите ръбове от върха – източник:

Чрез отстраняване на всички изходящи ребра, включително и примката, от връх  $k$ , както и отстраняване на всички входящи ребра, включително и примката, от връх  $j$  и се прибавя ребро с предаване  $Y_{jk} = -1$ .



Фиг. 3 Подграфи  $G_0^{MC}$ ,  $G_{k1}^{MC}$ ,  $G_{kj}^{MC}$  на Coates

Като се има предвид (1) чувствителността на Т- филтъра е:

$$(3) \quad SG1_k := \sqrt{\left( \operatorname{Re} \left( \frac{G1_k}{D31_k} \cdot \left( \frac{D11_k \cdot D32_k + D31_k \cdot D33_k - D21_k \cdot D33_k - D31_k \cdot D32_k + D21_k \cdot D32_k \cdot 2}{D_k} \right) \right) \right)^2 + \left( \operatorname{Im} \left( \frac{G1_k}{D31_k} \cdot \left( \frac{D11_k \cdot D32_k + D31_k \cdot D33_k - D21_k \cdot D33_k - D31_k \cdot D32_k + D21_k \cdot D32_k \cdot 2}{D_k} \right) \right) \right)^2}$$

$$(4) \quad S_{G_1}^{T_{31}} = \frac{G_1}{D_{31}} \left( \frac{D_{11} D_{32} + D_{31} D_{33} - D_{21} D_{33} - D_{31} D_{32} + D_{21} D_{32} \cdot 2}{D} \right)$$

където

$$D = Y_{22} Y_{33} - G_1^2; \quad D_{21} = G_1(G_1 + Y_1) + G_1 Y_1; \quad D_{32} = -G_1; \quad D_{33} = -(2G_1 + Y_2)$$

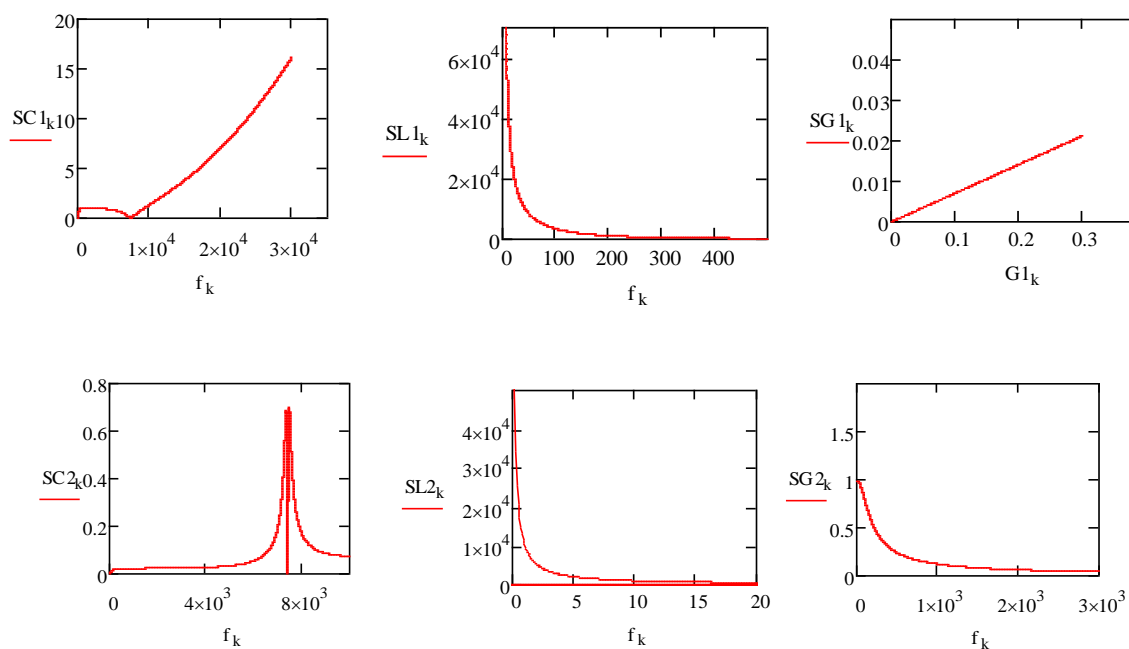
$$D_{31} = Y_{22} Y_1 + G_1^2; \quad D_{11} = Y_{22} Y_{33} - G_1^2; \quad Y_{22} = 2G_1 + Y_2; \quad Y_{33} = G_1 + Y_1$$

## СИМУЛАЦИОННИ РЕЗУЛТАТИ

Чрез използване на програмния продукт *Mathcad* са показани зависимостите на чувствителността на елементите спрямо честотата (фиг. 4) за:

$$k := 1..300000, \quad f_k := 0,1 \cdot k \quad \omega_k := 2,3,14 \cdot f_k, \quad j := \sqrt{-1}, \quad s_k := j \cdot \omega_k, \quad Y_{2k} := \frac{1}{Z_{2k}}$$

$$Y_{22k} := 2 \cdot G_1 + Y_{2k}; \quad Y_{33k} := G_1 + Y_{1k}$$



фиг. 4. Чувствителност  $S$  спрямо изменението на честотата  $f_k$

Получените резултати показват при какъв честотен диапазон чувствителност има максимална стойност и съответно използването на Т- филтъра е нежелателно.

Като се има предвид (1) са построени зависимости (фиг. 4) на чувствителността спрямо промяната на параметрите на елементите на филтъра за честота  $f = 7400 \text{ Hz}$ .

При така избраната честота е показано при какви стойности на елементите чувствителността на предавателната функция на Т-филтъра има минимална стойност.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В доклада са изследвани зависимости на чувствителността на предавателната функция от изменението на стойностите на параметри на елементи чрез използване на модифицирания граф на Coates и са построени съответните характеристики чрез използване на програмния продукт Mathcad.

Резултатите, получени чрез символния анализ, показват при кои стойности на чувствителността на предавателната функция спрямо параметрите и промяната на честотата филтърът работи най-добре.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] M. Fakhfakh, E. Tlelo-Cuautle, and F.V. Fernández (Eds.), Design of Analog Circuits through Symbolic Analysis. Bentham Science Publishers Ltd., 2012.
- [2] M. Fakhfakh and B. Rodanski (Eds.), Pathological Elements in Analog Circuit Design. Bentham Science Publishers Ltd., 2018.
- [3] Coates, C. L.: "General topological formulas for linear networks", IRE Trans. On Circuit Theory, vol. CT-5,1, 1958.
- [4] G. A. Nenov and I. N. Georgieva, "Determination of signal-flow-graph transfer function sensitivity using first- and second-order derivatives and graphs," 5-th Electronic Devices and Systems Conference, Brno, Czech Republic, 1998, pp. 291-294.
- [5] M. Fakhfakh, E. Tlelo-Cuautle, and F.V. Fernández (Eds.), Design of Analog Circuits through Symbolic Analysis. Bentham Science Publishers Ltd., 2012, ch. 5

- [6] F. Balik and B. Rodanski, "Calculation of first- and second-order symbolic sensitivities in sequential form via the transimpedance method," Proc. ECCTD'99, 1999, pp. 70-73.
- [7] M. Fakhfakh and M. Pierzchala, "Computing symbolic transfer functions of CC-based circuits using Coates flow-graph," 5th International Conference on Design and Technology of Integrated Systems in Nanoscale Era, 10.1109/DTIS.2010.5487579, 2018.
- [8] I. Asenova and Hr. Spiridonova, "Determination of the first-order transfer functions sensitivities of a T-shaped filter", 5-th International Conference "KEIT" 2020.
- [9] Hr. Spiridonova, „Frequency characteristics of a filter for optimal correction of the signal shape transmitted on a linear channel with constant parameters ”, 5-th International Conference "KEIT" 2020.

## MULTIPARAMETER SENSITIVITY ANALYSIS OF THE TRANSFER FUNCTION OF A T-SHAPED FILTER

**Irina Asenova, Hristina Spiridonova**

*Todor Kableshkov University of Transport  
Sofia, 158 Geo Milev Str.  
THE REPUBLIC OF BULGARIA*

**Key words:** *sensitivity analysis, modified Coates flow graph, transfer functions, T-filter*

**Abstract:** *In the case of the synthesis of electrical filters, strict requirements shall be imposed on both their frequency and time characteristics and the tolerances from the nominal values of the parameters of the elements. This problem is solved by the methods of the theory of sensitivity of electrical circuits. In its view, the calculation of the multiparametric sensitivity of the transmission function requires finding its derivatives. Determining the sensitivity of circuit functions is a task the resolution of which is essential in the synthesis of electrical and electronic devices of different types and purposes. Finding this indicator is particularly necessary in the design of frequency selective devices, since they require the accuracy of reproduction of their frequency characteristics too high. Sensitivity theory is a universal tool for solving a number of tasks related to the analysis and diagnosis of circuits. Sensitivity functions are used as a criterion for comparing different frequency-selective circuit configurations and are one of the most important indicators in their analysis. In the paper the multiparameter sensitivity analysis of the T-shaped filter is obtained in symbolic form. The sensitivity dependency of the transmission function on frequency was investigated and the relevant characteristic was built using the Mathcad programming product.*