

## **ОПТИМИЗАЦИЯ НА СИГНАЛИ, ПРЕДАВАНИ В ТЕСНОЛЕНТОВИ КОМУНИКАЦИОННИ КАНАЛИ, ЗА ПОЛУЧАВАНЕ МАКСИМАЛНА РЕАКЦИЯ НА ИЗХОДА НА КАНАЛА**

*Галина Чернева, Христина Спиридонова,  
galja\_cherneva@abv.bg, hristinaspiridonova@abv.bg,*

*Висше транспортно училище „Тодор Каблешков”  
гр. София, ул. „Гео Милев” 158  
РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ*

**Ключови думи:** *оптимизация на формата на сигнала, функционал, теснолентов комуникационен канал*

**Резюме:** *За подобряване на устойчивостта срещу смущения при предаване на сигнали в радиокомуникационни системи се използват различни методи. Най-общо те могат да се разделят на два вида: методи, свързани с оптимизация на обработката на сигналите при приемане и методи за оптимизиране формата на сигнала в предавателя.*

*В настоящата работа е поставена и решена задачата за оптимизация на сигнал, предаван по теснолентов канал за връзка, така че на изхода на канала да се наблюдава максимална стойност на сигнала. Оптимизационната задача е решена с методите на функционалния анализ. Дефиниран е функционал, с който е определено условието предаваният сигнал да е максимален в момента на приемане. Чрез функционала са описани качествените критерии, по които се синтезират търсените сигнали.*

*Съгласно теорията на вариационното пресмятане са приложени условията за екстремум на синтезирания функционал. По аналогия на задачите за екстремум на функция, екстремумът на функционала съществува при определени необходими и достатъчни условия. За да има функционалът максимум, трябва първата му вариация да е нула, а втората да е отрицателна. Това води до съставяне на система от интегрално-диференциални уравнения, решението на които са търсените сигнали.*

*Така е изведен аналитичния израз за формата на предавания сигнал, която удовлетворява показателите на оптимизация.*

*Поставеният проблем е разгледан и решен за случая на телефонен канал за връзка с гранична честота 3400 Hz и затихване 3 dB. Комуникационният канал е апроксимиран с нискочестотен филтър на Бътървурт от осми ред.*

*В среда на Mathcad е получена амплитудно-честотната характеристика на филтъра, която удовлетворява поставените условия към предавания сигнал. Определена е и импулсната характеристика на филтъра.*

## 1. Въведение в проблема

Оптимизационните задачи, свързани с функционирането на радиокомуникационните системи (РКС) се решават с методите на функционалния анализ [1]. Решението им е свързано с построяване на система за количествени характеристики на качеството на функциониране на РКС. Това е функционал, дефиниран в определено функционално пространство, с който се определя закона на съответствие между зададена функция и елемент от пространството [2]. Функционалът описва качествените критерии и показателите, по които се синтезират търсените сигнали.

В настоящата работа е поставена и решена задачата за оптимизация на сигнал, предаван по теснолентов канал за връзка, така че на изхода на канала да се наблюдава максимална стойност на сигнала.

Предложеният подход и полученото решение са приложени за случай на телефонен канал за връзка с гранична честота  $3400 \text{ Hz}$ , който е апроксимиран с нискочестотен филтър на Бътървурт от осми ред. Получена е амплитудно-честотната характеристика на филтъра, която удовлетворява поставените условия към предавания сигнал.

## 2. Дефиниране на оптимизационната задача и общ вид на решението ѝ

Нека входният за канала сигнал е определен чрез обратното преобразуване на Фурие:

$$(1) \quad s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega) e^{j\omega t} d\omega, \quad 0 \leq t \leq \Delta T,$$

където  $S(j\omega)$  е спектралната му плътност. Той е с фиксирана енергия:

$$(2) \quad E_s = \int_0^{\Delta T} s^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S^2(\omega) d\omega = \text{const}$$

Търси се такава форма на сигнала  $s(t)$ , при която реакцията на изхода на канала в интервала  $[0, \Delta T]$  е максимална.

Изходният сигнал се определя със зависимостта:

$$(3) \quad x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega) K(j\omega) e^{j\omega t} d\omega,$$

където

$$(4) \quad K(j\omega) = \int_0^{\infty} h(t) e^{-j\omega t} dt$$

е комплексният предавателен коефициент, а  $h(t)$  е импулсната характеристика на канала за връзка.

С цел опростяване на изчисленията, се поставя условието изходният сигнал да е максимален в момента  $t = \Delta T/2$ :

$$(5) \quad \max_{s(t)} \left\{ x\left(\frac{\Delta T}{2}\right) \right\} = \max_{S(j\omega)} \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega) K(j\omega) e^{j\omega \frac{\Delta T}{2}} d\omega \right\}$$

За да има максимум функцията  $x(t)$ , трябва да е изпълнено:

$$(6) \quad \left. \frac{d^k x(t)}{dt^k} \right|_{t=\Delta T/2} = 0, \quad k = \overline{0, (n-1)}$$

Условие (6) се свежда до следните зависимости:

$$(7) \quad \int_{-\infty}^{\infty} (j\omega)^k S(j\omega)K(j\omega)d\omega = 0, \quad k = \overline{0, (n-1)}.$$

За решаване на оптимизационната задача се съставя функционал във вида:

$$(8) \quad J = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega)K(j\omega)e^{j\omega\frac{\Delta T}{2}} d\omega - \left[ \sum_{k=0}^{n-1} \mu_k \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (j\omega)^k S(j\omega)K(j\omega)d\omega \right]$$

където  $\mu_k$  е множител на Лагранж [1].

По аналогия на задачите за екстремум на функция, екстремумът на функционала съществува при определени необходими и достатъчни условия. За да има функционал (8) максимум, трябва първата му вариация да е нула, а втората да е отрицателна. Това води до съставяне на система от интегрално-диференциални уравнения на Ойлер[1]. Решението им в дадения случай е във вида:

$$(9) \quad S(j\omega) = \lambda K(-j\omega)e^{-j\omega\frac{\Delta T}{2}} \left[ 1 - 2 \sum_{k=0}^{n-1} \mu_k \omega^k \cos\left(\omega\frac{\Delta T}{2} - k\frac{\pi}{2}\right) \right].$$

Константата  $\lambda$  в (9) се определя от ограничението на енергията на входния сигнал:

$$(10) \quad \lambda = \frac{E_s}{\int_{-\infty}^{\infty} K^2(\omega)d\omega}$$

По честотен спектър (9) се извежда уравнението за формата на входния сигнал:

$$(11) \quad s(t) = \lambda \left\{ h\left(\frac{\Delta T}{2} - t\right) - \sum_{k=0}^{n-1} \mu_k \left[ \frac{d^k h(\Delta T - t)}{dt^k} + (-1)^k \frac{d^k h(-t)}{dt^k} \right] \right\}.$$

Като се има предвид (3) и (4), изходният сигнал се определя със зависимостта:

$$(12) \quad x(t) = \lambda \left\{ H\left(\frac{\Delta T}{2} - t\right) - \sum_{k=0}^{n-1} \mu_k \left[ \frac{d^k H(\Delta T - t)}{dt^k} + (-1)^k \frac{d^k h(-t)}{dt^k} \right] \right\},$$

където е въведена функцията:

$$(13) \quad H(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K^2(\omega)e^{j\omega t} d\omega = \int_0^{\infty} h(\tau)h(|t| + \tau)d\tau.$$

### 3. Моделиране на комуникационния канал и решение на оптимизационната задача за разглеждания случай

В системата на цифровата телефонна връзка се използват канали с гранична честота 3400 Hz със затихване до 3 dB [3]. Подходяща апроксимация за такъв канал е НЧФ на Бътървурт с нормирана АЧХ :

$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^{2n}}}$$

(14)

където  $\omega'$  е честота на срязване на ниво 0,707, а  $n$  е ред на филтъра.

Логаритмичната характеристика на затихването, изразена чрез (14), е

$$20 \lg K(f) = -10 \lg \left[ 1 + \left(\frac{f}{f'}\right)^{2n} \right]$$

(15)

Тъй като, според [3], за честота 4 KHz препоръчителното затихване за този канал е 14 dB, а при граничната честота  $f' = 3400 \text{ Hz}$  е 3 dB, може да се запише:

$$-(14 - 3) = -10 \lg \left[ 1 + \left(\frac{4}{3,4}\right)^{2n} \right]$$

(16)

от където се определя  $n = 7,538 \approx 8$  ред на НЧФ.

Общият вид на импулсната характеристика на НЧФ е от вида [4]:

$$h(t) = \sum_{k=1}^{n/2} e^{-\rho_k t} (A_k \cos \beta_k t + B_k \sin \beta_k t)$$

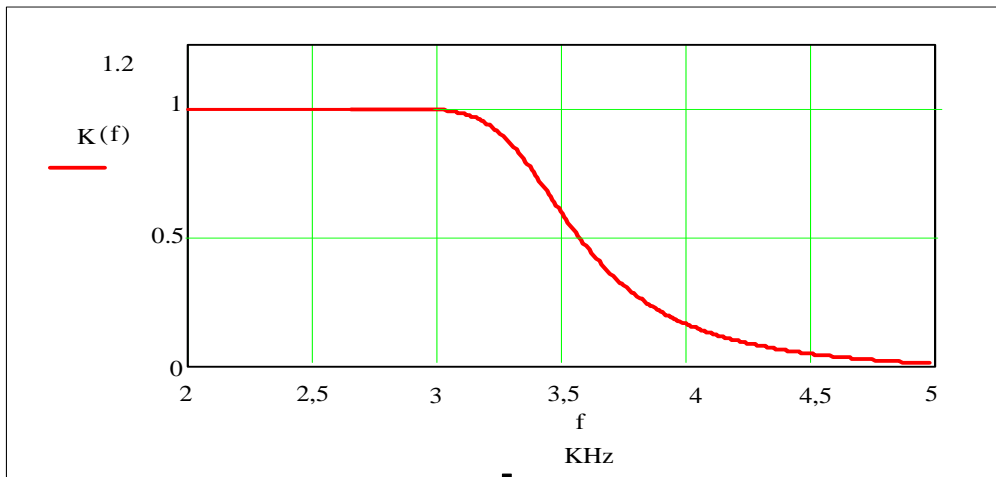
(17)

където  $(-\rho_k \pm j\beta_k), k = 1, 2, \dots, n/2$  са корените на характеристичното уравнение, описващо канала,  $A_k, B_k$  – интеграционни константи.

Параметрите в (17) за НЧФ от осми ред се определят съгласно табл.1 [5]. Те са изчислени в Mathcad, където е получена и АЧХ на филтъра, показана на фиг. 1.

**Табл.1**

$k$	$\varphi_k = \frac{(2k-1)\pi}{2n}$	$\rho_k = 2\pi f' \sin \varphi_k$	$\beta_k = 2\pi f' \cos \varphi_k$	$A_k$	$B_k$
1	$\frac{\pi}{16}$	$2\pi 3400 \sin \frac{\pi}{16}$	$2\pi 3400 \cos \frac{\pi}{16}$	$\frac{2\pi f' (\sin^2 \varphi_1 - 0,25)}{2(\sin \varphi_1 - \sin \varphi_4)(\sin \varphi_1 - \sin \varphi_3)(\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2)}$	$A_1 \operatorname{tg} 3\varphi_1$
2	$\frac{3\pi}{16}$	$2\pi 3400 \sin \frac{3\pi}{16}$	$2\pi 3400 \cos \frac{3\pi}{16}$	$\frac{2\pi f' (\sin^2 \varphi_2 - 0,25)}{2(\sin \varphi_2 - \sin \varphi_4)(\sin \varphi_2 - \sin \varphi_3)(\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1)}$	$A_2 \operatorname{tg} 3\varphi_2$
4	$\frac{7\pi}{16}$	$2\pi 3400 \sin \frac{7\pi}{16}$	$2\pi 3400 \cos \frac{7\pi}{16}$	$\frac{2\pi f' (\sin^2 \varphi_4 - 0,25)}{2(\sin \varphi_4 - \sin \varphi_1)(\sin \varphi_4 - \sin \varphi_3)(\sin \varphi_4 - \sin \varphi_2)}$	$A_4 \operatorname{tg} 3\varphi_4$



Фиг.2

Входният сигнал, съгласно (11) е:

$$(18) \quad s(t) = \lambda \left\{ h\left(\frac{\Delta T}{2} - t\right) - \sum_{k=0}^7 \mu_k \left[ h^{(k)}(\Delta T - t) + (-1)^k h^{(k)}(-t) \right] \right\},$$

а изходният, в съответствие с (12), е:

$$(19) \quad x(t) = \lambda \left\{ H\left(\frac{\Delta T}{2} - t\right) - \sum_{k=0}^7 \mu_k \left[ H^{(k)}(\Delta T - t) + (-1)^k H^{(k)}(-t) \right] \right\},$$

където:

$$(20) \quad H(t) = \frac{2\pi f'}{16} \sum_{k=1}^8 e^{-\rho_k |t|} \sin(\varphi_k + \beta_k |t|)$$

#### 4. Изводи

В работата е предложен функционал, при максимизирането на който, се получава максимален сигнал на изхода на теснолентов канал, при предаване на дискретни сигнали. Чрез методите на функционалния анализ е изведен аналитичен израз за формата на входния сигнал, която удовлетворява показателите на оптимизация. Методиката е приложена за канал за цифрова телефонна връзка с гранична честота 3400 Hz и затихване 3 dB, който се апроксимира сравнително точно с НЧФ на Бътъруърт от осми ред.

#### Литература

- [1]. Васильев, Ф.П. Методы решения экстремальных задач. М.: Наука, 1981.
- [2]. Чернева Г. Формиране и изследване на сигнали, съгласувани с комуникационни канали. Автореферат на дисертация за придобиване на ОНС «доктор».2007.
- [3]. Proakis J. and Salehi M. Communication Systems Engineering. Prentice-Hall.: Upper Saddle River, NJ, 2002.
- [4]. Трифонов И.И. Расчет электронных цепей с заданными частотными характеристиками. - М.: Радио и связь, 1988.
- [5]. 5.Зааль Р. Справочник по расчету фильтров. / Пер. с нем. под ред. Слепова Н.Н. - М.: Радио и связь, 2003.

# OPTIMIZATION OF SIGNALS TRANSMITTED IN NARROWBAND COMMUNICATION CHANNELS TO OBTAIN MAXIMUM RESPONSE AT THE CHANNEL OUTPUT

Galina Cherneva, Hristina Spiridonova

*Todor Kableshkov University of Transport  
Sofia, 158 Geo Milev Str.  
THE REPUBLIC OF BULGARIA*

**Key words:** *signal format optimization, functionality, narrowband communication channel*

**Abstract:** *Various methods are used to improve the resistance to interference in the transmission of signals in radio communication systems. In general, they can be divided into two types: methods related to the optimization of signal processing at reception and methods for optimizing the signal shape in the transmitter.*

*In the present work the problem for optimization of a signal transmitted on a narrowband communication channel is set and solved, so that the maximum value of the signal is observed at the output of the channel. The optimization problem is solved with the methods of functional analysis. A functional is defined, which determines the condition that the transmitted signal is maximum at the time of reception. The functionality describes the quality criteria by which the required signals are synthesized.*

*According to the theory of variational calculus, the extremum conditions of the synthesized functional are applied. By analogy with the problems for the extremum of a function, the extremum of the functional exists under certain necessary and sufficient conditions. In order for the functionality to have a maximum, its first variation must be zero and the second must be negative. This leads to the compilation of a system of integral-differential equations, the solution of which are the required signals.*

*Thus, the analytical expression for the form of the transmitted signal, which satisfies the optimization indicators, is derived.*

*The problem is considered and solved in the case of a telephone channel for connection with a cutoff frequency of 3400Hz and attenuation 3dB. The communication channel is approximated by an eighth-order Butterworth low-pass filter.*