

СТОМАНОБЕТОННИ ЕЛЕМЕНТИ С КРЪГЛО НАПРЕЧНО СЕЧЕНИЕ, ПОДЛОЖЕНИ НА ОГЪВАНЕ – УСИЛИЯ В БЕТОНА И АРМИРОВКАТА

Димитър Хубчев
dhubchev@vtu.bg

**Висше транспортно училище „Тодор Каблешков“
София 1574, ул. „Гео Милев“ № 158
БЪЛГАРИЯ**

Ключови думи: стоманобетонни елементи с кръгло напречно сечение, граничната носимоспособност на нормални сечения, изливни пилоти

Резюме: Кръглото напречно сечение е често срещано при стоманобетонни елементи като колони на сгради, стълбове на мостове и изливни пилоти. Най-често при такива елементи надлъжната армировка е равномерно разпределена по периферията на напречното сечение. При елементи, работещи преобладаващо на огъване натисковата зона на бетона представлява кръгов сегмент. В случай на сложна форма на натисковата зона в EN 1992-1-1 се допуска приемането на правоъгълна диаграма на напреженията с намалена ефективна височина на натисковата зона и намалена ефективна якост на бетона.

Част от надлъжната армировка попада в натисковата зона и работи на натиск заедно с бетона, друга част работи на опън. Освен това деформациите в армировката, която се намира в близост до нулевата линия са еластични и нивото на напреженията е ниско, а в армировката, която е отдалечена от нулевата линия могат да се развият пластични деформации и напреженията в нея достигат до границата на провлачане.

Целите на настоящата публикация са:

- да се определят стойностите на надлъжната сила и огъващия момент в бетона и армировката във функция на отношението на височината на натисковата зона на бетона към полезната височина на напречното сечение и отношението на диаметъра, по който са разположени надлъжните пръти към диаметъра на кръглото напречно сечение;
- да се определят характеристиките на зоните, в които се развиват пластични деформации в армировката.

При проектирането трябва да се приемат неточности по отношение на напречното сечение на изливните пилоти и начините на бетониране, трябва също да се спазват допълнителни изисквания за надлъжната армировка и за частния коефициент за бетон.

Въведение

Кръглото напречно сечение се среща при елементи като колони, опори на мостове, пилоти. При сложна форма на натисковата зона в [1] се допуска да се използва правоъгълна диаграма на напрежения на бетона (фиг.1). Решението се извършва с намалена ефективна височина на натисковата зона λx и ефективна якост на бетона ηf_{cd} , като коефициентите λ и η се определят както следва (табл.1):

- за бетони с клас по якост на натиск $\leq C50/60$:

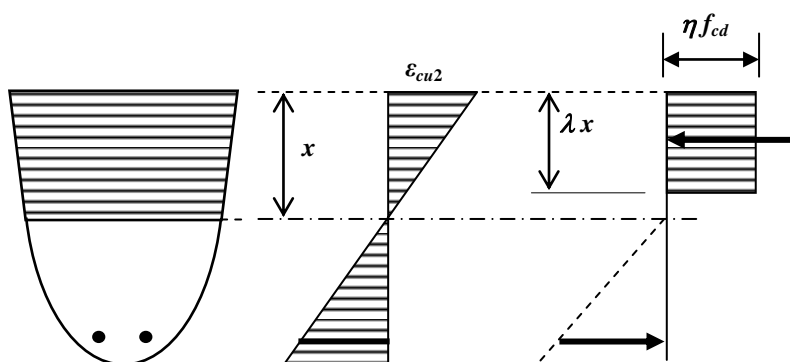
$$\lambda = 0,8;$$

$$\eta = 1,0;$$

- за бетони с клас по якост на натиск $> C50/60$

$$\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50)/400, \quad (f_{ck} \text{ в МПа});$$

$$\eta = 1,0 - (f_{ck} - 50)/200, \quad (f_{ck} \text{ в МПа}).$$



фиг.1 – Правоъгълна диаграма на напреженията на бетона

Таблица 1 – Стойности на коефициентите λ и η

Клас по якост на натиск	$\leq C50/60$	C55/67	C60/75	C70/85	C80/95	C90/105
λ	0,8	0,787	0,775	0,750	0,725	0,700
η	1,0	0,975	0,950	0,900	0,850	0,800

Съгласно [1] в случай, че широчината на натисковата зона намалява по посока на натиснатия ръб, стойността ηf_{cd} се намалява с 10%.

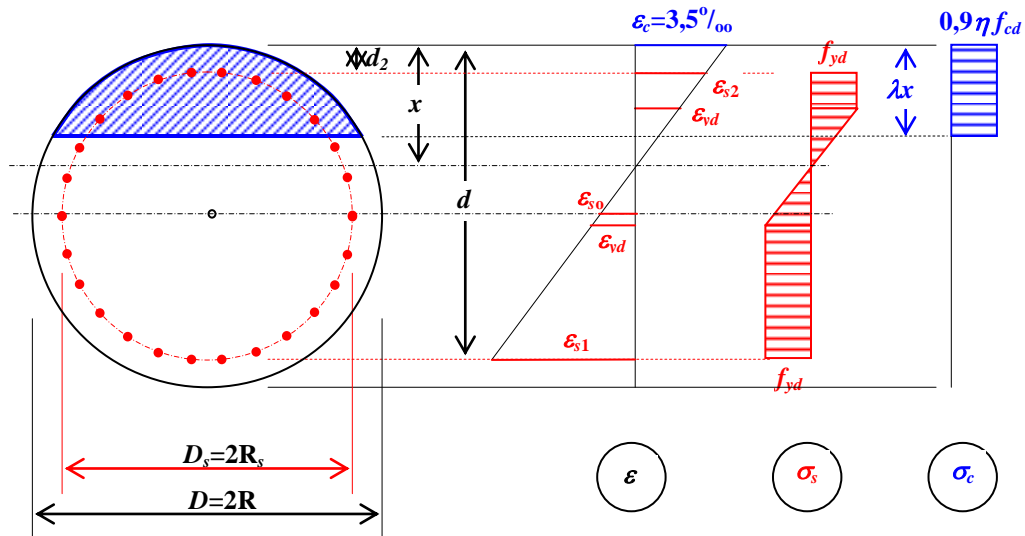
При изчисляване на изливни пилоти трябва да се отчитат неточностите по отношение на напречното сечение на изливните пилоти и начините на бетониране. В [1] се препоръчва диаметърът, използван при проектните изчисления на изливни пилоти без постоянно оставащ кофраж, се взема както следва:

- когато $D_{nom} < 400 \text{ mm}$ $D = D_{nom} - 20 \text{ mm};$
- когато $400 \leq D_{nom} \leq 1000 \text{ mm}$ $D = 0,95 D_{nom};$
- когато $D_{nom} > 1000 \text{ mm}$ $D = D_{nom} - 50 \text{ mm},$

където D_{nom} е номиналният диаметър на пилота.

При изчисляване на проектната носимоспособност на изливни пилоти без постоянно оставащ кофраж частният коефициент за бетон γ_c трябва да се умножи с коефициент $k_f = 1,1$. Минималният диаметър на надлъжните пръти не трябва да бъде по-малък от 16 mm. Светлото разстояние между прътите, мерено по периметъра на пилота, не трябва да надвишава 200 mm. За сондажно-изливни пилоти, чиито диаметри не превишават 600 mm, трябва да бъде предвидена надлъжна армировка с минимална площ 0,5% от площта на бетона.

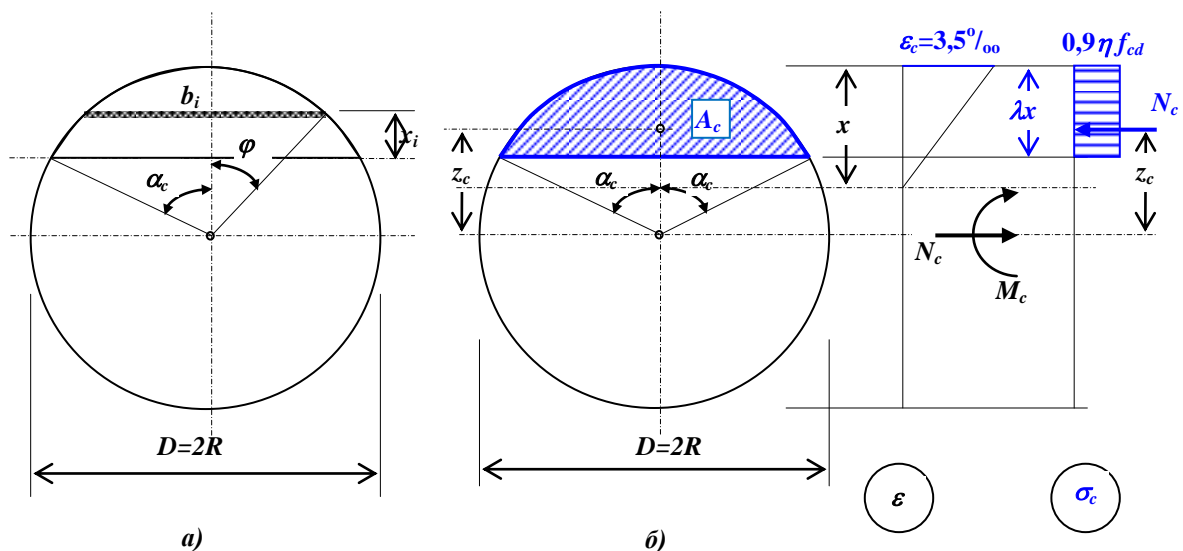
Обикновено част от надлъжната армировка попада в зони с деформации $\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd}$ ($\varepsilon_{yd} = f_{yd}/E_s$) и напреженията в тази армировка са равни на изчислителната граница на провлачане на армировката f_{yd} (фиг.2). Напреженията на армировката, попадаща в зоните с деформации $\varepsilon_s < \varepsilon_{yd}$ ще бъдат пропорционални на деформациите: $\sigma_s = \varepsilon_s E_s < f_{yd}$.



фиг.2 – Напрежения и деформации на бетона и армировката

1. Усилия в бетона

Натисквата зона, напрежения и деформации в бетона са показани на фиг.3.



фиг.3 – Натискава зона на бетона

Натисквата зона на бетона представлява кръгов сегмент с площ:

$$(1) \quad A_c = \int_0^x b_i dx_i = 2R^2 \int_0^{\alpha_c} \sin^2 \varphi d\varphi = \frac{R^2}{2} (2\alpha_c - \sin 2\alpha_c),$$

където:

- $b_i = 2R \sin \varphi$ (виж фиг.3а);
- $x_i = R(\cos \varphi - \cos \alpha_c)$;
- $dx_i = -R \sin \varphi d\varphi$;
- $2\alpha_c$ [rad] е централният ъгъл на дъгата на кръговия сегмент:

$$(2) \quad \alpha_c = \arccos\left(1 - \frac{\lambda x}{R}\right) \text{ (виж фиг.3).}$$

Натисковата сила в бетона е:

$$(3) \quad N_c = 0,9\eta f_{cd} A_c = 0,45\eta f_{cd} R^2(2\alpha_c - \sin 2\alpha_c).$$

Огъващият момент на усилията в бетона спрямо оста на елемента е:

$$(4) \quad M_c = N_c z_c,$$

където:

- z_c е разстоянието от оста на елемента до центъра на тежестта на кръговия сегмент:

$$(5) \quad z_c = \frac{S_c}{A_c} = \frac{2 R^3 \sin^3 \alpha_c}{3 A_c};$$

- S_c е статичният момент на натиснатата площ на бетона спрямо оста на елемента (виж фиг.3а):

$$(5a) \quad S_c = \int_0^x b_i (x_i + R \cos \alpha_c) dx_i = 2R^3 \int_0^{\alpha_c} \sin^2 \varphi \cos \varphi d\varphi = 2R^3 \frac{\sin^3 \alpha_c}{3}.$$

След заместване на (3) и (5) в (4) се получава:

$$(6) \quad M_c = 0,6\eta f_{cd} R^3 \sin^3 \alpha_c.$$

Минималната относителна височина на натисковата зона, при която може да се използва правоъгълната диаграма на напреженията в бетона е:

$$(7) \quad \xi_{\min} = \frac{x}{d} = \frac{3,5}{(25 + 3,5)} = 0,123.$$

2. Усилия в армировката при работата ѝ в еластичната област

Крайните и средните деформации на армировката са (виж фиг.2):

$$(8) \quad \left. \begin{aligned} \varepsilon_{s1} &= \frac{(d-x)}{x} 3,5 = \left(\frac{d}{x} - 1\right) 3,5 \left[\text{o/o} \right] \\ \varepsilon_{s2} &= \frac{(d_2-x)}{x} 3,5 = \left(\frac{d_2}{x} - 1\right) 3,5 \left[\text{o/o} \right] \\ \varepsilon_{so} &= \frac{\varepsilon_{s1} + \varepsilon_{s2}}{2} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{(знак "+" } \rightarrow \text{ опънни)} \\ \text{(знак "-" } \rightarrow \text{ натискови)} \end{array},$$

където:

- d_2 е най-малкото разстояние от оста на надлъжната армировка до ръба на напречното сечение на бетона (фиг.2);
- $d = D - d_2$ е полезната височина.

Когато $|\varepsilon_{s1}| \leq \varepsilon_{yd}$ и $|\varepsilon_{s2}| \leq \varepsilon_{yd}$ ($\varepsilon_{yd} = f_{yd}/E_s$), крайните и средните напрежения в армировката са:

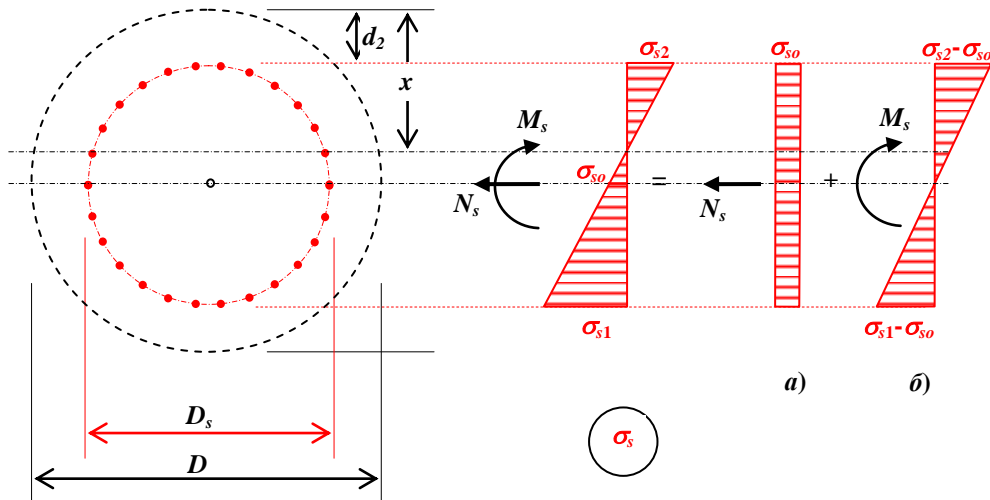
$$(9) \quad \left. \begin{aligned} \sigma_{s1} &= \varepsilon_{s1} E_s \\ \sigma_{s2} &= \varepsilon_{s2} E_s \\ \sigma_{s0} &= \varepsilon_{s0} E_s = (\sigma_{s1} + \sigma_{s2}) / 2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &(\text{знак "+"} \rightarrow \text{опън}) \\ &(\text{знак "-" } \rightarrow \text{натиск}) \end{aligned}$$

Равнодействащата на усилията в армировката може да се представи като сума от надлъжна сила N_s , приложена в оста на елемента (фиг.4а) и огъващ момент M_s (фиг.4б).

Надлъжната сила в армировката е:

$$(10) \quad N_s = \sigma_{s0} A_s,$$

където A_s е общата площ на напречното сечение на надлъжната армировка.



фиг.4 – Усилия в армировката – осова сила и огъващ момент

Напречното сечение на надлъжната армировка, ако тя е достатъчно гъсто разположена, може да се представи като кръгов венец с дебелина t :

$$(11) \quad t = \frac{A_s}{\pi D_s},$$

където D_s е диаметърът на окръжността, минаваща през осите на прътите на надлъжната армировка:

$$(12) \quad D_s = D - 2d_2.$$

Огъващият момент в армировката е:

$$(13) \quad M_s = \sigma_s W_s,$$

където:

$$- \quad \sigma_s = \sigma_{s1} - \sigma_{s0} = -(\sigma_{s2} - \sigma_{s0}) = \frac{\sigma_{s1} - \sigma_{s2}}{2};$$

- W_s е съпротивителният момент на кръговия венец на армировката:

$$(14) \quad W_s = \frac{I_{x-x}}{R_s} = t R_s^2 \pi;$$

- I_{x-x} е инерционният момент на кръговия венец спрямо ос, минаваща през центъра на напречното сечение на елемента:

$$(15) \quad I_{x-x} = 2 \int_0^{\pi} (R_s \cos \varphi)^2 t R_s d\varphi = t R_s^3 \pi;$$

- $R_s = D_s/2$ е радиусът на окръжността, минаваща през осите на надлъжната армировка.

3. Зони с пластични деформации в армировката

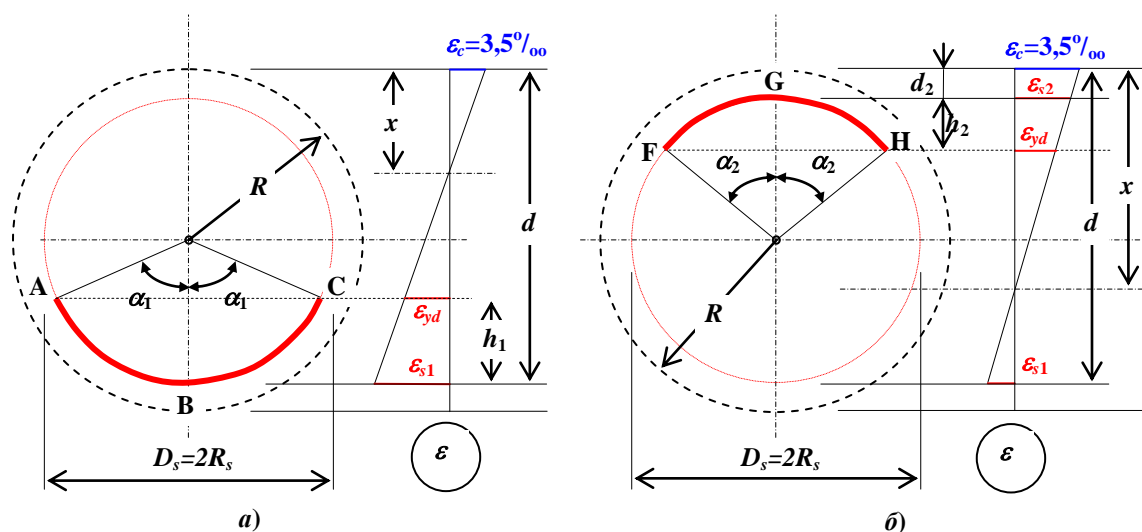
Частта от армировката, която е с опънни деформации $\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd}$ представлява сектор от кръгов венец ABC (фиг.5а) с височина h_1 (разстоянието от средата на дъгата т.В до хордата AC) и площ на напречното сечение A_1 :

$$(16) \quad h_1 = (d - x) \left(1 - \frac{\varepsilon_{yd}}{\varepsilon_{s1}} \right);$$

$$(17) \quad A_1 = 2\alpha_1 R_s t ,$$

където $2\alpha_1$ е централен ъгъл на сектора ABC (в радиани):

$$(18) \quad \alpha_1 = \arccos \left(1 - \frac{h_1}{R_s} \right) \text{ (виж фиг.5а).}$$



фиг.5 – Зони с пластични деформации в армировката

Таблица 1 - Стойностите α_c , α_1 , α_2 , ε_{s1} и ε_{s2} при $D_s/D = 0,8$

ξ	α_c	ε_{s1}	α_1	ε_{s2}	α_2	ξ	α_c	ε_{s1}	α_1	ε_{s2}	α_2
	[rad]	[‰]	[rad]	[‰]	[rad]		[rad]	[‰]	[rad]	[‰]	[rad]
0,15	0,670	19,83	2,353	-0,91	-	0,60	1,434	2,33	0,378	-2,85	0,754
0,20	0,778	14,00	2,122	-1,56	-	0,65	1,507	1,88	-	-2,90	0,815
0,25	0,876	10,50	1,920	-1,94	-	0,70	1,579	1,50	-	-2,94	0,873
0,30	0,967	8,17	1,732	-2,20	0,144	0,75	1,651	1,17	-	-2,98	0,928
0,35	1,052	6,50	1,550	-2,39	0,329	0,80	1,723	0,87	-	-3,01	0,982
0,40	1,133	5,25	1,367	-2,53	0,444	0,85	1,797	0,62	-	-3,04	1,033
0,45	1,211	4,28	1,176	-2,64	0,537	0,90	1,871	0,39	-	-3,07	1,083
0,50	1,287	3,50	0,969	-2,72	0,616	0,95	1,948	0,18	-	-3,09	1,131
0,55	1,361	2,86	0,726	-2,79	0,688	1,00	2,026	0,00	-	-3,11	1,179

Частта от армировката, която е с натискови деформации $|\varepsilon_s| \geq \varepsilon_{yd}$ представлява сектор от кръгов венец FGH (фиг.5б) с височина h_2 (разстоянието от средата на дъгата т.Г до хордата FH) и площ на напречното сечение A_2 :

$$(19) \quad h_2 = (x - d_2) \left(1 + \frac{\varepsilon_{yd}}{\varepsilon_{s2}} \right) \quad (\varepsilon_{s2} \text{ е със знак „-“});$$

$$(20) \quad A_2 = 2\alpha_2 R_s t ,$$

където $2\alpha_2$ е централен ъгъл на сектора FGH (в радиани):

$$(21) \quad \alpha_2 = \arccos\left(1 - \frac{h_2}{R_s}\right) \text{ (виж фиг. 5б);}$$

Стойностите на ъглите α_c , α_1 и α_2 и на крайните относителни деформации на армировката ε_{s1} и ε_{s2} за различни стойности на относителната височина на натисковата зона $\xi = x/d$ са дадени в таблица 1.

ЛИТЕРАТУРА

- [1]. БДС EN 1992-1-1. Еврокод 2: Проектиране на бетонни и стоманобетонни конструкции. Част 1-1: Общи правила и правила за сгради, 2005.
- [2]. Двайт, Г. Б. „Таблицы интегралов и другие математические формулы”, издателство „Наука”, Москва, 1973 г.

REINFORCED CONCRETE ELEMENTS WITH CIRCULAR CROSS-SECTION, SUBJECTED TO A BENDING – INTERNAL FORCES IN CONCRETE AND REINFORCEMENT

Dimitar Hubchev
dhubchev@vtu.bg

*Todor Kableshkov University of Transport,
 158 Geo Milev Street, Sofia 1574,
 BULGARIA*

Key words: *reinforced concrete structures with circular cross-section, ultimate moment resistance, cast-in-place piles*

Abstract: *Circular cross-section is common in reinforced concrete elements such as building columns, bridge supports and cast-in-place piles. Most often with such elements the longitudinal reinforcement is evenly distributed along the periphery of the cross-section. When the elements are subjected predominantly to bending, compression zone of concrete is a circular segment. In case of a complex shape of the compression zone according to EN 1992-1-1, it is acceptable to adopt a rectangular stress distribution with reduced effective height of the compression zone and with reduced effective strength.*

Part of the longitudinal reinforcement falls within the compression zone and works under compression together with the concrete, another part works on a tensile. Besides the deformations in the reinforcement, which is located near the neutral axis are elastic and the stress level is low, in reinforcement, which is away from the neutral axis can develop plastic deformation and the stress reach the yield strength.

The purposes of this publication are:

- to determine the values of longitudinal force and bending moment in concrete and reinforcement as a function of the ratio of neutral axis depth to effective depth of the cross-section and of the ratio of the diameter at which the longitudinal bars are located to the diameter of the circular cross-section;*
- to determine the characteristics of the zones where the deformations in the reinforcement are plastic.*

Uncertainties related to the cross-section of cast-in-place piles and concreting procedures shall be allowed for in design, additional requirements for longitudinal reinforcement and the partial factor for concrete must also be respected.