

МАТЕМАТИЧЕН МОДЕЛ НА ЕЛЕКТРОМАГНИТНИТЕ ПРОЦЕСИ В ИМПУЛСНИ СХЕМИ ЗА ПОСТОЯННО НАПРЕЖЕНИЕ

Петър Иванов
Lz1pgi@gmail.com

*Висше транспортно училище „Тодор Каблешков“
1574 София, ул. "Гео Милев" 158
БЪЛГАРИЯ*

***Ключови думи:** преобразуватели на постоянно напрежение; математичен модел; Буст преобразувател.*

***Резюме:** Импулсни схеми за постоянно напрежение преобразуват по големина напрежението, поради което се наричат понякога и „трансформатори на постоянно напрежение“. По-често срещаното им определение е като преобразуватели на постоянно напрежение (DC/DC converters).*

Основни елементи в импулсни схеми за постоянно напрежение са електронните ключове, които се реализират със съвременни полупроводникови елементи - MOS транзистори (NMOS или PMOS транзистори с индуциран канал), IGBT транзистори и др. Ключът в схемите се командва от система за управление, която чрез промяна на съотношението между времената на отворения и затворения ключ, осигурява стабилност на изходното напрежение.

В настоящата работа е направено математично описание на процесите в импулсните схеми, като е анализирана връзката между тях. За целта схемата се разглежда условно като съставена от две части (подсхеми). Едната съдържа товара, а другата включва ключовия елемент. Това разглеждане позволява да се анализира отражението на електромагнитните процеси, протичащи във втората подсхема, върху процесите в първата, и обратно. В работата са получени аналитични зависимости, чрез които могат да се оценят процесите в импулсните схеми. Изведените аналитични зависимости са приложени към схема на повишаващ (“Буст”) преобразувател на постоянно напрежение. Получените при изчисления в среда на Mathcad резултати са сравнени с тези, получени от симулация на схемата в Orcad PSpice. Установено е съвпадение на графичните зависимости.

Въведение

При аналитичното изследване на електромагнитните процеси в импулсните схеми за постоянно напрежение с ключови елементи е необходим адекватен математичен модел на силовите ключове [1,2]. При създаването му трябва да се отчете степента на влияние на отделните процеси и връзката между тях.

Математичното описание на електромагнитните процеси в импулсните схеми се прави в пространство на състоянията [3]. През периода на превключване се реализират различни конфигурации на схемата, които се описват с отделни системи

диференциални уравнения. Това позволява схемата да се раздели условно на две подсхеми, едната от които включва товара, а другата ключовия елемент.

На тази база, в настоящата работа е представен принципен математичен модел на схема на импулсен преобразувател, който е създаден при разделяне на изходната схема на две подсхеми. Направени са изводи относно отражението на електромагнитните процеси, протичащи в едната подсхема, върху процесите в другата. Изведените аналитични зависимости са приложени към схема на повишаващ (“Буст”) преобразувател [4,5]. Получените при изчисления в среда на Mathcad резултати, са сравнени с тези, получени от симулация на схемата в Orcad PSpice.

2. Математично описание в пространство на състоянията.

В пространство на състоянията импулсната схема се описва със система уравнения от вида:

$$(1) \quad \frac{d[X(t)]}{dt} = [A_i][X(t)] + [B_i][f(t)],$$

където:

$[X]$ е матрица на променливите на състоянието;

$[A_i]$ и $[B_i]$ са матрици на параметрите на елементите;

$[f(t)]$ е матрица на външните въздействия.

Ако изходната схема се представи като съвкупност от две вериги, едната от които съдържа ключовия елемент, а другата товара, то и система (1) може да се представи във вида:

$$(2) \quad \begin{bmatrix} \frac{d[X_1(t)]}{dt} \\ \frac{d[X_2(t)]}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{bmatrix},$$

където:

$X(t) = \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \end{bmatrix}$ е матрица на променливите на състоянието в двете подсхеми;

$f(t) = \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{bmatrix}$ е матрица от външните въздействия в двете подсхеми.

$[A_{ij}]$ и $[B_{ij}]$, $i=1,2$, $j=1,2$ са матрици от параметрите на елементите в двете подсхеми, които са постоянни величини.

Решението на (2) е от вида:

$$(3) \quad X_1(t) = e^{A_{11}t} X_{10} + \int_0^t e^{A_{11}(t-\tau)} [A_{12}X_2(\tau) + F_1(\tau)] d\tau,$$

$$(4) \quad X_2(t) = e^{A_{22}t} X_{20} + \int_0^t e^{A_{22}(t-\tau)} [A_{21}X_1(\tau) + F_2(\tau)] d\tau,$$

където:

$[X_{10}]$, $[X_{20}]$ са вектори на началните условия на променливите на състоянието в двете подсхеми;

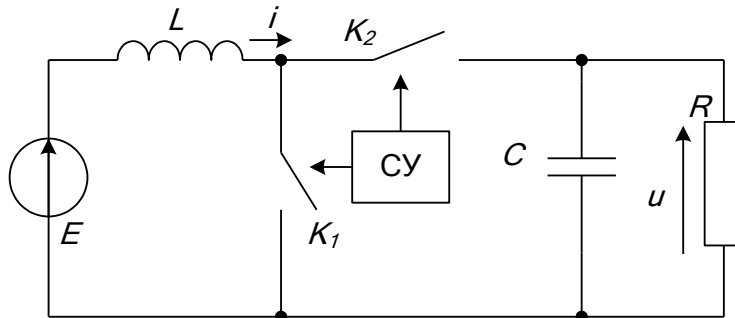
$$(5) \quad \begin{aligned} F_1(t) &= B_{11}f_1(t) + B_{12}f_2(t) \\ F_2(t) &= B_{21}f_1(t) + B_{22}f_2(t) \end{aligned}$$

$e^{A_{11}t}$ и $e^{A_{22}t}$ се изразяват чрез собствените стойности на матриците $[A_{ij}]$, $i=1,2$, $j=1,2$.

От уравнения (3) и (4) може да се оцени влиянието на електромагнитните процеси, протичащи във втората подсхема, върху процесите в първата и обратно.

3. Илюстративен пример:

Разглежда се повишаващ преобразувател на постоянно напрежение (Буст преобразувател), чиято схема е дадена на фиг.1. Принципната му схема се състои от електронни ключове, бобина и кондензатор, а изходното му напрежение е по-високо от захранващото.



Фиг.1. Повишаващ преобразувател на постоянно напрежение.

Ключовете K_1 и K_2 могат да се представят като идеални (S модел) или чрез RS модел (5), т.е. като превключвател със съпротивление.

За по-голяма точност е използван RS модел.

Ако ключ K_1 е отворен за време $nT \leq t \leq nT + t_1$, $n=0,1,2,\dots$, а за време $nT + t_1 \leq t \leq (n+1)T$ е затворен, то през първия интервал матриците са:

$$(6) \quad X(t) = \begin{bmatrix} i(t) \\ u(t) \end{bmatrix},$$

$$(7) \quad A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix},$$

$$(8) \quad B_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix},$$

Тук съпротивлението

$$(9) \quad R_1 = R_L + R_{K1},$$

Където:

R_L е съпротивление на бобината,

R_{K1} е съпротивление на ключа K_1 .

През втория интервал процесите се описват с матриците:

$$(10) \quad A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{R_2}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix},$$

$$(11) \quad B_2 = B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ L \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$(12) \quad R_2 = R_L + R_{K2}.$$

Решението на (1) е:

$$(13) \quad \begin{aligned} X(t) &= e^{A_1(t-nT)}X(nT) + A_1^{-1}(e^{A_1(t-nT)} - I)B_1E \\ X(t) &= e^{A_2(t-nT-t_1)}X(nT + t_1) + A_2^{-1}(e^{A_2(t-nT-t_1)} - I)B_1E \end{aligned}$$

Където:

A_1^{-1}, A_2^{-1} са инверсни матрици;

I е единична матрица;

$X(nT)$ е начално условие на вектора $X(t)$ за интервала $nT \leq t \leq nT + t_1$; и $X(nT + t_1)$;

$X(nT+t_1)$ е началното условие на вектора $X(t)$ за интервала $nT+t_1 \leq t \leq (n+1)T$

Началните условия $X(nT)$ и $X(nT + t_1)$ се определят от вектора $X(t)$ в края на съответните интервали:

$$(14) \quad \begin{aligned} X(nT + t_1) &= e^{A_1 t_1} X(nT) + A_1^{-1}(e^{A_1 t_1} - I) B_1 E \\ X((n+1)T) &= e^{A_2(T-t_1)} X(nT + t_1) + A_2^{-1}(e^{A_2(T-t_1)} - I) B_1 E \end{aligned}$$

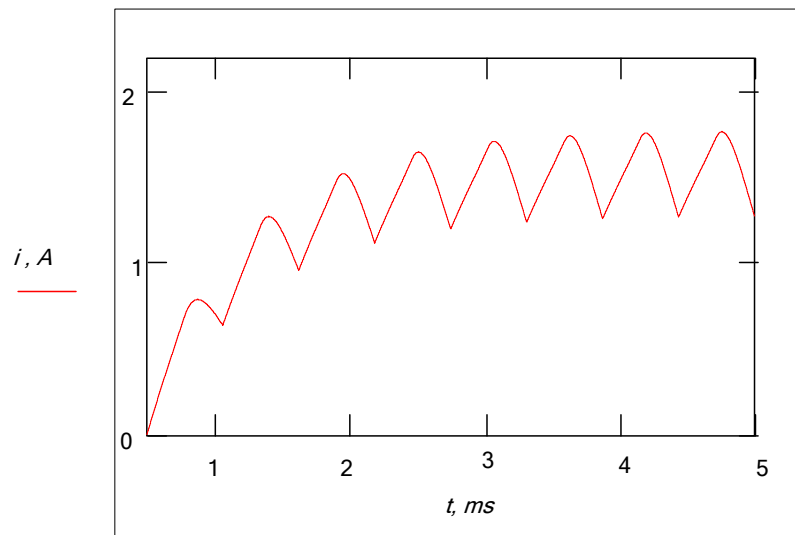
В стационарно състояние, $X(nT) = X((n+1)T)$. Използвайки това условие и уравнение (14) получаваме:

$$(15) \quad X(nT) = (I - e^{A_2(T-t_1)} e^{A_1 t_1})^{-1} [e^{A_2 t_1} A_1^{-1}(e^{A_1 t_1} - I) + A_2^{-1}(e^{A_2(T-t_1)} - I)] B_1 E$$

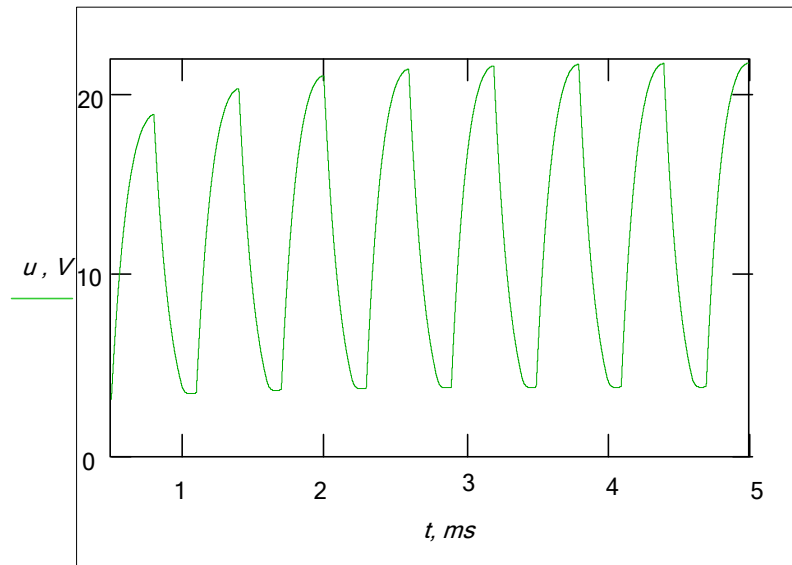
На база на уравнения (13), (14) и (15) са изчислени в среда на Mathcad уравненията на тока и напрежението от фиг.1 за следните стойности на параметрите на елементите:

$R_1=2\Omega, L_1=10\text{mH}, C_1=20\mu\text{F}, R_2=10\Omega, E_1=20\text{V}.$

Графиките са показани на фиг.2 и фиг.3.



Фиг. 2 Графична зависимост $i_L(t)$



Фиг. 3 Графична зависимост $U_c(t)$

Графичните зависимости от фиг.2 и фиг.3 съвпадат с тези, получени в [6], следствие симулация на работните процеси в Буст преобразувателя в Orcad PSpice.

4. Изводи

Изведените в работата аналитични зависимости описват електромагнитните процеси в импулсна схема с ключови елементи при постоянно напрежение. Приложени към схема на повишаващ преобразувател и изчислени за конкретни стойности на параметрите, те потвърждават данните, получени при симулация на схемата в среда на Orcad PSpice.

Литература

[1.] Чернева Г., П. Иванов. Подходи за моделиране на електронни схеми с ключови елементи. Научна конференция КЕИТ 2018, Списание "Механика, транспорт, ISSN 1312-3823, том 16,бр.3/2, стр VII-60- VII-66

[2.] Чернева Г. Симулация и изследване на хаотична синхронизация при нелинейно подвключване. Сп. Механика, транспорт, комуникации, ISSN 1312-3823, бр.2 2015, стр. XI-6- XI-11

[3.] Чернева Г. Изследване на устойчивост на процесите в система за фазова автоматична донастройка на честотата. XXI Международна научна конференция Транспорт 2013, сп. „Механика, транспорт, комуникации”, ISSN 1312-3823, бр.11/3, ч.2.2013, стр.XI-15 - XI-21. <http://www.mtc-aj.com/library/864.pdf>

[4.] Игнатов М., Ат. Маноилов, В. Лясков. Токозахранващи устройства, Техника, С., 2003. 258 стр.

[5.] Куцаров Ст. DC/DC Преобразуватели. Сп. Инженеринг ревю, бр.1,бр. 2/2006.

[6.] Иванов П. Моделиране и симулация на работните процеси в повишаващ преобразувател на постоянно напрежение. Национален младежки форум „Наука, технологии, иновации, бизнес”, 2019.

MATHEMATICAL MODEL OF ELECTROMAGNETIC PROCESSES IN DC PULSE CIRCUITS

Petar Ivanov
Lz1pgi@gmail.com

*Todor Kableshkov University of Transport,
Sofia, 158 Geo Milev Str.
BULGARIA*

Key words: *DC voltage converters; mathematical model; Boost Converter.*

Abstract: *Pulse voltage circuits convert the voltage to a large extent, which is sometimes referred to as "DC voltage transformers". Their more common definition is DC / DC converters.*

The main elements in pulse voltage circuits are the electronic switches, which are realized with modern semiconductor elements - MOS transistors (induced channel NMOS or PMOS transistors), IGBT transistors and others. The key in the circuits is commanded by a control system which, by changing the ratio between the open and closed key times, provides stability of the output voltage.

In the present work a mathematical description of the processes in the impulse circuits is made by analyzing the relation between them. For this purpose, the scheme is conventionally considered as being composed of two parts (sub-schemes). One contains the load and the other contains the key element. This study allows to analyze the reflection of the electromagnetic processes occurring in the second sub-scheme on the processes in the first and vice versa. Analytical dependencies are obtained in the work, which can evaluate the processes in the impulse circuits. The resulting analytical dependencies are applied to a circuit diagram of a boost ("Bus") DC voltage converter. The results obtained in the Mathcad environment were compared with those obtained from the simulation of the Orcad PSpice scheme. Coincidence of graphical dependencies was established.