



**ИЗСЛЕДВАНЕ НА ЛИНЕАРИЗИРАН МАТЕМАТИЧЕСКИ МОДЕЛ
НА ДВИЖЕНИЕ НА РОБОТИЗИРАН СТРОИТЕЛЕН МАНИПУЛАТОР**

Мирослава Иванова
mj_ivanova@tu-sofia.bg

Веско Панов
vpanov@tu-sofia.bg

Росен Митрев
rosenm@tu-sofia.bg

Технически университет - София
бул. Климент Охридски № 8, София 1000
БЪЛГАРИЯ

Ключови думи: роботизиран строителен манипулатор, динамика, линеаризация

Резюме: В статията е извършено извеждане и изследване на линеаризиран математически модел, описващ надлъжното движение на роботизиран строителен манипулатор с линейна кинематична структура и твърдо закрепен товар. Чрез сравнение на нелинейните и линейните решения е установено, че грешката от линеаризацията е в допустими граници. Определени са равновесните положения на системата и е установено, че горното равновесно положение на колоната е устойчиво. Извършен е модален анализ и са построени амплитудно-честотната и фазово-честотната характеристики на системата. Математическият модел е представен в пространството на състоянията и са получени предавателните функции на системата.

1. ВЪВЕДЕНИЕ

В работата [1] е разработен математически модел на роботизиран строителен манипулатор с линейна кинематична структура с четири степени на свобода при извършване на надлъжно движение и свободно окачен товар. Извършените в [2] числени изследвания показваха възможност за подобряване на вибрационното поведение на манипулатора чрез задвижване на ротора на двигателя по полиномни закони от висока степен, характеризиращи се с плавна промяна на ъгъла на завъртане и неговите производни. Основният постигнат ефект е значително намаляване на амплитудите на възбудените в механичната система трептения, което дава основание за опростяване на получените математическите модели чрез тяхната линеаризация. Наред със значителното опростяване в изчислително отношение, така модифицираният математически модел позволява изследване чрез методите на добре разработената теория на линейните системи [3÷5], използване на стандартизирани подходи и програмни продукти [6], а също така и получаване на аналитични решения [7] за различни случаи. Подобен подход е апробиран чрез прилагането му върху трансманипулатори, които имат сходна кинематична структура - [8] и [9].

На фиг.1 е показан опростен динамичен модел с три степени на свобода на разглеждания в [1] роботизиран манипулатор, като е прието твърдо закрепване, а не свободно окачване на товара. Динамичният модел е съставен от следните елементи:

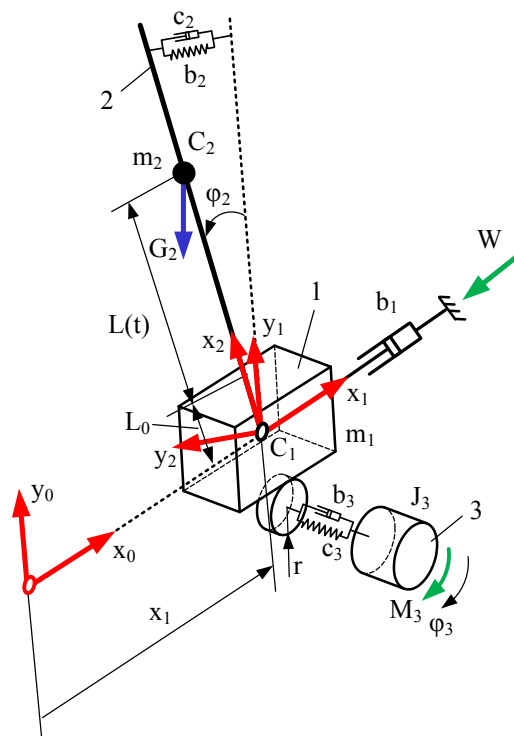
- 1) Праволинейно движещо се в хоризонтално направление звено, означено с

поз.1 и представляващо точкова маса с маса m_1 , разположена в т. C_1 ;

2) Вертикална водеща колона, означена с позиция 2. Колоната е представена като безмасово звено, свързано с маса m_1 чрез въртяща двоица в т. C_1 . Еластичните и демпфиращите характеристики на колоната в хоризонтално надлъжно направление се представят чрез съсредоточен ротационен елемент с ълов коефициент на еластичност k_2 и коефициент на демпфиране b_2 , разположен във въртящата двоица;

3) Точкова маса m_2 , разположена в т. C_2 , представляваща вертикално движещата се по височина на колоната платформа и свързаните с нея елементи, като масата m_2 представлява сумарната маса на платформата с твърдо закрепения към нея товар. Движението на тази маса по височина е кинематично определено чрез задаване на закон на движение $L(t)$;

4) Задвижващ механизъм на манипулатора (поз.3), представено чрез ротационно звено 3 с приведен масов инерционен момент J_3 , представляващо инерционните характеристики на задвижването. Еластичните и демпфиращите характеристики на елементите на задвижването се представят чрез приведен еквивалентен ротационен елемент с ълов коефициент на еластичност k_3 и коефициент на демпфиране b_3 . Трансформирането на въртеливото движение на звено 3 в праволинейно постъпателно движение на звено 1 се извършва чрез колело с радиус r .



Фиг.1 Динамичен модел на роботизиран строителен манипулатор

Целта на настоящата работа е да се разработи линеаризиран математичен модел на манипулатора с твърдо закрепен товар, извършващ хоризонтално праволинейно движение, да се оцени грешката от линеаризацията и изследват основните му характеристики – собствени честоти, собствени вектори, амплитудно-честотна и фазово-честотна характеристика и др. чрез методите на теорията на линейните системи.

2. ЛИНЕАРИЗИРАН МАТЕМАТИЧЕСКИ МОДЕЛ

Линеаризираната системата диференциални уравнения, описваща движението на манипулатора с твърдо закрепен товар е получена чрез използване на уравненията на Лагранж от втори род и има вида:

$$(1) \quad \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\mathbf{q} = \mathbf{Q}$$

където са въведени следните означения:

\mathbf{M} – инерционна матрица:

$$(2) \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 & -m_2(L_0 + L) & 0 \\ -m_2(L_0 + L) & m_2(L_0 + L)^2 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 \end{bmatrix}$$

\mathbf{B} – матрица на демпфирането:

$$(3) \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_1 + \frac{b_3}{r^2} & 0 & -\frac{b_3}{r} \\ 0 & b_2 & 0 \\ -\frac{b_3}{r} & 0 & b_3 \end{bmatrix}$$

\mathbf{C} – матрица на еластичностите:

$$(4) \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \frac{c_3}{r^2} & 0 & -\frac{c_3}{r} \\ 0 & c_2 - m_2g(L_0 + L) & 0 \\ -\frac{c_3}{r} & 0 & c_3 \end{bmatrix}$$

\mathbf{Q} - вектор на обобщените сили.

$$(5) \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} -Wsign(\dot{x}_1) \\ 0 \\ M_3 \end{bmatrix}$$

Следва да се отбележи, че \mathbf{C} е матрицата на еластичностите на системата, но във вида (4) включва и момента от силата на тежестта на товара. Матриците са получени като са приети следните допускания - $\cos \varphi_2 \approx 1$, $\sin \varphi_2 \approx \varphi_2$, постоянна височина на товара $L(t) = L$ (т.е. системата е стационарна) и пренебрегване на нелинейните членове от по-висок ред.

Отхвърлянето на нелинейните членове води до грешка, която се оценява чрез сравнение с резултатите от численото решаване на нелинейната система при едни и същи начални условия и стойности на константите. Сравнението показва, че разликите между нелинейното и линейното решения са в допустими граници и линеаризацията на системата не внася съществена грешка в резултатите.

3. ОПРЕДЕЛЯНЕ НА РАВНОВЕСНОТО ПОЛОЖЕНИЕ НА СИСТЕМАТА

За да се определят стойностите на обобщените координати, за които системата е в равновесие, се решава системата уравнения [10]:

$$(6) \quad \frac{\partial P}{\partial q_i} = 0, i = 1, 2, 3$$

където P е потенциалната енергия на системата:

$$(7) \quad P = m_2 g \cos \varphi_2 (L_0 + L) + 0.5c_2 \varphi_2^2 + 0.5c_3 \left(\varphi_3 - \frac{x_1}{r} \right)^2$$

Тогава системата (6) придобива вида:

$$(8) \quad \frac{\partial P}{\partial x_1} = \frac{c_3}{r^2} (x_1 - r\varphi_3) = 0$$

$$(9) \quad \frac{\partial P}{\partial \varphi_2} = c_2 \varphi_2 - m_2 g (L_0 + L) \sin \varphi_2 = 0$$

$$(10) \quad \frac{\partial P}{\partial \varphi_3} = c_3 \left(\varphi_3 - \frac{x_1}{r} \right) = 0$$

От изразите (8) и (10) следва, че при положителни стойности на всички константи, равновесното положение по координатите x_1 и φ_3 е налице при $x_1 = r\varphi_3$, т.е. равновесни са всички положения, (а те са безкрайно много), за които е удовлетворен този израз и това е следствие от възможността за неограничено преместване по координатата x_1 и неограниченото завъртане по координатата φ_3 . От уравнение (9) се вижда, че $\varphi_2 = k\pi$, $k = 0, 1, \dots$ са негови решения, т.е. равновесното положение е при вертикална колона.

Съгласно теоремата на Лагранж-Дирихле [10] една механична система се намира в устойчиво равновесие ако потенциалната енергия в това положение има минимум. Тъй като потенциалната енергия е функция на три променливи, то условието за нейния минимум е Хесианът (11) да е положително определен, т.е. главните му минори да бъдат положителни [11].

$$(11) \quad \mathbf{H}_e = \begin{pmatrix} \frac{c_3}{r^2} & 0 & -\frac{c_3}{r} \\ 0 & c_2 - m_2 g (L_0 + L) \cos \varphi_2 & 0 \\ -\frac{c_3}{r} & 0 & c_3 \end{pmatrix}$$

Втората производна по x_1

$$(12) \quad \frac{\partial^2 P}{\partial x_1^2} = \frac{c_3}{r^2}$$

е винаги положителна, т.е. първият главен минор е винаги положителен. Вторият главен минор е положителен, когато втората производна по φ_2 :

$$(13) \quad \frac{\partial^2 P}{\partial \varphi_2^2} = c_2 - m_2 g (L_0 + L) \cos \varphi_2$$

е положителна, т.е. когато е изпълнено $c_2 > m_2 g (L_0 + L) \cos \varphi_2$, а в линейния вариант - $c_2 > m_2 g (L_0 + L)$, т.е. това е условието горното вертикално положение на колоната да е устойчиво. Третият главен минор не е положителен, а е равен на нула като причина за това е възможността за неограниченото преместване по x_1 и неограниченото завъртане по φ_3 .

4. МОДАЛЕН АНАЛИЗ, АМПЛИТУДНО-ЧЕСТОТНА И ФАЗОВО-ЧЕСТОТНА ХАРАКТЕРИСТИКИ НА СИСТЕМАТА

Известният аналитичен вид на матриците \mathbf{M} и \mathbf{C} позволява да се извърши модален анализ на системата, т.е. да се определят собствените честоти и собствените

форми на системата. Свободните трептения се извършват по обобщените координати около устойчивото равновесно положение. За определяне на честотите на собствените трептения се използва динамичната матрица \mathbf{H} на системата [12]:

$$(14) \quad \mathbf{H} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}$$

и нейният характеристичен полином:

$$(15) \quad f(\lambda) = \det(\mathbf{H} - \lambda\mathbf{I})$$

където \mathbf{I} е единична матрица.

За разглежданата система, динамичната матрица има вида:

$$(16) \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \frac{c_3}{m_1 r^2} & \frac{c_2 - m_2 g (L_0 + L)}{m_1 (L_0 + L)} & -\frac{c_3}{m_1 r} \\ \frac{c_3}{m_1 r^2 (L_0 + L)} & \frac{(c_2 - m_2 g (L_0 + L))(m_1 + m_2)}{m_1 m_2 (L_0 + L)^2} & -\frac{c_3}{m_1 r (L_0 + L)} \\ -\frac{c_3}{J_3 r} & 0 & \frac{c_3}{J_3} \end{bmatrix}$$

а характеристичният ѝ полином е:

$$(17) \quad f(\lambda) = \sum_{i=0}^3 a_i \lambda^i$$

чийто коефициенти са: $a_0 = 0$, $a_1 = -\frac{c_3 (c_2 - m_2 g (L_0 + L))(J_3 + (m_1 + m_2) r^2)}{J_3 r^2 m_1 m_2 (L_0 + L)^2}$,

$$a_2 = \frac{(c_2 - m_2 g (L_0 + L))(m_1 + m_2)}{m_1 m_2 (L_0 + L)^2} + \frac{c_3}{m_1} \left(\frac{m_1}{J_3} + \frac{1}{r^2} \right), \quad a_3 = -1.$$

Собствените честоти се определят от корените на характеристичното уравнение

$\lambda_i = p_i^2$ и имат следния вид:

$$(18) \quad p_1 = 0, \quad p_2 = \sqrt{\frac{\Delta_1 - \Delta_2}{2J_3 r^2 m_1 m_2 (L_0 + L)^2}}, \quad p_3 = \sqrt{\frac{\Delta_1 + \Delta_2}{2J_3 r^2 m_1 m_2 (L_0 + L)^2}}$$

където са използвани следните означения:

$$\Delta_1 = c_3 m_2 (L_0 + L)^2 (J_3 + m_1 r^2) + J_3 r^2 (m_1 + m_2) (c_2 - m_2 g (L_0 + L))$$

$$\Delta_2 = \sqrt{-4c_3 J_3 m_1 m_2 r^2 (c_2 - m_2 g (L_0 + L)) (L_0 + L)^2 (J_3 + (m_1 + m_2) r^2) + \left((c_2 - m_2 g (L_0 + L)) J_3 (m_1 + m_2) r^2 + c_3 m_2 (L_0 + L)^2 (J_3 + m_1 r^2) \right)^2}$$

Тъй като системата е полуопределена, то една от собствените честоти е нулева и съответства на глобалното неограничено движение на системата по координата x_1 .

Собствените вектори \mathbf{v}_i съответстващи на собствените честоти p_i се определят от следното уравнение [12]:

$$(19) \quad (\mathbf{H} - \lambda_i \mathbf{I}) \mathbf{v}_i = 0$$

а модалната матрица \mathbf{V} на системата се състои от собствените вектори:

$$(20) \quad \mathbf{V} = [\mathbf{v}_1 \quad \mathbf{v}_2 \quad \mathbf{v}_3]$$

Амплитудно-честотната и фазово-честотната характеристики на системата показват реакцията на системата към приложени хармонични въздействия по координатите. Амплитудите и фазовите отмествания на трептенията по отделните координати се определят чрез следното матрично уравнение [4,5,14]:

$$(21) \quad \mathbf{Z} = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{F}$$

където $\mathbf{F} = [F_1 \quad F_2 \quad F_3]^T$ са амплитудите на хармоничните сили, приложени по отделните координати.

Матрицата \mathbf{D} има вида [4,5,14]:

$$(22) \quad \mathbf{D} = \mathbf{C} - \omega_f^2 \mathbf{M} + j\omega_f \mathbf{B}$$

където ω_f е честотата на приложените хармонични сили, а j е имагинерната единица.

Получените от (21) решения са комплексни числа от вида $Z_i = a_i + b_i j$ ($i=1,2,3$), поради което амплитудата на трептенията по отделните координати се пресмята като абсолютна стойност на комплексното число, а фазовото отместване се пресмята като негов аргумент.

Характеристиките на системата, определени при числени данни: $m_1=5900$ kg, $m_2=2280$ kg, $c_2=39,2 \cdot 10^6$ Nm/rad, $c_3=0,51 \cdot 10^6$ Nm/rad, $b_1=500$ Nm/s, $b_2=5000$ Nms/rad, $b_3=3000$ Nms/rad, $L_0=1$ m, $L=6$ m, $J_3=103,3$ kg.m², $r=0,2$ m, $g=9,81$ m/s² са следните:

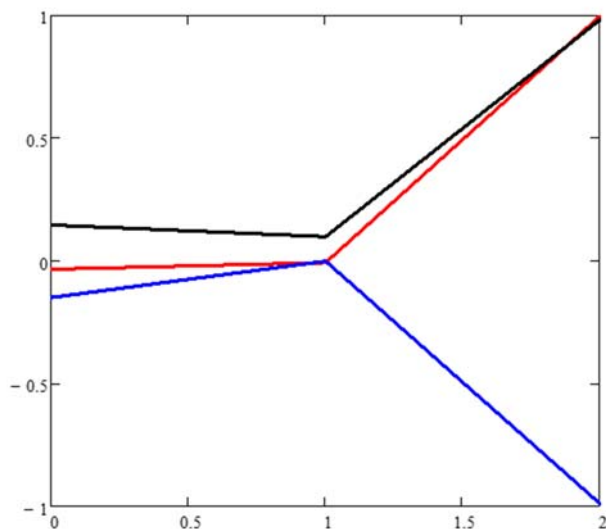
1) Собствени честоти: $p_1=0$, $p_2=20,99$ rad/s, $p_3=84,51$ rad/s. Голямата разлика между втората и третата собствени честоти се дължи на многократно по-голямата коравина на задвижването в съчетание с по-малък инерционен момент на приведеното звено, спрямо комбинацията на товар с голяма маса, разположен на голяма височина върху колона със сравнително ниска коравина;

2) Модалната матрица има вида: $\Phi = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,2 & -0,033 \\ 0 & 0,1 & -0,0056 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, а на фиг.2 са

изобразени собствените форми. От стойностите в модалната матрица може да се установи, че:

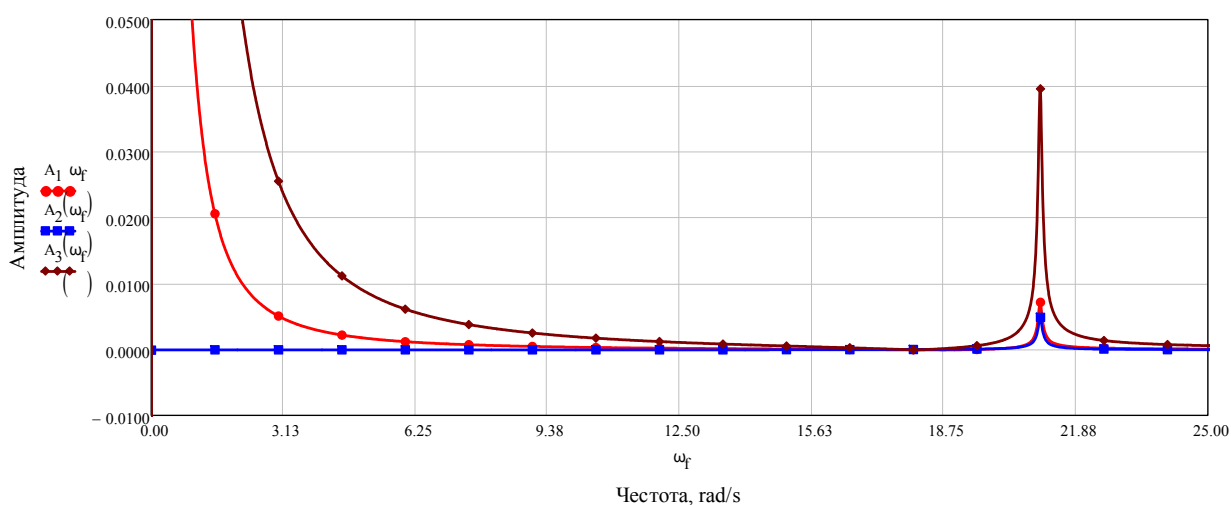
1) На първата собствена честота (свободното движение на системата) съответства форма на трептене, при която колоната е вертикална - $\varphi_2 = 0$, а на завъртане по координата $\varphi_3 = 1$ rad съответства преместване по координата $x_1 = 0,15$ m. Това означава, че липсва деформация на еластичния елемент c_3 и преместването е съгласно зависимостта $x_1 = r\varphi_3$, т.е. системата се движи като твърдо тяло;

2) На втората собствена честота съответства форма на трептене, при която колоната е отклонена на $0,1$ rad, липсва деформация на еластичния елемент и всички амплитуди са положителни;

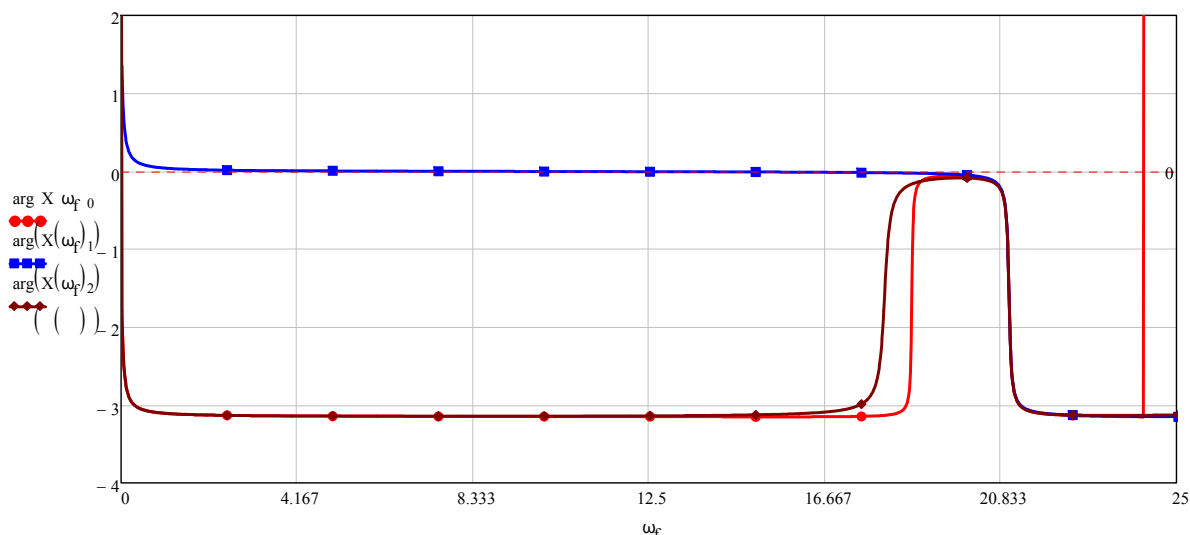


Фиг.2 Графично изобразяване на собствените форми

3) На третата собствена честота съответства форма на трептене, при която амплитудите по координати x_1 и φ_2 са отрицателни, а по координата φ_3 е положителна; Амплитудно-честотната и фазово-честотната характеристики на системата при $\mathbf{F} = [0 \ 0 \ 100]^T$ са показани на фиг.3 и фиг.4 съответно. Както се вижда, амплитудата на трептене има максимум при честота, съвпадаща с собствената честота $p_2 = 20.99 \text{ rad/s}$ и има ограничени стойности поради наличието на демпфиране в системата. Прилагането на хармонична сила по координата φ_3 води до най-голяма амплитуда на трептене по същата координата и значително по-малки амплитуди по другите две координати. Също така се вижда, че амплитудите на координатите (x_1 и φ_3), чийто стойности не са ограничени, нарастват при намаляване на честотата на приложеното хармонично въздействие. Вторият пик на амплитудите е при честота $p_3 = 84.51 \text{ rad/s}$ и те имат много малки стойности.



Фиг.3 Амплитудно-честотна характеристика на системата



Фиг.4 Фазово-честотна характеристика на системата

5. МОДЕЛ НА СИСТЕМАТА В ПРОСТРАНСТВО НА СЪСТОЯНИЯТА

Ако се извършат полаганията: $x_1 = z_1, \dot{x}_1 = z_2, \varphi_2 = z_3, \dot{\varphi}_2 = z_4, \varphi_3 = z_5, \dot{\varphi}_3 = z_6$ то z_i са променливите на състоянието, $\mathbf{z} = [z_1 \ z_2 \ z_3 \ z_4 \ z_5 \ z_6]^T$ е вектора на състоянието, \mathbf{A} е матрицата на състоянията, \mathbf{B} е входната матрица, \mathbf{u} е вектора на входящите въздействия, \mathbf{y} е изходния вектор, \mathbf{C} е изходната матрица, \mathbf{z}_0 е вектора на началните условия и тогава математическия модел се представя в следния вид [13]:

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{B}\mathbf{u}$$

$$(23) \quad \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{z}$$

$$\mathbf{z}(t_0) = \mathbf{z}_0$$

където: $a_{11} = -\frac{c_3}{r^2 m_1}, \quad a_{12} = -\frac{b_3 + b_1 r^2}{r^2 m_1}, \quad a_{13} = \frac{m_2 g (L_0 + L) - c_2}{m_1 (L_0 + L)}, \quad a_{14} = -\frac{b_2}{m_1 (L_0 + L)},$

$$a_{15} = \frac{c_3}{r m_1}, \quad a_{16} = \frac{b_3}{r m_1}, \quad a_{31} = -\frac{c_3}{r^2 m_1 (L_0 + L)}, \quad a_{32} = -\frac{b_3 + b_1 r^2}{r^2 m_1 (L_0 + L)},$$

$$a_{33} = \frac{(m_1 + m_2)(m_2 g (L_0 + L) - c_2)}{m_1 m_2 (L_0 + L)^2}, \quad a_{34} = -\frac{b_2 (m_1 + m_2)}{m_1 m_2 (L_0 + L)^2}, \quad a_{35} = \frac{c_3}{r m_1 (L_0 + L)},$$

$$a_{36} = \frac{b_3}{r m_1 (L_0 + L)}.$$

$$(24) \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{c_3}{J_3 r} & \frac{b_3}{J_3 r} & 0 & 0 & -\frac{c_3}{J_3} & -\frac{b_3}{J_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(25) \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{m_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{1}{m_1(L_0 + L)} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_3} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(26) \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} W \\ M_3 \end{bmatrix}$$

Матрицата \mathbf{C} се съставя в зависимост от желанния изход на системата. Ако се използват зависимостите [12]:

$$(27) \quad f(\lambda) = \det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I})$$

и

$$(28) \quad (\mathbf{A} - \lambda_i\mathbf{I})\mathbf{v}_i = 0$$

то, при приведените по-горе числени стойности на параметрите, се получават следните собствени стойности и собствени вектори:

$$\lambda_i = [-7141.9 \quad -440.58 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0]^T, \mathbf{v}_1 = [0.0332 \quad 0 \quad 0.0055 \quad 0 \quad -1 \quad 0]^T,$$

$$\mathbf{v}_2 = [0.14 \quad 0 \quad 0.1 \quad 0 \quad 0.984 \quad 0]^T, \mathbf{v}_3 = [-0.134 \quad 0.432 \quad -0.0006 \quad 0 \quad -0.892 \quad 0]^T,$$

$$\mathbf{v}_4 = [-0.002 \quad 0 \quad -0.001 \quad 1 \quad -0.01 \quad 0]^T, \mathbf{v}_5 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -0.0009 \quad 1]^T,$$

$$\mathbf{v}_6 = [-0.2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -1 \quad 0]^T.$$

Стойностите на собствените числа са положителни, отрицателни и нула, което показва, че системата е неустойчива и това потвърждава предшестващия анализ относно равновесното положение на системата.

6. ОПРЕДЕЛЯНЕ НА ПРЕДАВАТЕЛНАТА ФУНКЦИЯ НА СИСТЕМАТА

При известен модел в пространството на състоянията, предавателните функции се определят чрез следната зависимост [13]:

$$(29) \quad \mathbf{H}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}$$

Предавателната функция между входа и изход i на системата има следния общ вид:

$$(30) \quad H^i(s) = \frac{b_{n-1}^i s^{n-1} + \dots + b_1^i s + b_0^i}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

В (31) са показани получените чрез използване на (29) коефициенти пред съответната степен на s (последен ред) за числителя num^i за съответния изход i (първите шест реда) и знаменателя den (предпоследен ред), който е еднакъв за всички предавателни функции.

(31)

$$H(s) = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline \text{изх. 1} & \text{num}^1 & 0 & 0 & 0 & 0.033 & 332.93 & 346.6 & 10976 \\ \hline \text{изх. 2} & \text{num}^2 & 0 & 0 & 0 & 0.0055 & 55.29 & 0 & 0 \\ \hline \text{изх. 3} & \text{num}^3 & 0 & 0 & 0.1 & 0.417 & 2224.2 & 2313 & 73171 \\ \hline \text{изх. 4} & \text{num}^4 & 0 & 0 & 0.0329 & 332.93 & 346.6 & 10976 & 0 \\ \hline \text{изх. 5} & \text{num}^5 & 0 & 0 & 0.0055 & 55.29 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \text{изх. 6} & \text{num}^6 & 0 & 0.1 & 0.417 & 2224 & 2313 & 73171 & 0 \\ \hline & \text{den} & 1 & 14.17 & 1.22 \times 10^5 & 2.19 \times 10^5 & 5.39 \times 10^6 & 1.65 \times 10^6 & 0 \\ \hline & & s^6 & s^5 & s^4 & s^3 & s^2 & s & \text{св.чл.} \\ \hline \end{array}$$

7. ИЗВОДИ

Сравнението между резултатите от численото решаване на линеаризираната и нелинейната системи уравнени показват, че при отхвърлянето на нелинейните членове грешката е в допустими граници и линейната система може адекватно да опише динамичното поведение на изследваната система. Наред със значителното опростяване в изчислително отношение, линейната система може се изследва чрез методите на теорията на линейните системи и използват аналитични подходи за определяне на собствените честоти и собствените вектори, амплитудно-честотните и фазово-честотните характеристики. Представянето на системата в пространството на състоянията дава възможност за определяне на устойчивостта на системата и прилагане на методите на теорията на автоматичното управление за по-нататъшно изследване при реализиране на алгоритми за автоматично управление.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Panov V., Ivanova M., Mitrev R. Mathematical Modeling of the Longitudinal Motion of a Robotic Construction Manipulator With a Freely Suspended Payload. Bultrans 2021, 10th-13th September 2021, Sozopol, Bulgaria. AIP conference Proceedings (под печат).
- [2] Митрев Р., Панов В., Иванова М. Числено изследване на математически модели на надлъжното движение на роботизиран строителен манипулатор. Механика на машините, книга 125(1), стр. 75-82, 2021.
- [3] Brandt A. Noise and vibration analysis signal analysis and experimental procedures. John Wiley & Sons, Ltd, 2011.
- [4] Rao S. Mechanical Vibrations. Sixth Edition in SI units. Paerson Education, 2018. ISBN-13: 978-1-292-17860-8.
- [5] Kelly S.G. Mechanical Vibrations: Theory and Applications. Cengage Learning, 2012. ISBN-13: 978-1-4390-6214-2.
- [6] <https://www.mathworks.com/>.
- [7] Митрев Р., Иванова М., Иванов И. Линеаризиран математичен модел на строителен манипулатор извършващ хоризонтално праволинейно движение. САх technologies, Издателство на Технически университет – София, стр. 33 – 42, брой 6, декември 2018 г.
- [8] Кръстева А., Калинков С., Ружеков Г., Митрев Р. Автоматизирани складови и обработващи системи. Разработване на модели на механичната и електронната системи. Отчет по договор Договор № 4122М-03/2007. НИС при ТУ-София, 2008.
- [9] Калинков С. Изследване на електронни системи за трансманипулатори. Дисертация за присъждане на образователна и научна степен доктор. Технически университет - София, 2011.

- [10] Merkin D. Introduction to the Theory of Stability, New York, Springer, 1996.
- [11] Simon C., Blume L. Mathematics for economists. W.W.Norton&Company, New York, 1994.
- [12] Strømmen E. Structural Dynamics. Springer Series in Solid and Structural Mechanics, vol. 2, 510 p., 2014. ISBN 978-3-319-01801-0.
- [13] Ogata K. Modern Control Engineering. Fifth Edition. Prentice Hall, 2010.
- [14] Kucharski T. Mechanika ogólna. Rozwiązywanie zagadnień z MATHCAD-em. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 2002. ISBN 83-204-2706-1.

STUDY OF A LINEARIZED MATHEMATICAL MODEL OF THE LONGITUDINAL MOTION OF A ROBOTIC CONSTRUCTION MANIPULATOR

Miroslava Ivanova
mj_ivanova@tu-sofia.bg

Vesko Panov
vpanov@tu-sofia.bg

Rosen Mitrev
rosenm@tu-sofia.bg

Technical University of Sofia
bul. Kliment Ohridski № 8, Sofia 1000
BULGARIA

Keywords: *robotic construction manipulator, dynamics, linearization*

Abstract: *The paper develops and investigates a linearized mathematical model describing the longitudinal motion of a robotic construction manipulator with a linear kinematic structure and a fixed load. By comparing the nonlinear and linear solutions, it was found that the error due to the linearization is within acceptable limits. The equilibrium positions of the system were determined and it was found that the upper equilibrium position of the column is stable. A modal analysis was performed and the amplitude-frequency and phase-frequency characteristics of the system were determined. The mathematical model is presented in the state space and the transfer functions of the system are derived.*