

ДИНАМИЧЕН МОДЕЛ НА КЛИНОВ МЕХАНИЗЪМ С ОТЧИТАНЕ НА СИЛИТЕ НА ТРИЕНЕ

Тодор Тодоров Румен Николов* Александър Лилов*
tst@tu-sofia.acad.bg rnic@tu-sofia.acad.bg

*Технически университет – София, катедра “Теория на механизмите и машините”, *катедра “Механично уредостроене”, ул. “Кл. Охридски” 8, София 1797, БЪЛГАРИЯ*

Ключови думи: динамика, клинов механизъм, сили на триене, уравнение на Lagrange от втори род

Резюме: В статията е разгледан метод за динамично изследване на клинов механизъм. За целта е създаден реален динамичен модел чрез уравнението на Lagrange от втори род. Силите на триене са определени с помощта на метода на D’Alembert. Показана е практическата ползност на модела и са анализирани качествено получените резултати.

1. Въведение

В структурно отношение клиновият механизъм спада към четвърто семейство, защото броят на общите ограничения в движенията на звената е четири [1]. При този механизъм освен трите равнинни ограничения, е отнета и ротацията на звената около ос перпендикулярна на равнината на движение.

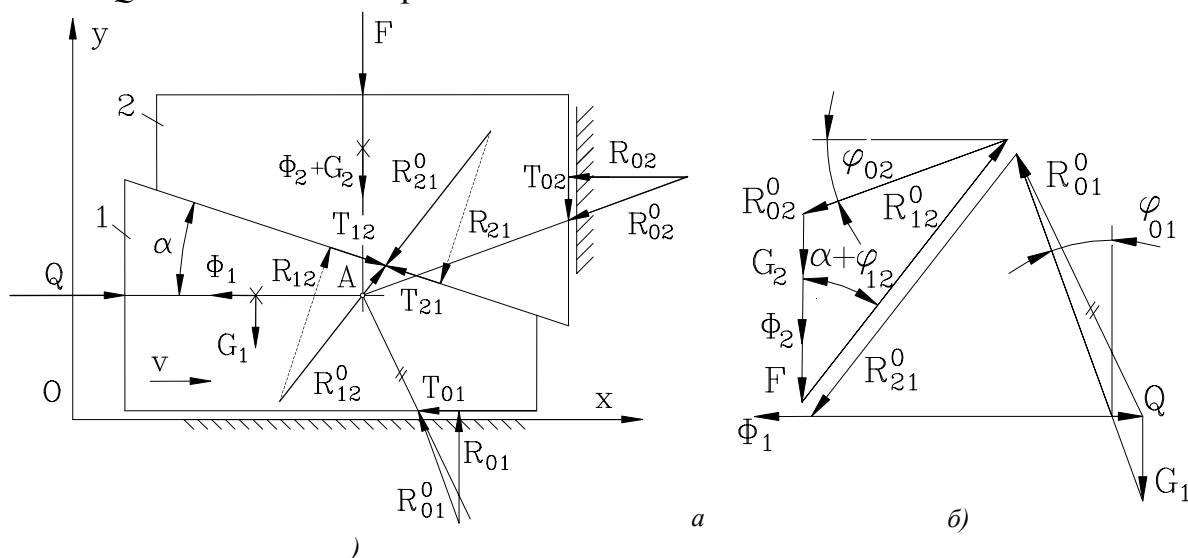
Малкият брой звена и простата конструкция на клиновия механизъм е причина за широкото му приложение, както в уредостроенето [2], [3], така и в силови механизми предназначени за преодоляване значителни натоварвания [4].

Въпреки посочените предимства, съществен недостатък са загубите от силите на триене, чието влияние е значително при клинови предавки, работещи в тежки динамични режими.

В настоящата работа са разгледани проблемите на динамичното моделиране на клинов механизъм, за случаите в които силите на триене е недопустимо да се пренебрегнат. Целта е да се създаде подходящ модел, който да послужи за база на адекватни изследвания при вземане на конструкторски решения.

2. Постановка на задачата

Кинематичната схема на клиновия механизъм е показана на фиг.1а. Прието е, че звено 1 (водещ клин) се премества хоризонтално надясно спрямо неподвижната координатна система Oxy със скорост $v_1 = \dot{x}$ под действието на силата Q . Звено 2 е натоварено с постоянната сила F .



Фиг. 1 Схема на клинов механизъм а) разположение на силите б) план на силите

Функцията на положението, която тук е зависимостта на вертикалното преместване y на клина 2 от обобщената координата x на звено 1 е

$$(1) \quad y = x \tan \alpha .$$

Прието е, че директрисите на външните сили преминават през масовите центрове на звената, от което следва, че инерционните сили Φ_1 и Φ_2 са колинеарни съответно със силите Q и F . Теглото G_2 на второто звено също има обща директриса с тази на Φ_2 и F , а теглото G_1 на водещия клин е ориентирано перпендикулярно спрямо силата Q .

На фиг. 1 са приети следните означения: R_{ij}^0 ($i, j=0, 1, 2$ и $i \neq j$) - реалната реакция с която звено i действа върху звено j ; R_{ij} - идеалната реакция с аналогично действие; T_{ij} - силата на триене, която звеното i упражнява върху звено j ; $\varphi_{ij} = \arctan \mu_{ij}$ - ъгълът на триене между реакциите \vec{R}_{ij}^0 и \vec{R}_{ij} ; μ_{ij} - коефициента на триене при плъзгане.

В съответствие с приетата схема на натоварване, след сумиране на \vec{G}_1 и \vec{R}_{01}^0 (фиг.1.б) може да се приеме, че на всяко от двете подвижни звена действат по три сили. За да бъдат и двете звена едновременно в равновесие, е необходимо силите да са конкурентни. Понеже директрисите на Q и F са зададени постоянни и пресичащи се в точка A , следва, че в тази точка трябва да се пресекат реалните

реакции на звено 2, сумарната сила $\vec{G}_1 + \vec{R}_{01}^0$ и реакцията \vec{R}_{21}^0 , както е показано на фиг. 1а.

Поставена е задачата за създаване на динамичен модел на реалния механизъм, с който да се изследва движението за определен интервал на изменение на обобщената координата. Приети са следните по-важни опростяващи предпоставки: механизмът притежава материална и силова равнина на симетрия; звената са с идеална геометрична форма; разликите между коефициентите на триене при покой и при плъзгане са пренебрежими.

3. Реален динамичен модел на клиновия механизъм

Клиновият механизъм е с една степен на свобода и постоянна първа предавателна функция, поради което движението му може да се опише с уравнение на Lagrange от втори род

$$(2) \quad m_r \ddot{x} = F_r + T_r,$$

където

$$(3) \quad m_r = m_1 + m_2 \tan^2 \alpha$$

е приведената маса,

$$(4) \quad F_r = Q - (F + G_2) \tan \alpha$$

е приведената активна сила,

$$(5) \quad T_r = -T_{01} - T_{12} \sin \alpha \tan \alpha - T_{21} \cos \alpha - T_{02} \tan \alpha$$

е приведената сила на триене, m_1 и m_2 са масите на звената 1 и 2.

Силите на триене се получават от кинетостатичните уравнения за двете звена, като се приеме, че законът за движение е известен [5],[6].

Първо е разгледано е равновесието на звено 2. От проекциите на силите по осите x и y е получена системата

$$(6) \quad \begin{cases} -R_{02} - R_{21} \sin \alpha + T_{21} \cos \alpha = 0 \\ -F + R_{21} \cos \alpha - T_{21} \sin \alpha - T_{02} - \Phi_2 - G_2 = 0, \end{cases}$$

от която след полагане на

$$(7) \quad T_{21} = \mu_{21} R_{21}$$

и

$$(8) \quad T_{02} = \mu_{02} R_{02}$$

е получено

$$(9) \quad R_{02} = \frac{(F + \Phi_2 + G_2)(\mu_{12} \cos \alpha - \sin \alpha)}{(\mu_{02} \mu_{12} - 1) \cos \alpha + (\mu_{12} - \mu_{02}) \sin \alpha}$$

и

$$(10) \quad R_{21} = \frac{(F + \Phi_2 + G_2)}{(\mu_{02} \mu_{12} - 1) \cos \alpha + (\mu_{12} - \mu_{02}) \sin \alpha}.$$

В горните изрази

$$(11) \quad \Phi_2 = m_2 \ddot{y}_2 = m_2 \ddot{x} \cot \alpha$$

е инерционната сила на второто звено.

Втората част на задачата на кинетостатиката касае динамичното равновесие на водещия клин 1. Отново силите са проектирани по двете координатни оси и е изведена системата

$$(12) \quad \begin{cases} -Q + R_{21} \sin \alpha - T_{21} \cos \alpha - T_{01} - \Phi_1 = 0 \\ R_{01} - R_{21} \cos \alpha + T_{21} \sin \alpha - G_1 = 0. \end{cases}$$

След като е взета предвид формула (7) и за силата на триене между стойката и звено 1 е извършена субституцията

$$(13) \quad T_{01} = \mu_{01} R_{01},$$

от системата (12) е намерено

$$(14) \quad R_{01} = \frac{(F + \Phi_2 + G_2)(\mu_{12} \tan \alpha - 1)}{(\mu_{12} - \mu_{02}) \tan \alpha + \mu_{02} \mu_{12} - 1},$$

$$(15) \quad Q = \frac{(F + \Phi_2 + G_2)[(\mu_{01} \mu_{12} - 1) \tan \alpha - \mu_{01} - \mu_{12}]}{(\mu_{12} - \mu_{02}) \tan \alpha + \mu_{02} \mu_{12} - 1} + \Phi_1 + \mu_{01} G_1,$$

където

$$(16) \quad \Phi_1 = m_1 \ddot{x}$$

е инерционната сила на звеното 1.

От формула (15), след нулиране на знаменателя, може да се изчисли граничната стойност на ъгъла α

$$(17) \quad \alpha_{\max} = \arctan \frac{1 - \mu_{02} \mu_{12}}{\mu_{12} - \mu_{02}},$$

при която настъпва заклиняване и движението става невъзможно.

Идеалните реакции от изразите (9), (10) и (14) са умножени по коефициентите на триене в съответствие с формули (7), (8) и (13) и резултатите са заместени във формула (5). След преобразуванията приведената сила на триене е представена във вида

$$(18) \quad T_r = (F + G_2) \tau_F + \mu_{01} G_1 + m_2 \ddot{x} \tau_m,$$

където

$$(19) \quad \tau_F = \frac{(-\mu_{01} - \mu_{02}) \cos^2 \alpha + \mu_{12} (\mu_{01} - \mu_{02}) \sin \alpha \cos \alpha - \mu_{12} + \mu_{02}}{\cos \alpha [(\mu_{12} \mu_{02} - 1) \cos \alpha + (\mu_{12} - \mu_{02}) \sin \alpha]},$$

$$(20) \quad \tau_m = \frac{\mu_{12} (\mu_{01} - \mu_{02}) \cos \alpha \sin^2 \alpha + (\mu_{01} + \mu_{02}) \sin \alpha \cos^2 \alpha - (\mu_{12} - \mu_{02}) \sin \alpha}{\cos^2 \alpha [(\mu_{12} \mu_{02} - 1) \cos \alpha + (\mu_{12} - \mu_{02}) \sin \alpha]}.$$

Резултатите от формули (3), (4) и (18) са заместени във диференциалното уравнение (2) и е получено

$$(21) \quad [m_1 + m_2 (\tan^2 \alpha + \tau_m)] \ddot{x} = Q - (F + G_2) (\tan \alpha + \tau_F) - G_1 \mu_{01}.$$

Въведени са означенията

(22)

$$m_T = m_2 \tau_m$$

(23)

$$m_r^T = m_r + m_T$$

(24)

$$F_T = (F + G_2) \tau_F$$

(25)

$$F_r^r = (F + G_2) \tan \alpha - G_1 \mu_{01}$$

(26)

$$F_r^T = F_r^r + F_T$$

и диференциалното уравнение (21) е преобразувано във вида

(27)

$$m_r^T \ddot{x} = Q - F_r^T.$$

Това уравнение има същия вид както уравнението на Lagrange, но тук при привеждането на масите и съпротивителните сили са взети предвид и загубите от силите на триене.

На практика силите Q и F може да бъдат функции на обобщената координата, първата ѝ производна и времето, което не променя общността на направените изводи.

4. Практическо приложение на реалния динамичен модел

Диференциалното уравнение (27) може да се използва за решаване на широк кръг задачи. Тук приложението му е илюстрирано със следния числен пример:

Даден е клинов механизъм с параметри: $\mu_{01} = 0.18$; $\mu_{12} = 0.1$; $\mu_{02} = 0.15$; $m_1 = 4,5$ kg; $m_2 = 2,3$ kg; $\alpha = 6^\circ$. Водещият клин се задвижва чрез обемен хидроцилиндър с линейна статична характеристика $Q = a - b\dot{x}$. Зададено е постоянно технологично натоварване $F = 110$ kN.

Да се определят параметрите a и b на характеристиката на хидроцилиндъра, така че след време $t_1 = 4$ s от старта, изпълнителният клин 2 да е изминал работния ход $h_2 = 0.025$ m и скоростта му в този момент да бъде $v_2 = 0.015$ m/s.

Статичната характеристика е заместена в уравнение (27) и е получено линейното нехомогенно диференциално уравнение

(28)

$$\ddot{x} + \frac{b}{m_r^T} \dot{x} = \frac{a - F_r^T}{m_r^T}.$$

При нулеви начални условия това уравнение има решение

(29)

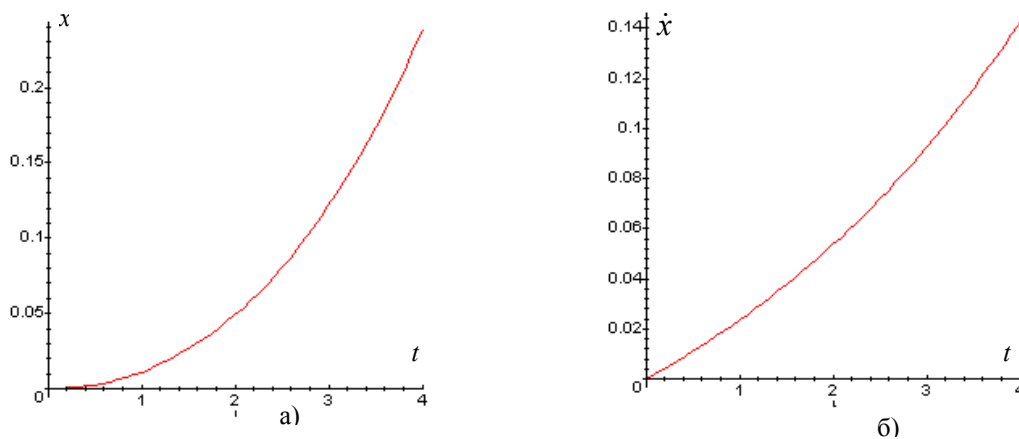
$$x = \frac{m_r^T (a - F_r^T)}{b^2} \left(e^{-\frac{b}{m_r^T} t} + bt - 1 \right),$$

от където след диференциране е намерена скоростта на началното звено

(30)

$$\dot{x} = \frac{a - F_r^T}{b} \left(1 - e^{-\frac{bt}{m_r^T}} \right).$$

От зададените ход и скорост на изходящото звено за входящото звено са пресметнати ходът $h_1 = \frac{h_2}{\tan \alpha} = 0,238$ m и скоростта $v_1 = \frac{v_2}{\tan \alpha} = 0.142$ m/s. Изчислени са $\tau_m = 0,0296$, $\tau_F = 0.282$, $m_T = 0.068$ kg, $m_r^T = 4,594$ kg и $F_r^T = 42584,8$ N. След заместване на граничните условия във формули (29) и (30) за $t = t_1$, $\dot{x} = v_1$ и $x = h_1$ е получена система, чието числено решение е $a = 42854,94$ N и $b = 1.16$ kg/s. Законите на преместването и скоростта във функция на времето с така получените резултати са показани на фиг. 2.



Фиг. 2. Характеристики на клиновия механизъм получени от задачата за динамичен синтез
а) преместване б) скорост на началното звено

Заклучение

Диференциално уравнение (27) е интересно за тълкуване от физическа гледна точка. То се отличава от уравнението на Lagrange само по вида на приведените параметри. Може да се каже, че силите на триене тук имат два вида действие - инерционно и активно. Първият вид въздейства на приведената маса, а вторият на приведената сила.

Показаният метод за динамичното моделиране с отчитане на силите на триене може да намери приложение и при други видове механизми, но сложността се повишава особено при нелинейни предавателни функции.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] КОНСТАНТИНОВ М., НЕДЕЛЧЕВ И., Теория на механизмите и машините, ДИ "Техника", София, 1964, стр. 5-29
- [2] КОПАНЕВИЧ Е. Г., Установочно-зажимни станочни приспособления в приборостроении, Издательство "Машиностроение", Москва, 1971, стр. 108-120
- [3] КУЗНЕЦОВ Ю. Н., ВАЧЕВ А. А., СЯРОВ С. П., ЦЪРВЕНКОВ А. Й., Само-настраивающися зажимные механизмы, Справочник, София, ДИ "Техника", Киев "Тэхника", 1988, стр. 175-179

- [4] ГОРОШКИН А., Приспособления за металорежещи машини, Справочник, ДИ “Техника”, 1982, стр. 203-206
- [5] ЛЕВИТСКИЙ Н. И., Теория маханизмов и машин, "Наука", Москва, 1979, стр. 214-230
- [6] ЛЕВИТСКАЯ О. Н., ЛЕВИТСКИЙ Н. И., Курс теории механизмов и машин, Москва, “Вышая школа”, 1978, стр. 77-78

DYNAMICAL MODEL OF COTTER MECHANISM TAKING IN ACCOUNT FRICTION FORCES

Todor Todorov Rumen Nicolov* Aleksander Lilov*

*Technical University of Sofia,
“Kl. Ohridski” St. 8, 1797 Sofia, BULGARIA*

Keywords: *dynamics, cotter mechanism, friction force, second kind Lagrange’s equation*

Summary: *A method of dynamical investigation of cotter mechanism is presented in this paper. For this purpose a realistic dynamical model is created using the second kind of Lagrange’s equation. The friction forces are determined by D’Alambert’s method. The practical utility of the model is shown and the obtained results of quantity have been analyzed.*