



ОПРЕДЕЛЯНЕ НА МНОГОПАРАМЕТРИЧНАТА ЧУВСТВИТЕЛНОСТ В СИМВОЛЕН ВИД НА T – ФИЛТЪР

Ирина Асенова, Христина Спиридонова
irka_honey@yahoo.com, hristinaspiridonova@abv.bg

*Висше транспортно училище „Тодор Каблешков“
София, ул. „Гео Милев № 158
РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ*

***Ключови думи:** анализ на чувствителността, модифициран граф на Coates, предавателни функции, T – филтър*

***Резюме:** При синтеза на електрическите филтри се поставят строги изисквания както към техните честотни и времеви характеристики, така и към допустимите отклонения от номиналните стойности на параметрите на елементите. Този проблем се решава с методите на теорията за чувствителност на електрическите вериги. Според нея, изчисляването на многопараметричната чувствителност на предавателната функция изисква намирането на съответните ѝ производни. Това е основният проблем за определяне на чувствителността и той представлява обект на изследване при много методи и алгоритми.*

Изчисляването на функциите на чувствителност като произведение на предавателни функции е възможно чрез методите за анализ със сигнални графи, поради отпадане на необходимостта за изчисляване на частните производни на предавателните функции.

В предложената статия се анализира случай, когато има вероятност повече от един параметър да варира в дадена верига и е определена многопараметричната чувствителност на предавателната функция в символен вид на T – филтър чрез използване на модифицирания граф на Coates. Многопараметричният анализ на символната чувствителност по отношение на параметрите на веригата помага да се определят параметрите, които са критични за влошаване на функционалността на филтъра и изменението на кои параметри са относително незначителни и не влияят.

В разработката са изследвани зависимостите на чувствителността на предавателната функция от изменението на стойностите на параметри и са построени съответните характеристики чрез използване на програмния продукт Mathcad.

ВЪВЕДЕНИЕ

При разработването на каквато и да е реална система с цел управлението и видоизменянето ѝ при известни условия и зададени параметри е възможно да се построи и реши математическият модел на система, като се определят необходимите ѝ характеристики. На практика е невъзможно да се създаде схема, елементите на която точно да съответстват на параметрите на елементите на модела, при които е

синтезирана схемата. В този случай реалните характеристики на схемата се различават от изчислените.

Използвайки „теория на чувствителността“ е възможно да се направи количествена оценка на степента на влияние на тези отклонения върху характеристиките на схемата и то да бъде отчетено на етап проектиране [1], [2]. Модифицираният граф на Coates [3] позволява да се опрости анализа на чувствителността на базата на използването на частните предавателни функции [4], [5].

Според теорията на електрическите вериги, изчисляването на чувствителността на предавателната функция изисква намирането на съответните производни на предавателната функция. Това е основният проблем за определяне на чувствителността и той представлява обект на изследване при много методи и алгоритми [4], [6]. Основният недостатък на някои методи, основани на присъединената верига, е необходимостта съответната електрическа верига да се анализира два пъти. Методът, базиран на графа на Coates, преодолява тези недостатъци [7].

Изчисляването на функциите на чувствителността като произведение на предавателни функции е възможно чрез методите за анализ със сигнални графи, поради отпадане на необходимостта за изчисляване на частните производни на предавателните функции [8].

В доклада е определена многопараметричната чувствителност на предавателната функция на T – образен филтър чрез сигнални графи в символен вид. Разглежданият филтър е част от преносвателния тракт на радиокомуникационна система и се използва да компенсира някои нелинейни ефекти на реалния канал за връзка.

Реализирана е схема на RLC мостов T-образен четириполусник с пасивен RC филтър, позволяващ по-добро регулиране на параметрите [9]. Изследвана е зависимостта на многопараметричната чувствителност на предавателната функция от честотата и от промяната на стойностите на параметрите на елементите, като са построени съответните характеристики чрез използване на програмния продукт *Mathcad*.

СИМВОЛЕН АНАЛИЗ НА ЧУВСТВТЕЛНОСТТА ВЪЗ ОСНОВА НА ГРАФИ НА Coates

Предполага се, че съществуват p параметри с много малки изменения от номиналните им стойности. Тогава многопараметричната чувствителност MS^T на предавателната функция $T_{kq}(s)$ по отношение на всички p параметри се определя от

$$(1) \quad MS^T = \sum_{i=1}^p \left| S_{Y_i(s)}^{T_{kq}(s)} \right|,$$

където:

$S_{Y_i(s)}^{T_{kq}(s)} = \frac{Y_i(s)}{T_{kq}(s)} \frac{\partial T_{kq}(s)}{\partial Y_i(s)} = \frac{Y_i(s)}{T_{kq}(s)} \sum_{j,i} \frac{\partial T_{kq}(s)}{\partial Y_{ji}(s)} \frac{dY_{ji}(s)}{dY_i(s)} = \frac{Y_i(s)}{T_{kq}(s)} \sum_{j,i} T_{iq} T_{kj} \frac{dY_{ji}(s)}{dY_i(s)}$ е чувствителността на предавателната функция $T_{kq}(s)$ относно параметъра Y_i , $s = j\omega$;

$Y_{ji}(s) = a_{ji}(s) + Y_i(s)$, за $i = 1, \dots, m+n$; $j = m+1, \dots, m+n$ - елемент от матрицата $Y(s)$ или е ребро между връх i и връх j ;

събираемото $a_{ji}(s)$ зависи от други параметри на елементи от веригата;

Y_i - проводимост на елемента p_i ;

m – брой на върхове – източници;

n – брой на върхове – приемници.

Производната $\frac{\partial T_{kq}(s)}{\partial Y_{ji}(s)}$ се представя чрез частните предавателни функции $T_{iq}(s)$ и $T_{kj}(s)$, между двойките възли съответно i, q , и k, j , като

$$\frac{\partial T_{kq}(s)}{\partial Y_{ji}(s)} = T_{iq}(s) T_{kj}(s), \text{ за } i, q = 1, 2, \dots, n; k, j = 2, \dots, n.$$

Частните предавателни функции $T_{k1}(s)$ и $T_{kj}(s)$, съответно детерминантите $Dk1$ и Dkj , и D се получават от модифицирания граф на Coates G^{MC} [3, 5, 8] и неговите подграфи G_{k1}^{MC} , G_{kj}^{MC} и G_0^{MC} , както следва:

- G_0^{MC} - получава се от G^{MC} чрез отстраняване на всички изходящи ребра от върха – източник;
- G_{k1}^{MC} , за $k = 2, \dots, n$, получава се от G^{MC} чрез отстраняване на всички изходящи ребра, включително и примката от връх k със сигнал $V_k(s)$ и преместване на върха - източник във връх k . Като резултат от това следва, че $Y_{jk} = 0$, $Y_{kk} = 0$ и началото на изходящото ребро от върха - източник се премества във връх k ;
- G_{kj}^{MC} - получава се от G_0^{MC} чрез отстраняване на всички изходящи ребра, включително и примката, от връх k , както и отстраняване на всички входящи ребра, включително и примката, от връх j и се прибавя ребро с предаване $Y_{jk} = -1$.

Като се отчете, че $V_1(s) = 1$, предавателната функция $T_{kq}(s)$ се изразява чрез [5, 8]

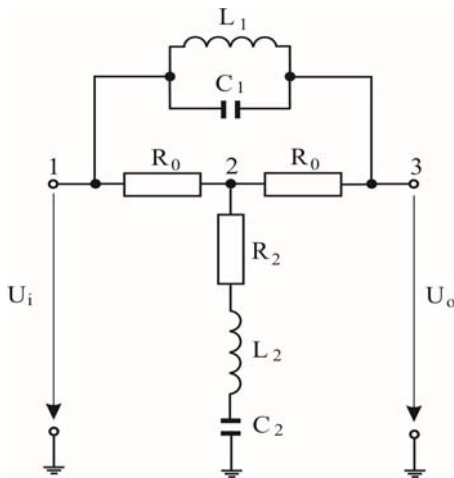
$$(2) \quad T_{kq}(s) = \frac{\sum_{Q=1}^R (-1)^{N_Q} P_Q}{\sum_{K=1}^L (-1)^{N_K} P_K} = \frac{\Delta_{kq}}{\Delta} = \frac{D_{kq}}{D},$$

където:

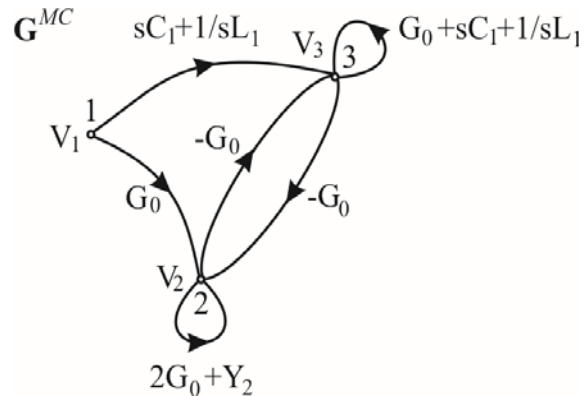
- N_Q е броят на контурите в Q -тата комбинация от контури в G_{kq}^{MC} ;
- N_K - брой на контурите в K -тата комбинация от контури в G_0^{MC} ;
- R – брой на комбинациите от контурите в G_{kq}^{MC} ;
- L – брой на комбинациите от контурите в G_0^{MC} ;
- P_Q - произведение от ребрата на контурите в Q -тата комбинация от контури в G_{kq}^{MC} ;
- P_K - произведение от ребрата на контурите в K -тата комбинация от контури в G_0^{MC} .

В доклада е определена многопараметричната чувствителност на предавателната функция $T_{qk}(s) = T_{31}(s) = U_o(s)/U_i(s) = U_3/U_1$ за Т-филтър, показан на *фиг. 1*, за следните стойности на параметрите: $R_0 = 600\Omega = const$, $R_2 = 66\Omega = const$, $L_1 = 7.5mH$, $C_1 = 0.06\mu F$, $L_2 = 20mH$ и $C_2 = 0.02\mu F$.

Графът на Coates е показан на *фиг. 2*, където $Y_2 = \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{R_2 + sL_2 + \frac{1}{sC_2}}$



Фиг. 1 Т-филтър



Фиг. 2 Модифициран граф на Coates

Каго се има предвид (1) многопараметричната чувствителност е

$$(3) \quad MS^{T_{31}} = S_{G_0}^{T_{31}} + S_{G_2}^{T_{31}} + \sum_{i=1}^2 S_{1/sL_i}^{T_{31}} + \sum_{i=1}^2 S_{sC_i}^{T_{31}},$$

където

$$\begin{aligned} S_{G_0}^{T_{31}} &= \frac{G_0}{T_{31}} \frac{\partial T_{31}}{\partial G_0} = \frac{G_0}{T_{31}} \left(\frac{\partial T_{31}}{\partial Y_{21}} \frac{dY_{21}}{dG_0} + \frac{\partial T_{31}}{\partial Y_{33}} \frac{dY_{33}}{dG_0} + \frac{\partial T_{31}}{\partial Y_{32}} \frac{dY_{32}}{dG_0} + \frac{\partial T_{31}}{\partial Y_{23}} \frac{dY_{23}}{dG_0} + \frac{\partial T_{31}}{\partial Y_{22}} \frac{dY_{22}}{dG_0} \right) = \\ &= \frac{G_0}{T_{31}} (T_{11}T_{32} + T_{31}T_{33} - T_{21}T_{33} - T_{31}T_{32} + T_{21}T_{32} \cdot 2) = \\ &= \frac{G_0}{D_{31}} \left(\frac{D_{11}D_{32} + D_{31}D_{33} - D_{21}D_{33} - D_{31}D_{32} + D_{21}D_{32} \cdot 2}{D} \right) \end{aligned}$$

$$S_{G_2}^{T_{31}} = \frac{G_2}{T_{31}} \frac{\partial T_{31}}{\partial G_2} = \frac{G_2}{T_{31}} \frac{\partial T_{31}}{\partial Y_{22}} \frac{dY_{22}}{dG_2} = \frac{G_2}{T_{31}} T_{21}T_{32} = \frac{G_2}{D_{31}} \frac{D_{21}D_{32}}{D}$$

$$\begin{aligned} S_{sC_1}^{T_{31}} &= \frac{sC_1}{T_{31}} \frac{\partial T_{31}}{\partial sC_1} = \frac{sC_1}{T_{31}} \left(\frac{\partial T_{31}}{\partial Y_{31}} \frac{dY_{31}}{dsC_1} + \frac{\partial T_{31}}{\partial Y_{33}} \frac{dY_{33}}{dsC_1} \right) = \frac{sC_1}{T_{31}} (T_{11}T_{33} + T_{31}T_{33}) \\ &= \frac{sC_1}{D_{31}} \left(\frac{D_{11}D_{33} + D_{31}D_{33}}{D} \right) \end{aligned}$$

$$S_{sC_2}^{T_{31}} = \frac{sC_2}{T_{31}} \frac{\partial T_{31}}{\partial sC_2} = \frac{sC_2}{T_{31}} \frac{\partial T_{31}}{\partial Y_{22}} \frac{dY_{22}}{dsC_2} = \frac{sC_2}{T_{31}} T_{21}T_{32} \frac{dY_{22}}{dsC_2} = \frac{sC_2}{D_{31}} \frac{D_{21}D_{32}}{D}$$

$$\begin{aligned} S_{1/sL_1}^{T_{31}} &= \frac{1/sL_1}{T_{31}} \frac{\partial T_{31}}{\partial 1/sL_1} = \frac{1/sL_1}{T_{31}} \left(\frac{\partial T_{31}}{\partial Y_{31}} \frac{dY_{31}}{d 1/sL_1} + \frac{\partial T_{31}}{\partial Y_{33}} \frac{dY_{33}}{d 1/sL_1} \right) = \\ &= \frac{1/sL_1}{T_{31}} (T_{11}T_{33} + T_{31}T_{33}) = \frac{1/sL_1}{D_{31}} \left(\frac{D_{11}D_{33} + D_{31}D_{33}}{D} \right) \end{aligned}$$

$$S_{1/sL_2}^{T_{31}} = \frac{1/sL_2}{T_{31}} \frac{\partial T_{31}}{\partial 1/sL_2} = \frac{1/sL_2}{T_{31}} \frac{\partial T_{31}}{\partial Y_{22}} \frac{dY_{22}}{d 1/sL_2} = \frac{1/sL_2}{T_{31}} T_{21}T_{32} \frac{dY_{22}}{d 1/sL_2} = \frac{1/sL_2}{D_{31}} \frac{D_{21}D_{32}}{D}$$

$$D = Y_{22}Y_{33} - G_0^2; \quad D_{21} = G_0(G_0 + 2sC_1 + 2 \cdot 1/sL_1); \quad D_{32} = -G_0; \quad D_{33} = -(2G_0 + Y_2)$$

$$D_{31} = Y_{22}(sC_1 + 1/sL_1) + G_0^2(G_0 + 2sC_1 + 2 \cdot 1/sL_1); \quad D_{11} = Y_{22}Y_{33} - G_0^2$$

$$Y_{22} = 2G_0 + Y_2; \quad Y_{33} = G_0 + sC_1 + 1/sL_1$$

СИМУЛАЦИОННИ РЕЗУЛТАТИ

Големината на многопараметричната чувствителност MS_k на предавателната функция T_{31} относно всички параметри се получава според зависимостта

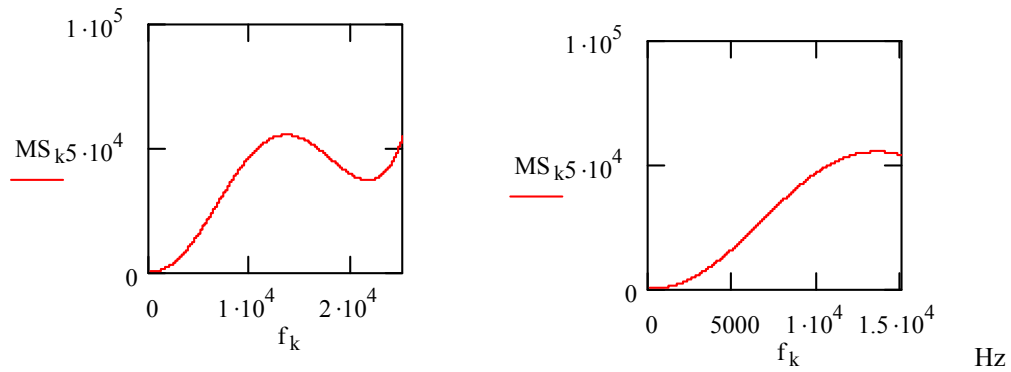
$$(4) \quad MS_k = \sum_{i=1}^6 \sqrt{[Re(S_i)_k]^2 + [Im(S_i)_k]^2},$$

където S_i е чувствителността относно параметър i .

Чрез използване на програмния продукт *Mathcad* е показана зависимостта на многопараметричната чувствителност спрямо честотата (фиг. 3)

$$k := 1..300 \quad f_k := k \quad \omega_k := 2.3, 14 \cdot f_k \quad j := \sqrt{-1} \quad s_k := j \cdot \omega_k$$

$$Z_{2k} := R2 + s_k \cdot L_{2k} + \frac{1}{s_k \cdot C_{2k}}; \quad Y_{2k} := \frac{1}{Z_{2k}}; \quad Y_{22k} := 2 \cdot G_0 + Y_{2k}; \quad Y_{33k} := G_0 + s_k \cdot C_1 + \frac{1}{s_k \cdot L_1}$$



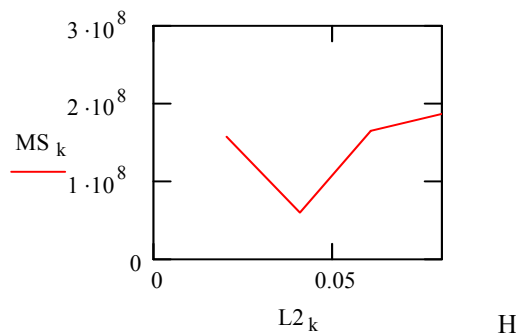
Фиг. 3 Многопараметричната чувствителност MS спрямо изменението на честотата f

Получените резултати показват при какъв честотен диапазон многопараметричната чувствителност има максимална стойност и съответно използването на Т- филтъра е нежелателно.

Като се има предвид (4) е построена зависимостта (фиг. 4) на многопараметричната чувствителност спрямо промяната на параметъра L_2 за честота $f = 6200 \text{ Hz}$. Избраната честота е в съответствие с получените резултати от [8], при която чувствителността от първи ред има максимална стойност.

$$k := 1 \dots 300 \quad f_k := 6200 \quad \omega_k := 2.3, 14 \cdot f_k \quad j := \sqrt{-1} \quad s_k := j \cdot \omega_k \quad L2_k := 0, 1, k$$

$$Z2_k := R2 + s_k \cdot L2_k + \frac{1}{s_k \cdot C2}; \quad Y2_k := \frac{1}{Z2_k}; \quad Y22_k := 2 \cdot G0 + Y2_k; \quad Y33_k := G0 + s_k \cdot C1 + \frac{1}{s_k \cdot L1}$$



Фиг. 4 Многопараметричната чувствителност MS спрямо изменението на индуктивността L_2

При така избраната честота е показано при какви стойности на индуктивността L_2 многопараметричната чувствителност на предавателната функция на Т-филтъра има минимална стойност.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В доклада е определена многопараметричната чувствителност на предавателната функция в символен вид на Т – филтър чрез използване на модифицирания граф на Coates.

Изследвани са зависимостите на многопараметричната чувствителност на предавателната функция от изменението на стойностите на параметри и са построени съответните характеристики чрез използване на програмния продукт Mathcad.

Въз основа на получените резултати следва, че максималната стойност на многопараметричната чувствителност е при честота $f = 12000\text{Hz}$.

Резултатите, получени от символния анализ на чувствителността, показват при кои стойности на индуктивността L_2 многопараметричната чувствителност на предавателната функция има минимални стойности и филтърът работи най-добре.

Честотният диапазон, при който многопараметричната чувствителност има максимална стойност, не трябва да се използва.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] M. Fakhfakh, E. Tlelo-Cuautle, and F.V. Fernández (Eds.), Design of Analog Circuits through Symbolic Analysis. Bentham Science Publishers Ltd., 2012.
- [2] M. Fakhfakh and B. Rodanski (Eds.), Pathological Elements in Analog Circuit Design. Bentham Science Publishers Ltd., 2018.
- [3] Coates, C. L.: "General topological formulas for linear networks ", IRE Trans. On Circuit Theory, vol. CT-5,1, 1958.
- [4] G. A. Nenov and I. N. Georgieva, "Determination of signal-flow-graph transfer function sensitivity using first- and second-order derivatives and graphs," 5-th Electronic Devices and Systems Conference, Brno, Czech Republic, 1998, pp. 291-294.
- [5] M. Fakhfakh, E. Tlelo-Cuautle, and F.V. Fernández (Eds.), Design of Analog Circuits through Symbolic Analysis. Bentham Science Publishers Ltd., 2012, ch. 5
- [6] F. Balik and B. Rodanski, "Calculation of first- and second-order symbolic sensitivities in sequential form via the transimpedance method," Proc. ECCTD'99, 1999, pp. 70-73.
- [7] M. Fakhfakh and M. Pierzchala, "Computing symbolic transfer functions of CC-based circuits using Coates flow-graph," 5th International Conference on Design and Technology of Integrated Systems in Nanoscale Era, 10.1109/DTIS.2010.5487579, 2018.
- [8] I. Asenova and Hr. Spiridonova, "Determination of the first-order transfer functions sensitivities of a T-shaped filter", 5-th International Conference "KEIT" 2020.
- [9] Hr. Spiridonova, „Frequency characteristics of a filter for optimal correction of the signal shape transmitted on a linear channel with constant parameters ”, 5-th International Conference "KEIT" 2020.

MULTIPARAMETER SENSITIVITY ANALYSIS OF THE TRANSFER FUNCTION OF A T-SHAPED FILTER

Irina Asenova, Hristina Spiridonova
irka_honey@yahoo.com, hristinaspiridonova@abv.bg

Todor Kableshkov University of Transport
Sofia, 158 Geo Milev Str.
THE REPUBLIC OF BULGARIA

Key words: sensitivity analysis, modified Coates flow graph, transfer functions, T-filter

Abstract: In the case of the synthesis of electrical filters, strict requirements shall be imposed on both their frequency and time characteristics and the tolerances from the nominal values of the parameters of the elements. This problem is solved by the methods of the theory of sensitivity of electrical circuits. In its view, the calculation of the multiparametric sensitivity of the transmission function requires finding its derivatives. Determining the

sensitivity of circuit functions is a task the resolution of which is essential in the synthesis of electrical and electronic devices of different types and purposes. Finding this indicator is particularly necessary in the design of frequency selective devices, since they require the accuracy of reproduction of their frequency characteristics too high. Sensitivity theory is a universal tool for solving a number of tasks related to the analysis and diagnosis of circuits. Sensitivity functions are used as a criterion for comparing different frequency-selective circuit configurations and are one of the most important indicators in their analysis. In the paper the multiparameter sensitivity analysis of the T-shaped filter is obtained in symbolic form. The filter under consideration is part of the transmission tract of a radio communication system and is used to compensate for some non-linear effects of the actual connection channel. The sensitivity dependency of the transmission function on frequency was investigated and the relevant characteristic was built using the Mathcad programming product.