

## ВЕРИФИЦИРАНЕ НА МАТЕМАТИЧЕН МОДЕЛ НА ВЪТРЕШНОБАЛИСТИЧНИЯ ПРОЦЕС ПРОТИЧАЩ В РАКЕТЕН ДВИГАТЕЛ С ТВЪРДО ГОРИВО

Мариан Н. Мутафчиев  
[Marian\\_mutafchiev@abv.bg](mailto:Marian_mutafchiev@abv.bg)

Висше транспортно училище "Тодор Каблешков"  
Ул. "Гео Милев" 158 София 1574 ,БЪЛГАРИЯ

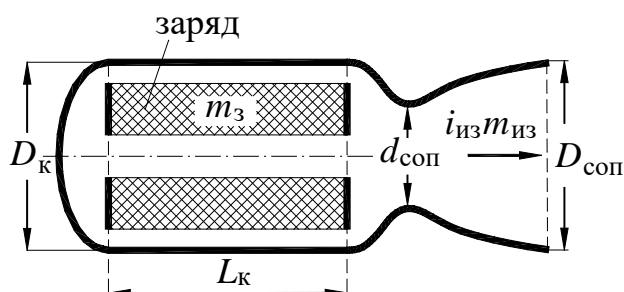
**Abstract:** Presentation of a detailed quasi stationary thermodynamic model of the internal ballistics process running in a relevant solid fuel engine. A new equation and methodology for its solution is presented as well as a comparison with experimental data proving the authenticity of the learned results.

**Key words:** internal ballistics, rocket engine with solid fuel.

Вътрешнобалистичният процес, протичащ в камерата на ракетните двигатели с твърдо гориво, могат да се опишат както количествено, така и качествено, като се апроксимират с отворена термодинамична система с подвижни и неподвижни граници, за която е в сила уравнението

$$dQ_3 + idm_{из} = d(Mu) + pdV + dQ_w,$$

където  $dQ_3$  е елементарно количество топлина отделено при изгарянето на заряда;  $idm_{из}$  - енталпията на изтичащите газове;  $Mu$  - вътрешната енергия на газовете в камерата;  $pdV$  - работата (в случая е нула);  $dQ_w$  - топлинните загуби.



Фиг.1. Схема на ракетен двигател с твърдо гориво

Подвижна граница на системата в случая е горящата повърхност на заряда, при което се увеличава обема, но не се извършва работа. Примерна апоксимационна схема на ракетен двигател с твърдо гориво, по която е създаден представения математичен модел с основните означения е показана на фиг. 1.

След преработване, се получава следното основно уравнение за определяне диференциала на температурата:

$$(1) \quad dT = (k-1)T \left( \frac{\bar{Q}_3 dm_3}{MRT} - \frac{dm_{из}}{M} - \frac{dV}{V} - \frac{dQ_w}{MRT} \right) - T \frac{dm_3}{M},$$

където  $k$  е показателя на адиабатата;  $\bar{Q}_3$  - специфичната топлина на изгаряне на горивото;  $dm_3$  - елементарната маса от заряда изгаряща за единица време;  $M$  - масата на газовете;  $R$  - газовата константа;  $V$  - обема на камерата;  $Q_w$  - топлинните загуби.

Текущата стойност на температурата се определя с израза;

$$(2) \quad T_i = T_{i-1} + (dT)_{i-1}.$$

Налягането се определя с уравнението за състоянието;

$$(3) \quad p = \frac{RMT}{V}.$$

Текущата стойност на обема се определя от израза;

$$(4) \quad V_i = V_k - \frac{m_3 - m_{3i}}{\rho_3},$$

където  $V_k$  е обема на камерата;  $\rho_3$  - плътността на заряда;  $m_3$  - масата на заряда;  $m_{3i}$  - текущата стойност на масата на заряда.

Топлинните загуби се определят с израза;

$$(5) \quad dQ_w = \lambda \pi D_k L_k (T - T_w) \Delta t,$$

където:  $\lambda$  е коефициент на топлопредаване;  $D_k$  - вътрешния диаметър на камерата;  $L_k$  - дължината на камерата;  $T$  - текущата температура на газовете;  $T_w$  - температурата на околните стени;  $\Delta t$  - интервала от време.

В критичното сечение на соплото се установява местната звукова скорост, която от своя страна е функция на температурата и се определя с израза;

$$(6) \quad a = \sqrt{kRT_k}.$$

С тази скорост се определя дебитът през соплото

$$(7) \quad \dot{m}_{изи} = a_i f \rho_{Гi-1},$$

където:  $\rho_{Гi} = \frac{M_i}{V_{ki}}$  е плътността на газовете в камерата.

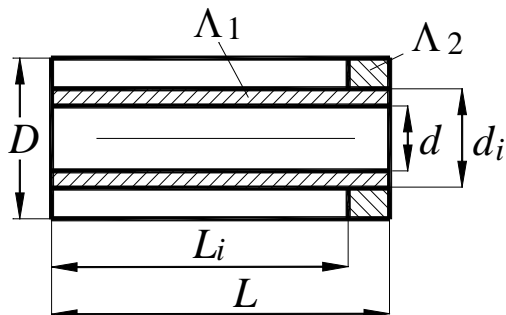
Елементарната маса на изтичащите газове се определя с израза:

$$(8) \quad dm_{изи} = \dot{m}_{изи} \Delta t.$$

Масата на газовете в камерата се определя с израза:

$$(9) \quad M_i = M_{i-1} + dm_{3i} - dm_{изи}$$

където:  $dm_{3i}$  е елементарната маса газове, която се образува в камерата при горенето на заряда.



Фиг.2. Схема на горенето на заряда

За определяне на елементарната маса газове, която се образува при горенето на заряда, се приема геометричен закон на горене. По-долу ще бъде доказано, че това предположение за условията на камерата на ракетен двигател с твърдо гориво е напълно оправдано. Приема се, че заряда има цилиндрична-гръбна форма и гори по вътрешната цилиндрична повърхнина и едната странична повърхнина, както е показано на фиг.2. Останалите повърхнини се приемат за бронирани, при което се очаква

прогресивен характер на горенето. Като пример за приетата апроксимация е използвана противоградова ракета МТТ-9М производство на завод „Дунарит”-гр.Русе.

Определянето на изгарящия обем от заряда за единица време се извършва съгласно фиг.2. Горящият обем по вътрешната цилиндрична повърхнина се определя с израза:

$$\Lambda_1 = \frac{\pi}{4} (d_i^2 - d_{i-1}^2) L_{i-1};$$

Горящият обем по страничната цилиндрична повърхнина се определя съответно с израза:

$$\Lambda_2 = \frac{\pi}{4} (D^2 - d_{i-1}^2) (L_{i-1} - L_i);$$

За текущата стойност на сумарния горящ обем се получава:

$$(10) \quad \Lambda_i = \Lambda_{i-1} - \frac{\pi}{4} \left[ (d_i^2 - d_{i-1}^2) L_{i-1} + (D^2 - d_i^2) (L_{i-1} - L_i) \right],$$

където:  $d_i$  е текущата стойност на вътрешния диаметър;  $L_i$  - текущата стойност на дължината на заряда.

Текущата стойност на вътрешния диаметър се определя с израза:

$$(11) \quad d_i = d_{i-1} + 2u\Delta t,$$

където:  $u$  е скоростта на горене на твърдото гориво.

Текущата стойност на дължината на заряда се определя съответно с израза:

$$(12) \quad L_i = L_{i-1} - u\Delta t.$$

Скоростта на горене на твърдото гориво се определя с израза:

$$(13) \quad u = Bp^v.$$

където:  $B$  е коефициент зависещ от естеството на горивото.

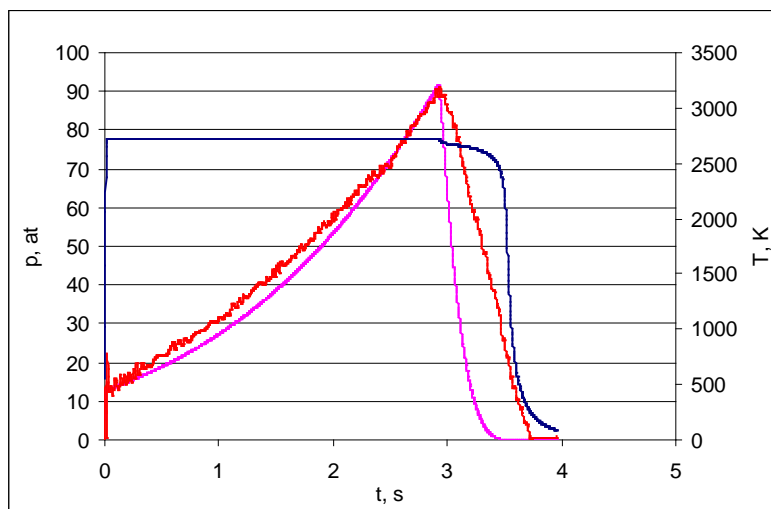
След като е определен обема на изгорялата до даден момент част от заряда става възможно определянето на масата на барутните газове, които са се образували с израза:

$$(14) \quad m_{zi} = m_z - \Lambda_i \rho_z.$$

Елементарната маса газове която се образува в камерата при горенето на заряда се определя с израза:

$$(15) \quad dm_{zi} = \Delta m_{zi} = m_{zi} - m_{zi-1}.$$

С това се затваря цикъла по определянето на параметрите в камерата на ракетния двигател с твърдо гориво.



Фиг.3. Изменение на температурата и налягането в камерата на противоградовата ракета МТТ-9М

Индикаторната диаграма на противорадовата ракета МТТ-9М, изчислена с гореописаната методика, е показана на фиг. 3. От фигурата се вижда, че температурата остава постоянна по време на горене на заряда, докато налягането расте прогресивно, следвайки закона за горене на заряда. На фигурата се вижда и изменението на налягането получено при стендово изпитание.

След като са определени температурата и налягането в камерата, става възможно да се определи температурата в края на соплото при презумпцията за адиабатно разширение с изрази:

$$(16) \quad T_{\text{соп}} = T_{\text{кам}} \left( \frac{p_o}{p_{\text{кам}}} \right)^{\frac{k-1}{k}}.$$

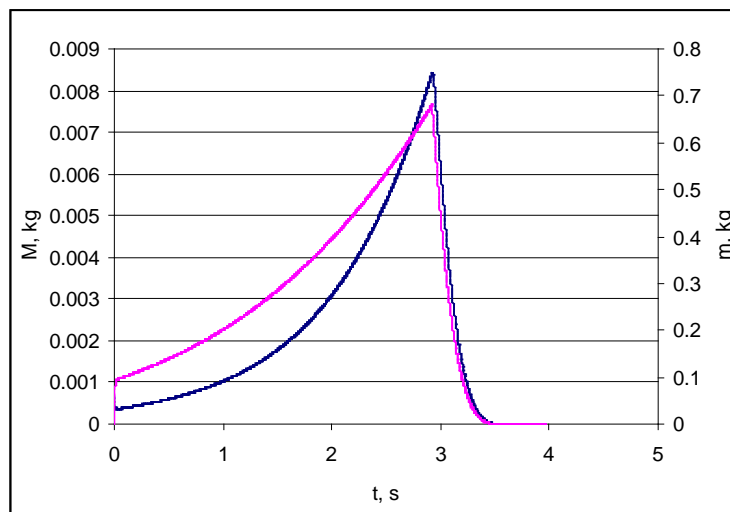
Следва да се определи плътността на газовете с уравнението на състоянието:

$$(17) \quad \rho_{\text{соп}} = \frac{p_o}{RT_{\text{кам}}}.$$

След като се определи масовият дебит на газовете през соплото със (7), при тази особеност, че изтичането през най-тесното сечение на соплото става с местната звукова скорост, се определя скоростта на газовете на сопловия срез чрез закона за непрекъснатостта с изрази:

$$(18) \quad w_{\text{соп}} = \frac{\dot{m}}{f_{\text{соп}} \rho_{\text{соп}}}.$$

Показателно за адекватността на методиката е изменението на масата на газовете в камерата на двигателя, което е показано на фиг. 4. От фигурата става ясно, че притокът на газове от горенето на заряда е по-голям от разхода през соплото, поради което масата на газове в камерата расте по време на горене на заряда.



Фиг.4. Изменение на масата на газовете в камерата и масата на продуктите на горенето на заряда на противорадовата ракета МТТ-9М

След като са определени скоростта и дебитът на газовете на сопловия срез, се определя теглителната сила с изрази [1, 4]:

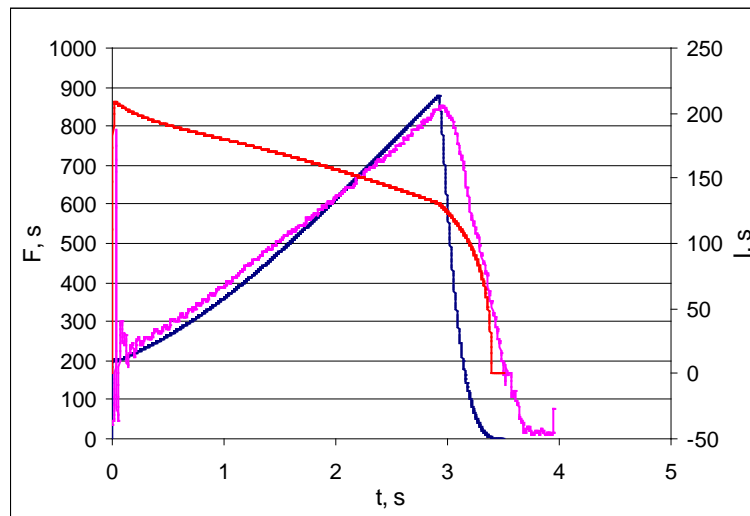
$$(19) \quad F_T = w_{\text{соп}} \dot{m}.$$

Горният израз е пряко следствие от постановките на Мещерски и Циолковски за движение на тяло с променлива маса.

Специфичният импулс като контролен параметър се определя с изрази:

$$(20) \quad I_y = \frac{F_T}{\dot{m} \cdot 10}.$$

На фиг. 5. е показано изменението на теглителната сила (растящата крива) и специфичният импулс на противорадовата ракета МТТ-9М. На фигурета се вижда и изменението на налягането получено при стендово изпитание.



Фиг.5. Изменение на теглителната сила и специфичния импулс на противорадовата ракета МТТ-9М

За проверка на достоверността на математичния модел са използвани данни за външната балистика на противорадовата ракета МТТ-9М. Единствената известна информация, която може да бъде използвана за проверка, е максималната скорост на гранатата, която се получава след ускоряването ѝ от реактивния двигател. За целта е достатъчно да се разгледа хоризонталното движение на гранатата, като се отчете въздушното съпротивление и се пренебрегне гравитацията. В такъв случай за определяне пътя на гранатата от закона за движение се получава изразът:

$$x_i = \frac{F_T - R_x}{m_{\Gamma pi}} \Delta t^2 + v_{i-1} \Delta t + x_i,$$

където:  $F_T$  е теглителната сила на реактивния двигател, определена с (19);  $R_x$  - силата на въздушното съпротивление;  $m_{\Gamma pi}$  - текущата стойност на масата на гранатата.

Скоростта на гранатата се определя съответно с израза:

$$v_i = \frac{F_T - R_x}{m_{\Gamma pi}} \Delta t + v_{i-1}.$$

Ключов момент от това изчисление е определянето на въздушното съпротивление. Началната скорост на гранатата е 0m/s, а максималната 540m/s, което означава, че по време на работа на реактивния двигател тя се движи с надзвучова скорост в скоростен диапазон, в който коефициентът на челно съпротивление се променя в тесен диапазон. При това положение можем да се възползваме от теорията на Сиачи [2] и да се работи със среден коефициент на челно съпротивление за посочения скоростен диапазон. Силата от въздушно съпротивление се определя с израза:

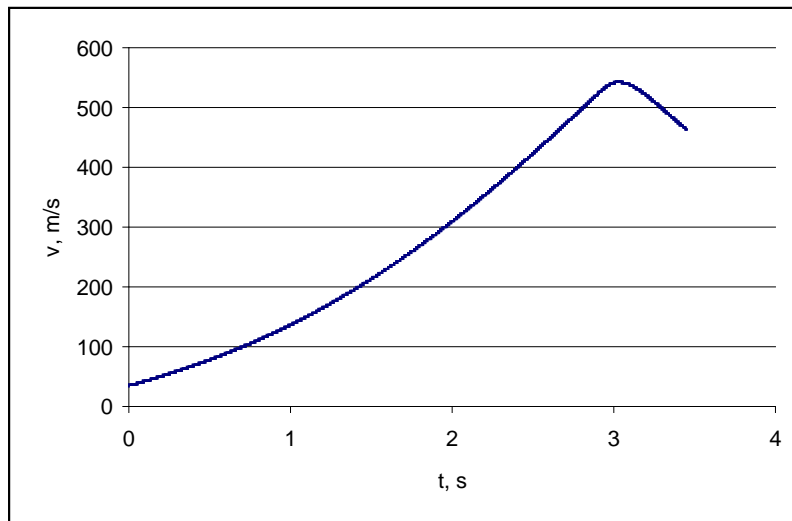
$$R_{xi} = f_{\Gamma p} \rho_{\text{въз}} \frac{v_{i-1}^2}{2} c_x,$$

където:  $f_{\Gamma p}$  е челната площ на гранатата;  $\rho_{\text{въз}}$  - плътността на въздуха;  $c_x$  - коефициент на челно съпротивление (0,645) [2].

От особена важност е да се отчете изменението на масата на гранатата вследствие на горенето на заряда, тъй като масата на последния е съизмерима с масата на гранатата.

Текущата стойност на масата на гранатата се определя с израза:

$$m_{Грi} = m_{Гр} - \sum dm_{соп} ,$$

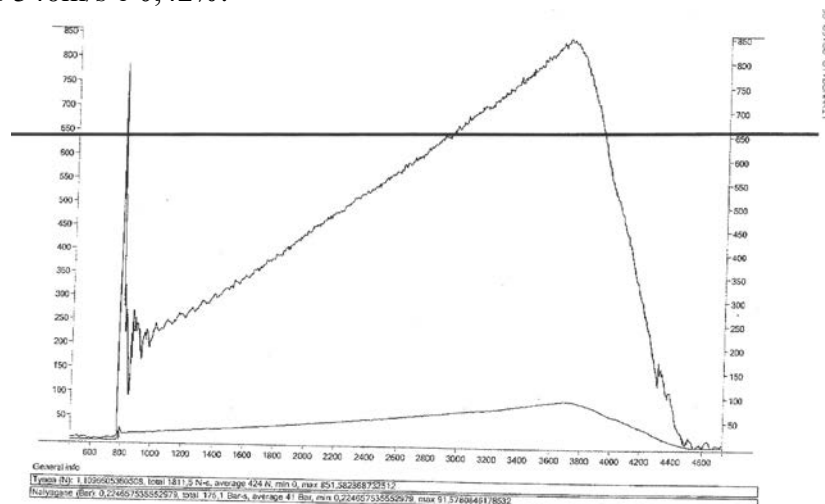


Фиг.6. Изменение на скоростта на противоградовата ракета МТТ-9М по време на ускоряването ѝ от реактивния двигател

където:  $\sum dm_{соп}$  е сумата от елементарните маси на газовете, изтичащи през соплото от началото на горене на заряда до текущия момент.

На фиг. 6. е показано изменението на скоростта на противоградовата ракета МТТ-9М по време на ускоряването ѝ от реактивния двигател.

От фигурата се вижда, че максимумът на кривата е около 550m/s. Точната изчислена стойност на скоростта е 542,95m/s, което ще рече, че разликата със заводската стойност 540m/s е 0,42%.



Фиг.7. Стойности на налягането и теглителната сила на противоградова ракета МТТ-9М получени при стендово изпитване. (Данните са предоставени и се публикуват с разрешението на ръководството на завод Дунарит-Русе)

Средната разлика между теоретичните (фиг. 3) и експерименталните (фиг. 7) резултати за налягането в камерата за основния интервал на горене на заряда (без догарянето) е около 8%, а максималната около 19%.

Средната разлика между теоретичните (фиг. 5) и експерименталните (фиг. 7) резултати за теглителната сила за основния интервал на горене на заряда (без догарянето) е около 5,2%, а максималната около 13,3%.

Показаните сравнителни резултати би трябвало да дават достатъчно основание да се признае за висока достоверността на представената методика за определяне на вътрешнобалистичните параметри на ракетните двигатели с твърдо гориво.

Научни новости:

1. Представено е ново уравнение за количествено и качествено описание на вътрешно балистичния процес (1).
2. Представана е методика за количествено и качествено описание на вътрешно балистичния процес протичащ в камерите на реактивните балистични двигатели (ракетни двигатели с твърдо гориво), без да се употребяват никакви относителни величини като: относително количество на изгорялото гориво  $\psi$ , относителна дебелина на горящия свод  $z$ , [3, 4]. и др.
3. Направени са сравнения на стойностите за налягането в камерата и теглителната сила на двигателя получени с представения математичен модел и такива получени чрез стендово изпитване. Сравнението доказва верификацията на математичния модел.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1]. Кувеко А. Е., Мирополски Ф. П. Внутренняя баллистика ствольных систем и ракетные двигатели твердого топлива. издание ВВИА Н. Е. Жуковского, 1987. 310 с.
- [2]. Коновалов А. А., Николаев Ю. В. Внешняя баллистика. 1979. 231 с.
- [3]. Мутафчиев М. Н. Математично моделиране на процесите, протичащи в цевните оръжия и топлинните двигатели, дисертация за получаване на научна степен „Доктор на техническите науки” София 2016.
- [4]. Никитин В. А., Швыкин Ю. С., Юрманова Н. П. Термодинамические основы внутренней баллистики, ТулГУ, Тула, 2004.

**Marian N. Mutafchiev**  
[Marian\\_mutafchiev@abv.bg](mailto:Marian_mutafchiev@abv.bg)

*TodorKableshkov University of transport, Transport Equipment Department  
158 Geo Milev Str , 1574 Sofia, BULGARIA*

**Abstract:** *Presentation of a detailed quasi stationary thermodynamic model of the internal ballistics process running in a relevant solid fuel engine. A new equation and methodology for its solution is presented as well as a comparison with experimental data proving the authenticity of the learned results.*

**Key words:** *internal ballistics, rocket engine with solid fuel.*