

СИНТЕЗ НА ЕЛЕКТРИЧЕСКИ ВЕРИГИ В УСЛОВИЯ НА НЕОПРЕДЕЛЕНОСТ

Галина Чернева
cherneva@vtu.bg,

*Висше транспортно училище „Тодор Каблешков“
1574 София, бул. “Гео Милев” 158,
БЪЛГАРИЯ*

***Ключови думи:** електрическа верига, синтез, неопределеност, вариационен метод анализ, предавателна функция.*

***Резюме:** Математичният модел на електрическите вериги се представя в различна форма: чрез импулсната характеристика, предавателната функция, във вид на система от интеграло-диференциални уравнения. Задачата за синтез на веригата се свежда до непосредствено решаване на уравненията и определяне на параметрите на елементите ѝ, като е изпълнено условието за физическа реализуемост.*

При случайни изменения и неопределеност на входните данни, обаче, задачата за синтез на веригата може да бъде некоректна. Тогава трябва да се използва оптимален по сложност и точност математичен модел на веригата, който да бъде и физически реализуем.

В настоящата работа се предлага един подход за синтез на електрическа верига в условия на случайни изменения на входното въздействие. Използван е вариационният метод, като е дефиниран функционал, с който се описват качествените критерии на синтеза. Съгласно теорията на вариационното смятане са определени необходимите условия за екстремум на функционала. Получен е израз за предавателната функция на синтезираната верига, която зависи както от оптимизационния параметър, така и от случайните изменения на входното въздействие.

По предложената методика е определена предавателната функция на честотноселективна верига от първи ред при единичен входен сигнал. Изчисленията са направени в среда на Mathcad. Оценена е точността на метода. Получената грешка между действителните и изчислените стойности на параметрите на предавателна функция е от порядъка на 0,1%.

1. ВЪВЕДЕНИЕ В ПРОБЛЕМА

Анализът и синтезът на ЕВ са двата основни типа задачи, решавани в теория на веригите. Докато при анализа се анализират процесите при зададена структура и параметри на всички елементи във веригата, при синтеза се решава обратната задача [1]. Задачите за синтез се свеждат до определяне структурата на веригата и характеристиките на параметрите при известен закон на изменение на променливите.

Много често електрическата верига трябва да се синтезира като са известни

приблизителни стойности на входното въздействие. С известно приближение се задава и изходната реакция на веригата. Тогава задачата за синтез е поставена в условия на неопределеност, но при изискване синтезираната верига да бъде физически реализуема [2].

В работата е определена предавателната функция на електрическа верига в условия на неопределеност на входното въздействие. За целта е дефиниран функционал [3], в който е въведен оптимизационен параметър. По предложената методика са определени параметрите на нискочестотен филтър от първи ред при единичен входен сигнал. Оценена е точността на метода, като е показано, че грешката е в допустими граници.

2. ПОСТАНОВКА НА ЗАДАЧАТА

Поставена е задача да се синтезира ЕВ, за която приблизителните стойности на входното въздействие и изходната реакция са съответно $\tilde{x}(t)$ и $\tilde{y}(t)$, дефинирани в метричните пространства $[X]$ и $[Y]$. Следователно трябва да се определи нейния математичен модел, представен чрез импулсната характеристика или предавателната функция.

Известно е, че ако $x(t)$ и $y(t)$ са действителните стойности на входното въздействие и изходната реакция, а $h(t)$ е импулсната характеристика на веригата, то те са свързани помежду си с интеграла на Дюамел[1]:

$$(1) \quad y(t) = \int_0^t x(t-\tau)h(\tau)d\tau.$$

От друга страна предавателната функция на веригата $K(p)$ и импулсната ѝ характеристика са свързани с правото преобразуване на Лаплас [1]:

$$(2) \quad K(p) = \int_0^t h(t)e^{-pt} dt.$$

Тъй като е по-лесно да се синтезира ЕВ по предавателна функция, задачата за синтез може да се формулира във вида: *при известни приблизителни стойности на входното въздействие и изходната реакция на веригата, да се определи предавателната ѝ функция така, че да отговаря на условието за физическа реализуемост и да бъде оптимална, по предварително зададени критерии.*

Така формулирана, задачата за синтез е оптимизационна задача. Тя има екстремален характер, което определя вариационния подход за нейното решаване. В основата на този подход е дефинирането на функционал, с който се описват качествените критерии на синтеза и определяне ядрото на оптималния оператор, при който функционалът достига екстремум.

Необходимото условие за екстремум на функционала се изразява чрез теоремата на Ойлер [4,5], според която се определя първата вариация на функционала и се приравнява на нула. Достатъчните условия за максимум (минимум) на функционала са свързани с отрицателност (положителност) на втората му вариация.

Характерна особеност на оптимизационните задачи е, че екстремумът е условен, т.е. това е задача с ограничения [4,5]. В случая условията са свързани с физическата реализуемост на ЕВ и устойчивост на решението.

Условието за физическа реализуемост на ЕВ може да се представи във вида:

$$(3) \quad h(t) \rightarrow 0 \text{ за } t \rightarrow \infty; h(t) = 0 \text{ за } t < 0.$$

Действително, ако не е изпълнено условие (3), интеграл (1) може да бъде

разходящ и функцията $y(t)$ неограничена.

Освен физически реализуемо, решението на задачата за синтез на ЕВ трябва да бъде и устойчиво. В противен случай, неточността на изходните данни $\tilde{x}(t)$ и $\tilde{y}(t)$ ще доведе до голяма грешка.

В [3] като критерий за устойчиво решение е предложен функционала:

$$(4) \quad \Omega(h) = \alpha \int_0^{\infty} \left(\frac{dh}{dt} \right)^2 dt,$$

където $\alpha > 0$ е оптимизационен параметър, който отчита сложността на веригата.

3. КАЧЕСТВЕН ФУНКЦИОНАЛ И ПРОЦЕДУРА ЗА СИНТЕЗА

На база на въведените допълнителни условия (3) и (4) вариационната задача за синтез на ЕВ се свежда до: *в разглежданите метрични пространства $[X]$ и $[Y]$ да се синтезира ЕВ, чиято импулсна характеристика минимизира функционала:*

$$(5) \quad I = \int_0^{\infty} \left[\int_0^t \tilde{x}(t-\tau)h(\tau)d\tau - \tilde{y}(t) \right]^2 dt + \alpha \int_0^{\infty} \left(\frac{dh}{dt} \right)^2 dt \rightarrow \min.$$

Съгласно теоремата на Ойлер [4,5], се определя първата вариация на (5) спрямо $h(t)$ и се приравнява на нула.

След това се прилага правото преобразуване на Лаплас и след редица преобразувания, за предавателната функция на веригата се получава:

$$(6) \quad \tilde{K}(p) = \frac{\tilde{Y}(p)}{\tilde{X}(p)} \frac{\tilde{X}^2(p)}{\tilde{X}^2(p) + \alpha p^2}.$$

От израз (6) следва, че получената стойност за предавателната функция се различава от действителната с множителя

$$(7) \quad f(\alpha, p) = \frac{\tilde{X}^2(p)}{\tilde{X}^2(p) + \alpha p^2},$$

който зависи от оптимизационния параметър и случайните изменения на входното въздействие.

На база направените разсъждения се предлага следната процедура за синтез на ЕВ при неопределени входни въздействия.

1. Определят се операторните образи на входното въздействие и изходната реакция $\tilde{X}(p)$ и $\tilde{Y}(p)$ и се определя

$$(8) \quad \tilde{K}(p) = \frac{\tilde{Y}(p)}{\tilde{X}(p)}.$$

2. Апроксимира се (8) с отношение на полиноми от вида:

$$(9) \quad \tilde{K}(p) = \frac{P_m(p)}{Q_n(p)} = \frac{\sum_{k=0}^m a_k p^k}{\sum_{l=0}^n b_l p^l},$$

където $n \geq m$, за да бъде веригата физически реализуема..

3. Определят се коефициентите a_k и b_l от условието за най-добро средноквадратично приближение:

$$(10) \quad \left\| \tilde{K}(p) - \frac{P_m(p)}{Q_n(p)} \right\|^2 = \min .$$

Условие (10) се преработва във вида:

$$(11) \quad \left\| \tilde{K}(p) - \frac{P_m(p)}{Q_n(p)} \right\|^2 = \int_0^{\infty} R(p) [Q_n(p)\tilde{K}(p) - P_m(p)]^2 dp = \min .$$

където $R(p) = \frac{\rho(p)}{Q_n^2(p)}$;

$\rho(p)$ е тегловна функция.

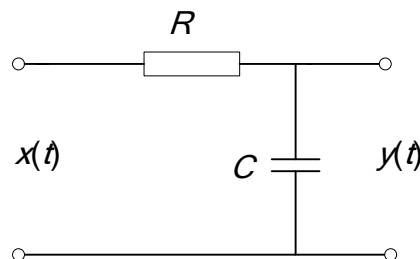
4. Определя се функцията $R(p)$ чрез итерация от вида:

$$(12) \quad R^\lambda(p) = \frac{\rho(p)}{[Q_n^{\lambda-1}(p)]^2} .$$

Итерацията започва от $m=0, n=1$. С увеличаване на порядъка λ се увеличава точността, но расте и сложността на веригата.

4. ИЗЧИСЛИТЕЛЕН ЕКСПЕРИМЕНТ

Въз основа на предложения подход и получените зависимости за синтез на електрически вериги в условия на неопределеност на входното въздействие, са направени изчисления в среда на Mathcad за нискочестотен филтър от първи ред (фиг.1) при единичен входен сигнал $x(t) = 1$ V.



Фиг. 1. Нискочестотен филтър от първи ред

Действителната стойност на предавателната функция е:

$$(13) \quad K(p) = \frac{K}{1 + pT} ,$$

където $K=1$ и $T=0,05$ s.

Изходният сигнал е от вида:

$$(14) \quad y(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T}} , \text{ V.}$$

Ако входният сигнал е

$$(15) \quad \tilde{x}(t) = 1 + \delta_x \sigma ,$$

където δ_x е вариация на входния сигнал, а σ е случайно число, равномерно разпределено в интервала $[-1,1]$, то изходният сигнал е:

$$(16) \quad \tilde{y}(t) = \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) (1 + \delta_y \sigma),$$

където δ_y е неговата вариация.

След реализация на описания алгоритъм при $\alpha = 10^{-4}$ и $\delta_x = \delta_y = 0,05$, е получено: $m = 0; n = 1; K = 1,0004; T = 0,05006$.

В резултат на изчисленията предавателната функция се получава:

$$(17) \quad \tilde{K}(p) = \frac{1,0004}{1 + p0,05006},$$

като грешката спрямо действителната стойност се получава по-малко от 0,1%.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложеният подход за синтез на електрически вериги в условия на неопределеност позволява да се получи и оптимизира физическа реализуема схемна функция на веригата при случайни изменения на входното въздействие. Полученият израз за предавателната функция на синтезираната верига зависи както от оптимизационния параметър, така и от случайните изменения на входното въздействие.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Чернева Г. Теоретична електротехника 1 част. Учебник. ВТУ, С. 2011г. ISBN 978-954-12-0195-4
- [2] Zeveke G, Analysis and Synthesis of Electric Circuits. Central Books Ltd.1980. 854 p
- [3] Izadian A. Fundamentals of Modern Electric Circuit Analysis and Filter Synthesis N.J.2000.
- [4] Треногин В.А. Функциональный анализ. М. Наука. 1980.
- [5] Васильев, Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. М. Наука. 2000.

SYNTHESIS OF ELECTRICAL CIRCUITS UNDER CONDITIONS OF INDETERMINATION

Galina Cherneva
cherneva@vtu.bg

*Todor Kableshkov University of Transport,
158 Geo Milev Str., 1574 Sofia,
BULGARIA*

Key words: *Electrical circuit, synthesis, indetermination, variation approach, transfer function.*

Abstract: *The mathematical model of the electrical circuits is represented in various forms: by the impulse response, the transfer function, in form of a system of integral-differential equations. The task of circuit synthesis is to immediately solve the equations and determine the parameters of the elements, in provided physical realizability.*

In case with random changes and uncertainties of the input signal, the circuit synthesis task may be incorrect. Then, an optimal by complexity and precise mathematical model of the circuit that is also physically realizable is needed.

The work proposes an approach for the synthesis of an electric circuit under conditions of random changes of the input impact. The variation method is used, defining a functional describing qualitative synthesis criteria. According to the theory of variance calculus, the necessary conditions for the extrema of the functional are determined. Expression for the transfer function of the synthesized circuit, which depends on both the optimization parameter and the random changes of the input signal.

The proposed methodology defines the transfer function of the first order frequency circuit in a single input signal. Calculations are made in Mathcad environment. The accuracy of the method has been assessed. The error between the actual and calculated values of the transfer function parameters is in the range of 0.1%.