



---

## **МОДЕЛ ЗА ОПРЕДЕЛЯНЕ НА НЕОБХОДИМИТЕ ПРЕВОЗНИТЕ СРЕДСТВА ЗА МАРШРУТНА ЛИНИЯ В ГРАДСКИЯ ОБЩЕСТВЕН ТРАНСПОРТ**

Силвия Асенова, Мирена Тодорова  
[silviaboianova@yahoo.com](mailto:silviaboianova@yahoo.com), [reni1760@abv.bg](mailto:reni1760@abv.bg)

*Висше транспортно училище „Тодор Каблешков”  
София, ул. Гео Милев № 158  
РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ*

**Ключови думи:** *автобусен транспорт, маршрути, превозни средства, разписание на движение, пътничкопотоци, оптимизация, транспортни математически модели*

**Резюме:** *За реализиране на превозите в градския транспорт е необходимо за определен пътничкопоток да има такъв интервалът между превозните средства, че да се осигурява необходимата превозна способност и комфорт на пътуването. В доклада се разглежда осигуряването на превозните средства по маршрутна линия от градския транспорт в зависимост от големината на обслужвания пътничкопоток в различни часови диапазони. Основен проблем за решаване при обслужването на маршрутните линии от страна на превозвача е да се осигурява с минимален брой превозни средства. Изследването си поставя за цел да се състави модел за осигуряване на превозите по маршрутна линия чрез математическото линейно оптимизиране за минимизиране на броя превозни средства. Моделът е реализиран чрез използването на Microsoft – Excel, функция Solver, като се получава не само минималния брой превозни средства, но и периода на движението им по маршрутната линия. Разработеният на Microsoft – Excel модел е приложен за автобусна линия 404 от столичния градски транспорт, като се разглежда промяната в големината на пътничкопотока по линията в различните часови диапазони, определят се необходимия брой превозни средства и периода, в който ще работят по маршрутната линия. Моделът може да се прилага за всички маршрутни линии, при които има регулярност на превозите.*

### **ВЪВЕДЕНИЕ**

При съвременните условия градският пътнически транспорт е важна транспортна структура, която е изключително комплицирана система, заради нейната организационна и техническа сложност, както и поради големия обем работа, която извършва, тоест броят пътници, превозвани ежедневно. Като част от транспортното придвижване градския пътнически транспорт трябва да бъде ефективен, да осигурява превоза на пътниците използвайки минимален брой превозни средства.

## ТЕОРЕТИЧЕН МОДЕЛ

За определянето на необходимия брой превозни средства при обслужването на маршрутна линия е разработен модел в две стъпки: определяне на броя превозни средства по часови диапазони [1,2,3] и определяне на необходимия брой превозни средства за обслужване на маршрутната линия [4]:

*А) Определяне на броя превозни средства по часови диапазони отчитайки големината на пътничкопотоците*

Изборът на метод за разпределение на броя ПС, обезпечаващи разписанието за движение е обусловено от степента на интензивност на придвижване на пътници по маршрута. В случая за разпределение на достатъчния брой превозни средства ще се използва реалния за определен период пътничкопоток. Отчитайки големината на пътничкопотоците се преминава през следните стъпки:

- *Проучване на характеристиките на маршрутната линия – дължина на линията, брой спирки в двете посоки;*
- *Проучване и установяване размера и неравномерностите на пътничкопотоците - може да се използва един от следните методи – въпросен, преброителен, талонен или окомерен.*
- *Установяване на натоварването на маршрутната линия по часови диапазони.*

Построяването на графика за разпределение на пътничкопотока се основава на максималните часови стойности за пространствено разпределение на пътничкопотоците на маршрута.

- *Определяне на броя на превозните средства по часови диапазони.*

При определяне на необходимия брой за обслужване на даден маршрут, се изхожда от графиката за разпределение на пътничкопотока на определения маршрут. Периодите, за които се определя необходимия брой ПС трябва да бъдат съобразени с конкретния маршрут, като при градски транспорт в най-общия случай съществуват пет периода с относително постоянен пътничкопоток: два пикови периода; един междупиков период и два периода с така нареченото „дежурно движение“.

Определянето на необходимия брой превозни средства за всеки характерен период се извършва с отчитане на специфичните особености на периода и пътничкопотока.

Броя ПС за пиковите периоди се определя от формулата:

$$(1) \quad N_{ПС} = \frac{F_{\max} k_B}{m_p k_{изп}} T_{об}, \text{ бр.},$$

където:  $F_{\max}$  - разчетен пътничкопоток, [бр. пътн./ч];

$k_B$  - коефициент на вътрешночасова неравномерност;

$m_p$  - разчетна вместимост на ПС, [бр. Пътн];

$k_{изп}$  - коефициент на използване на разчетната вместимост;

$T_{об}$  - времетраене на пълния оборот [ч].

Броя ПС за междупиковия период – определя се по същата формула, като за пиков период, но коефициента на вътрешночасовата неравномерност приема стойност 1-ца.

Построява се графичното представяне на необходимия брой превозни средства по часове.

*Б) Определяне на необходимия брой превозни средства за обслужване на линия*

За да се определи разписанието на превозните средства и необходимия брой за осигуряването на движението по линията ще се използва оптимизационен метод на линейното програмиране, с помощта, на който чрез дефиниране на целева функция и съпътстващи я ограничения, може математически да се опише конкретния транспортен модел [4, 7, 8, 9].

В зависимост от разпределението на ПС по часове, възможните варианти на продължителността на движението на ПС по маршрута се съставя модел за определянето на ПС необходими за осигуряване на превоза на пътниците.

Целевата функция е:

$$(2) \quad F = x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1} + x_n$$

$$(3) \quad F = \sum_{i=1}^n x_i \rightarrow \min$$

При следните ограничения:

$$(5) \quad \begin{aligned} \sum_1^{s1} (x_1 + \dots + x_{s1}) &= m_1 \\ &\vdots \\ \sum_1^{sj} (x_1 + \dots + x_{sj}) &= m_j \\ &\vdots \\ \sum_1^{st} (x_1 + \dots + x_{st}) &= m_t \end{aligned}$$

$$(6) \quad x_i \geq 0, i = 1 \dots n$$

където:

- $n$  – броят на възможните варианти за работа на ПС по маршрута;
- $j = 1 \dots t$ ,  $t$  – времеви период (часове), общо за денонощие  $t = 0$  до 24 часа, но за конкретен вариант съгласно разписанието на движение;
- $x_i$  – брой ПС, обслужващи пътниците за определен период от време  $T_i$ ;
- $T_i$  – период на работа на ПС (часове);
- $T_i \geq 4$  часа;
- $m_j$  – броя на ПС по часови интервали в денонощието.

## ПРИЛАГАНЕ НА МОДЕЛА ЗА КОНКРЕТНА АВТОБУСНА ЛИНИЯ

За реализация на оптимизационния модел се разглежда линия № 404 от МГАПТ на град София и ще се определи, чрез отчитане на големината на пътниците. Преминаваме през описаните стъпки:

- *Проучване на характеристиките на маршрутната линия.*

Дължината на маршрутната линия в права и обратна посока е 29,88 км. Тя има следните начални спирки и направления на движение:

✓ Начална спирка АП „Дружба” последна - площад Централна гара. По дължината на маршрута са разположени 26 броя спирки.

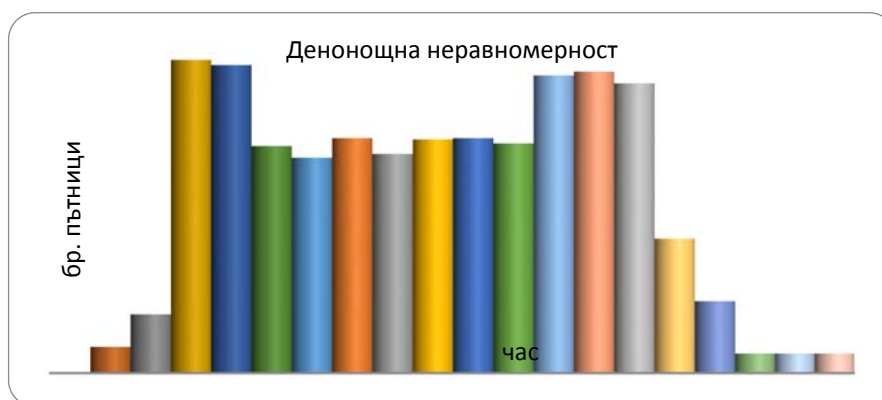
✓ Начална спирка площад Централна гара – АП „Дружба”. В тази посока са ситуирани 29 броя спирки.

- *Проучване и установяване размера и неравномерностите на пътничопотоците.*

За изследване и установяване на големината на пътничопотока и неговата неравномерност при разпределение на пътниците по дължината на маршрутна линия № 404 се използва един от методите за констатиране на броя пътници - преброителния и е установена пространствената неравномерност по линията при разпределение на пътничопотоците по дължината ѝ и в двете посоки за определен период.

- *Определяне на натоварването по маршрутната линия по часови диапазони.*

На база на направеното преброяване и разпределението на пътниците в различните часови диапазони е построена графика на пътничопотоците (фиг. 1). От посочените по-горе данни и построената графика се констатира разпределение на пътничопотоците със сутрешен и следобеден пик, както и междупиков период.



**Фиг. 1** Графика на пътничопотоците за часовете на движение на ПС през денонощие

- *Определяне на броя на превозните средства по часови диапазони*

Използвайки графиката фиг. 1 на пътничопотоците за часовете на движение на ПС през денонощието и формула 1 се определят необходимия брой превозни средства по часови диапазони дадени на таблица 1

**Таблица 1** Разпределение на ПС по часови диапазони

Период	4 - 5	5 - 6	6 - 7	7 - 8	8 - 9	9 - 10	10 - 11	11 - 12	12 - 13	13 - 14
Бр. ПС	2	6	8	8	8	8	6	6	6	6
Период	14 - 15	15 - 16	16 - 17	17 - 18	18 - 19	19 - 20	20 - 21	21 - 22	22 - 23	23 - 24
Бр. ПС	6	6	8	8	8	6	4	4	4	2

- *Определяне на необходимия брой превозни средства*

За да се намери необходимия брой превозни средства за обслужване по маршрутна линия № 404 ще се състави модел с *Microsoft – Excel*, използвайки функция *Solver*. При тестването на оптимизационния модел е прието, че разглеждания период  $T = 20$  часа от 4 до 24 часа, съгласно предварително зададеното разписание, като неговото разделяне е на всеки час. Продължителността на наряд по разглежданата линия на всеки автобус не е ограничена, но не може да бъде по малко от четири часа. Използвайки табличното представяне на необходимия брой превозни средства по часове /табл. 1/ се построяват графично възможните варианти на продължителността на движението на ПС по маршрута /фиг. 2/.

Ti	Xi \ j	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	Ti \ Xi	
6	1																						6	
12	1																						12	
15	1																						15	
16	1																						16	
19	1																						19	
20	1																						20	
5	1																						5	
11	1																						11	
14	1																						14	
15	1																						15	
18	1																						18	
19	1																						19	
4	1																						4	
10	1																						10	
13	1																						13	
14	1																						14	
17	1																						17	
18	1																						18	
4	1																						4	
7	1																						7	
8	1																						8	
ΣXi		6	12	18	18	18	18	15	15	15	15	15	15	15	15	15	12	8	8	8	4			
mj		2	6	8	8	8	8	6	6	6	6	6	6	8	8	8	6	4	4	4	4	2	sum=	265
Sum PC			21																					

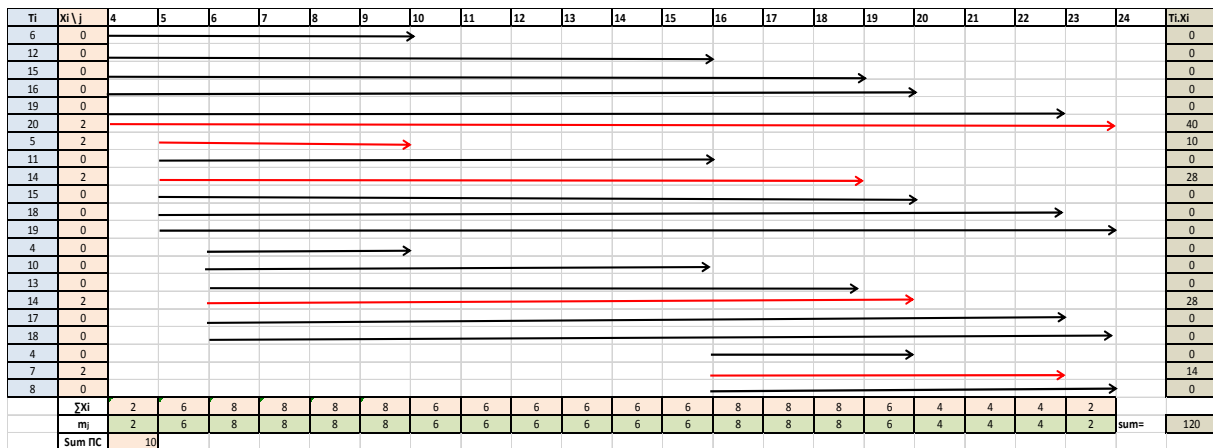
Фиг. 2 Графика на разпределение на подвижния състав по линия № 404 по часови периоди

Както се вижда на фиг. 2 тези варианти са 21 с различна продължителност на работа на ПС по маршрутната линия дадени в колона „Ti“. Съставя се модел за определянето на ПС необходими за осигуряване на превоза на пътниците чрез минимизиране на сумата им използвайки вградения в *Microsoft - Excel* и предназначен за решаване на линейни оптимизационни задачи *Solver Add-in*.

За целта от меню „Data“ е „извикана“ функционалност *Solver*, вследствие се извежда прозорец „Solver Parameters“, фиг. 3 и се свежда до ограничения по формули 5:

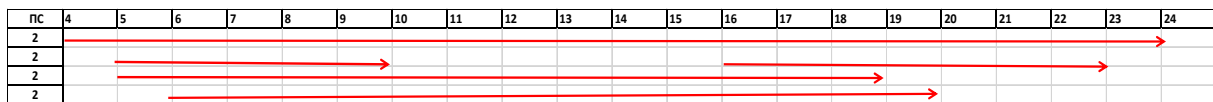
Фиг. 3 Зададени Solver Parameters

На фиг.3 в Set Target Cell \$I\$25 е зададено да се минимизира броя на превозните средства обслужващи линията (по формули 2 и 3). В реда \$D\$2:\$D\$22 се търси броя на работещите ПС за дадения часови диапазон и тези стойности не могат да бъдат отрицателни, което е зададено като ограничение при търсенето на минимума от ПС ( по формула 5). Другото ограничение е условието броя на работещите ПС в \$I\$23:\$AB\$23 да бъде равен на броя превозни средства определен на предишната стъпка \$I\$24:\$AB\$24 ( по формула 6).



Фиг. 4 Получени резултати след оптимизиране на брой ПС

Получените брой ПС, обслужващи маршрутна линия № 404 са 10 на брой, като резултати са онагледени във фигура 4. Оптималният брой превозни средства са 8, защото 2 от превозните средства ще имат прекъсване на работното време и се включват за обслужване на пътниците само в пиковите периоди – от 5 до 10 часа и от 16 до 23 часа или общо работа по маршрутната линия 12 часа /фиг. 5/.



Фиг. 5 Разпределение на оптималния брой ПС, обслужващи разписанието на линия №404

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Ефективната работа на фирма за пътнически превози зависи от реализирания пробег с най-малък брой на използваните превозни средства. Именно този проблем беше разгледан и разработения модел на Microsoft - Excel за разпределение на броя подвижен състав на базата на линейна оптимизация се реализира лесно и може да се прилага в различните фирми за пътнически превози. Практическото приложение на моделът за маршрутна линия № 404 в столичен градски транспорт, дава конкретни резултати и облекчава дейността свързана с разработването на линейните графици на превозните средства по маршрутните линии.

Моделът може да се използва за определянето на превозните средства, както за градски, така и за крайградски превози, при които има регулярност на превозите.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Беров Т., Модел за оптимизиране маршрутизацията на електрически превозни средства, НФ"ЕТС", Ф"ТМ", ВТУ Т.Каблешков, НЕС"МТК", ISSN:1312-3823, бр.3/2016, статия ID:1307, 2016
- [2] Качаунов Т.Т., Стаменов В.Н., Градски пътнически транспорт, ВВТУ „Годор Камлешков”, 1994
- [3] Тодорова М., Вельова В., Усъвършенстване на организацията на превозите на автобусна линия използвайки АСУ, Научно списание „Механика, транспорт, комуникации”, ISSN 1312 – 3823 (print), ISSN 2367 – 6620 (online) том 13, бр. 3/1, 2004
- [4] Таха А., Введение в исследование операций, Издателский дом „Вильямс”, ISBN 5-8459-0740-3, 2005

- [5] АП „Дружба” – гр. София, <http://www.sofiabus.bg>
- [6] Център за градска мобилност, <https://www.sofiatraffic.bg/bg/>
- [7] Ефремов И.С., Кобозев В.М., Юдин В.А., Теория городских пассажирских перевозок, Высш. школа, Москва, 1980
- [8] Спиринов И.В., Организация и управление пассажирскими автомобильными перевозками, Издательский центр „Академия”, Москва, 2010
- [9] Algorithmic Methods for Optimization in Public Transport, **Seminar** April 24–29, 2016 - <http://www.dagstuhl.de/16171>
- [10] Gertsbach I. and Gurevich Y., Constructing an optimal fleet for transportation Schedule, *Transportation Science*, 11, 20-36, 1977
- [11] Serafini P., Ukovich W., A mathematical model for periodic scheduling problems, *SIAM Journal on Discrete Mathematics*, 2(4):550–581, 1989,

## **MODEL FOR DETERMINING THE MINIMUM NUMBER OF VEHICLES SERVING A ROUTE IN URBAN PUBLIC TRANSPORT**

**Silvia Assenova, Mirena Todorova**

[silviaboianova@yahoo.com](mailto:silviaboianova@yahoo.com), [reni1760@abv.bg](mailto:reni1760@abv.bg)

**„Todor Kableshkov” University of Transport,  
158 Geo Milev str., Sofia 1574  
BULGARIA**

**Keywords:** *bus transport, routes, vehicles, timetables, passenger flow, optimization, transport mathematical models*

**Abstracts:** *The realization of urban transport needs for a certain passenger flow to have such an interval between vehicles that provides the necessary carrying capacity and comfort of the journey. This paper examines the provision of vehicles on a public transport route depending on the size of the passenger flow served in different time ranges. The main problem to be solved in the operation of the route lines the carrier to provide it with a minimum number of vehicles. The study aims to build a model for the provision of services on a route line by mathematical linear optimization to minimize the number of vehicles. The model is implemented using Microsoft - Excel function Solver by obtaining not only the minimum number of vehicles but also the period of their movement on the route line. The Microsoft - Excel developed model is applied to bus line 404 of the metropolitan public transport by considering the change of the passenger flow on the line in different time ranges, determining the required number of vehicles and the period when they will operate on the route line. The model can be applied to all regular services.*