



СИНЕРГЕТИЧЕН ПОДХОД ПРИ МОДЕЛИРАНЕ НА ФАЗОВИ ПРЕХОДИ В ТРАНСПОРТНИ ПЪТНИКОПОТОЦИ

Галина Чернева, Христина Спиридонова
cherneva@vtu.bg, hristinaspiridonova@abv.bg

**Висше транспортно училище „Тодор Каблешков”
бул. Гео Милев 158, София
БЪЛГАРИЯ**

***Ключови думи:** пътничопоток, транспортни системи, синергетика, нелинейна динамична система, самоорганизация*

***Резюме:** Пътничопотоците в транспортни системи могат да се разглеждат като съвкупност от дискретни единици, извършващи преместване по определен канал в системата, т.е. това са транспортни потоци. Те зависят от много фактори – случайни, или определени от състоянието на транспортната система, които предизвикват различни флуктуации.*

В същото време пътничопотоците имат някои общи особености, определящи тяхната своеобразна регулярност (периодичност), като: вълни на съгъстяване и разреждане, периодичност през денонощието, седмицата и годината и др.

Ако се филтрират периодичните осцилации от данните, събрани от специално извършени за целта наблюдения, остава значителен „шум” (смущения), чиято природа е стохастична или динамична. Т.е. на фона на отбелязаните регулярности, в пътничопотока се наблюдават и признаци на случайно или детерминирано хаотично поведение. Между различните състояния (фази) се реализират преходи, които, при определени условия, могат да предизвикат процес на самоорганизация.

Споменатите особености на пътничопотока в транспортни системи позволяват той да се разглежда като сложна нелинейна динамична система (НДС) и да се изследва с утвърдените от синергетиката методи.

Въз основа на анализ на характерните особености на пътничопотоците в транспортни системи от синергетични позиции, в работата е предложен модел, чрез който могат да се изследват процеси на преходи и самоорганизация в тях.

1. ВЪВЕДЕНИЕ

За моделиране на транспортни потоци, към които се отнасят и пътничопотоците, се използват различни модели. Те се класифицират в зависимост от начина на представяне на изследваните процеси, типа на променливите и други критерии като: макроскопични [1,3], микроскопични [1,3], кинетични [2], стохастични [10] и др. Съществуват и такива, които разглеждат транспортния трафик като времеви ред [4] и го анализират с методите на нелинейната динамика.

За изследване на пътничопотоците в транспортни системи също са известни много модели [3,4,5]. Някои от тях използват аналитични зависимости от моделиране

на структури на системи за масово обслужване [3], други се базират на Поасоновия закон на разпределение [6], или, на база на теоремата на Такенс, прогнозираят развитието на пътничопотока, разглеждайки го като времеви ред [5].

От позициите на нелинейната динамика [8], пътничопотока може да се отнесе към дисипативните отворени неравновесни динамични системи, подложени на комплексното влияние на различни видове смущения [7]. При това еволюцията на системата е свързана както с периоди на неустойчивост, така и с квазиустойчиви състояния на пространствено-времето разпределение на елементите. Възникването на подобен род преходи от една фаза, респ. „структура“ към друга, по своите свойства е аналогично на преходите в състоянието на НДС при промяна на параметрите им – т.е. бифуркациите. Характерното за тези преходи е, че при тях може да настъпи процес на самоорганизация [2,9], т.е. по-усъвършенствана и организирана форма на взаимодействие на съставящите я структури.

Споменатите категории – система, устойчиво, неустойчиво състояние, самоорганизация, са понятия от синергетиката [9]. Чрез методологията на тази наука различни по природа нелинейни системи се описват и изследват с еднакви методи, благодарение на общите си закономерности.

Изложеното определя целта на настоящата работата – въз основа на анализ на характерните особености на пътничопотоците в транспортни системи от синергетични позиции, да се предложи модел, (във вид на НДС), чрез който да се изследват преходите и възможностите за самоорганизация, вследствие случайни смущения.

2. ХАРАКТЕРНИ ОСОБЕНОСТИ НА ПЪТНИКОПОТОЦИТЕ ОТ ПОЗИЦИИТЕ НА СИНЕРГЕТИКАТА

Дефиницията [5] за пътничопоток като съвкупност от движещи се по определен маршрут в дадено време хора, го определя като динамична система, чието състояние зависи еднозначно от съвкупност от величини в даден момент от времето. Тя е нелинейна.

Пътничопотока е отворена система, тъй като общият брой единици в него не е фиксиран. Това означава, че съществува обмяна на енергия, материя и/или информация с обкръжаващата го среда, което може да го изведе от равновесното положение, в което се намира.

От гледна точка на енергийното състояние, пътничопотока е дисипативна система. Състоянието на равновесие в него се поддържа от обмяната на енергия със средата, с което се компенсират дисипативните загуби.

Както във всяка реална НДС, в системата-пътничопоток съществуват паралелно ред и хаос, т.е. може да се наблюдава както регулярно, така и хаотично поведение. Регулярното е свързано със съществуващата периодичност в изменението на пътничопотока – напр. в определени часове на денонощието, дни от седмицата и т.н.

Следствие промяна на някои от параметрите на системата може да настъпи качествено изменение на променливите ѝ, а от там и на поведението ѝ - бифуркации, което да я доведе до хаотичен режим.

Пътничопотока е подложен и на различни външни смущения, предизвикани от редица случайни фактори. Те водят до флуктуации, които принципно се различават от вътрешните флуктуации, предизвикани от отклонението на динамичните променливи, и могат да доведат до значителни изменения в поведението на системата. Те имат мултипликативен характер и с нарастване на интензивността на външните въздействия, състоянието на пътничопотока се отдалечава от оптималното равновесно състояние.

Съгласно флукуационно-дисипативната теорема на Уелтън [8], флукуациите могат да приведат всяка система от неравновесно в друго равновесно състояние. Т.е. съществуват преходи от една фаза към друга. Те са свързани с постъпване на енергия или вещество отвън, при което системата спонтанно преминава в ново подредено състояние. Преходите се реализират при промяна на управляващия параметър на системата, когато той достига своята критична стойност.

Критичната стойност на управляващия параметър е функция на постъпващата в системата енергия и/или материя. При нея поведението на елементите на системата е съгласувано (кохерентно). Новото състояние на системата съществува само при определена интензивност на обмяната на енергия/вещество с обкръжаващата я среда.

При по-голяма интензивност на обмяна системата преминава през редица критични фазови преходи, в резултат на които се променя структурата ѝ.

Следствие наличието в НДС пътникопоток на условията: отвореност на системата; дисипативност; възникване на увеличаващи се флукуации; наличие на положителна обратна връзка; голям брой елементи (подсистеми), е възможно в нея да възникне процес на самоорганизация, т.е. спонтанно възникване на нови пространствено-времеви структури.

След изложените доказателства, че пътникопотокът се подчинява на законите на синергетиката, трябва да се избере адекватен математичен модел, чрез който да се изследват процесите на самоорганизация и еволюция.

Съгласно синергетичната теория за самоорганизацията [8,9], макроскопичното поведение на системата се описва освен от управляващ параметър и от параметри на реда. Параметрите на реда всъщност са тези променливи, които «подчиняват» отделни части на системата и определят поведението ѝ [9].

3. МОДЕЛИРАНЕ НА ПЪТНИКОПОТОКА КАТО НДС

За описание на пътникопотока от позициите на нелинейната динамика може да се използва математичен модел на НДС [8] от вида:

$$(1) \quad \frac{\partial X_i}{\partial t} = F_i \left[\left(X_1, \dots, X_n, x^j, t \right), \lambda_k \right],$$

където $X_i(x^j, t)$ е множеството на макроскопичните променливи на НДС като функция на пространствените координати x^j в j -мерно пространство и времето t ;

F_i - нелинейни функции

λ_k - управляващи параметри; k - пореден номер на параметъра;

$i = 1, 2, \dots, n$ - брой степени на свобода.

Когато се описва такава многокомпонентна система, каквато е пътникопотокът, трябва да се използва модел с по-висока размерност. Тъй като хаотичен режим е възможен при най-малко тримерна непрекъсната НДС, се използва системата на Лоренц [8]:

$$(2) \quad \begin{cases} \dot{x} = \sigma(y - x) \\ \dot{y} = \rho x - y - xz \\ \dot{z} = xy - \beta z \end{cases},$$

където σ , ρ и β са параметри, а $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ са променливи.

Въвежда се следното съответствие между променливите от (2) и характерни за пътникопотока, величини [3]:

$x(t)$ съответства на интензивност на пътникопотока;

$y(t)$ съответства на скорост на пътникопотока;

$z(t)$ съответства на плътност на пътничопотока.

С цел изследване на процесите на самоорганизация се използват методите на статистическата теория на откритите системи, чието базово уравнение е относно функцията на разпределение на променливите. За целта се въвеждат времена на релаксация на променливите съответно τ_x, τ_y, τ_z и система (2) се записва във вида:

$$(3) \quad \begin{cases} \dot{x} = -\frac{x}{\tau_x} + y \\ \dot{y} = -\frac{y_0 - y}{\tau_y} - g_y xz + g_x \sigma \xi(t) \\ \dot{z} = g_z xy - \frac{z}{\tau_z} \end{cases},$$

където g_x, g_y, g_z са коефициенти, отразяващи обратната връзка в системата,

y_0 е стационарната стойност, до която стига $y(t)$ за времето на релаксация.

За отчитане на външното въздействие се въвеждат:

$\xi(t)$ - източник на мултипликативни стохастични смущения,

σ - коефициент, отразяващ интензивността на флуктуациите от външните смущения, приет за управляващ параметър.

Разглежда се най-простия случай на смущения във вид на бял шум, за който $g_x = \sqrt{2}$ [10].

Целта е да се определи влиянието на външните смущения върху интензивността на пътничопотока, която в случая е приета за променлива на реда.

След редица преобразувания на система (3), с цел получаване на диференциално уравнение относно променливата $x(t)$, се стига до следния резултат:

$$(4) \quad \frac{dx(t)}{dt} = -x(t) \left[1 - \frac{1}{1+x^2(t)} y_0 \right] + \sigma \frac{x(t)\sqrt{2}}{1+x^2(t)} \xi(t) = f(x),$$

където:

$$(5) \quad f(x) = \frac{\partial V(x)}{\partial x},$$

$$(6) \quad V(x) = \frac{1}{2} \left[x^2 - y_0 \ln(1+x^2) \right].$$

Така система (3) се свежда до еднопараметрично стохастично уравнение от вида (4), което отчита въздействието на външни случайни смущения върху променливата на реда. Съгласно [7,10,12] решенията на (4) се определят от уравнението на Фокер-Планк, относно плътността на вероятността за преход в марковски процес:

$$(7) \quad \frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = -\nabla J(x,t),$$

където $\nabla \equiv \frac{\partial}{\partial x}$, а

$$(8) \quad J(x,t) = f(x)p(x,t) + \frac{\sigma^2}{2} \nabla \left[g_x^2 p(x,t) \right]$$

е поток на вероятностите.

Ако означим вероятността при установен режим на системата като

$$(9) \quad p_{CT}(x) = \lim_{t \rightarrow \infty} p(x,t),$$

то за нея потокът на вероятностите е:

$$(10) \quad J(x) = f(x)p_{CT}(x) + \frac{\sigma^2}{2} \nabla [g_x^2 p_{CT}(x)] = const.$$

Трябва да се има предвид, че под стационарно състояние на системата в случая се разбира не зависещо от времето решение на (4).

Екстремумът на функция (9) се определя от условието [10]:

$$(11) \quad f(x_{extr}) - \frac{\sigma^2}{2} g_{xextr} \left. \frac{\partial g_x}{\partial x} \right|_{x=x_{extr}} = 0,$$

от където се получава уравнението:

$$(12) \quad (x_{extr}^2 + 1)^3 - y_0(x_{extr}^2 + 1)^2 - 2\sigma^2(x_{extr}^2 + 1) + 4\sigma^2 = 0$$

От (12) следва, че за екстремната точка $x_{extr} = 0$ скоростта на потока е с критичната стойност:

$$(13) \quad y_{kp} = 1 + 2\sigma^2,$$

която е функция на интензивността на флукуациите от външни смущения.

Кривата с уравнение (13) ограничава отгоре областта на съществуване на нулев корен на (12).

Ако се анализира уравнение (12), освен нулевия корен, то има още два реални равни корена при дискриминанта

$$(14) \quad \sigma^4 - \sigma^2 \left[\frac{27}{2} \left(1 - \frac{y_0}{3} \right) - \frac{y_0^2}{8} \right] + \frac{y_0^3}{2} = 0.$$

Уравнение (14) определя крива $y_0(\sigma)$, която, съвместно с крива (13), дефинират устойчивата област на изменение на интензивността на пътничопотока в зависимост от флукуациите на външните смущения, изразени чрез управляващия параметър σ . В тази област, чрез изследване на относителния коефициент на порядък [10], определен чрез ентропията на системата, може да се установи зоната на порядък от по-висок клас.

4.ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Пътничопотокът се подчинява на общите закономерности на еволюцията на НДС, в хода на която той претърпява кардинални изменения, придобива нови свойства и структура. В него възниква самоорганизация, при която се разпада старата равновесна структура и се образува нова. Този процес може да се моделира чрез теорията на нелинейната динамика, като въз основа на синергетиката, се използва математичен модел на известна НДС. Предложеният модел на пътничопотока в транспортна система, реализиран на база системата на Лоренц, дава зависимост между интензивността му и флукуациите от външни смущения.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Стоилова В. Модели на трафик в автомагистралаи. Годишник ТУ София, т.63, кн.1, 2013, стр.63-79 (Stoilova V. Modeli na traffic v avtomagistrali. Godishnik TU Sofia, v.63/1, 2013, pp.63-79)
- [2] Prigogine I., Herman R. Kinetic theory of vehicular traffic. American Elsevier, N.Y. 1971.
- [3] Helbing D. Improved fluid-dynamic model for vehicular traffic. Phys. Rev.E. Vol.51.1995, pp.3163-3169.

- [4] Adewumi A., J. Kagamba, A. Alochukwu. Application of Chaos Theory in the Prediction of Motorised Traffic Flows on Urban Networks. *Mathematical Problems in Engineering*. V.2016, Article ID 5656734, pp. 15-31
- [5] Shu-Zhi Zhao, Tong-He Ni, Yang Wang, Janice P. Li Train station passenger flow study. *Proceedings of the Winter Simulation Conference*. 2000. pp1173-1177
- [6] Xiang-Tao Gao. A new approach to the prediction of passenger flow in a transit system. *Computers and Mathematics with Applications* 61/2011, pp. 1968–1974
- [7] Kolesnichenko A. Self-organizing of Synchronized Traffic Flows under Influence of Noise-induced Transitions. *IPM №57/2013*, pp.19-39.
- [8] Jackson E.A. *Perspectives of Nonlinear Dynamics*. Vol. I, II, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1990.
- [9] Haken H. *Synergetics. Introduction and Advanced Topics*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2004.
- [10] Olemskoi A. Theory of stochastic systems with singular multiplicative noise. *UFN*, 1998, Volume 168, Number 3, Pages 287–321
- [11] Shang P., M. Wanq S. Kama. Fractal nature of highway traffic data. *Computers and Mathematics with Applications* 54/2007, pp. 107–116
- [12] Тихонов В., Миронов М. Марковские процессы. М. Советское радио, 1977. (Tihonov V., Mironov M. Markov processes. M. Sovetskoe radio, 1977.)

SYNERGETIC APPROACH TO MODELING OF PHASE TRANSITIONS IN TRANSPORTATION PASSENGER FLOWS

Galina Cherneva, Hristina Spiridonova
cherneva@vtu.bg, hristinaspiridonova@abv.bg

Todor Kableshkov University of Transport
158, Geo Milev Str., 1574 Sofia,
BULGARIA

Key words: *passenger flow, transport systems, synergetic, nonlinear dynamical system, self-organising*

Abstract: *The passenger flows in transport systems can be viewed as a collection of discrete units, witch to moving a designated channel in the system, called transport flows. The passenger flows depend on many factors - random factors or factors determined by the state of the transport system. These factors generate various fluctuations.*

The passenger flows have some common characteristics: waves of compression and dilution, frequency during round the clock, week and year etc.

If filtered periodic fluctuations of the data remains considerable "noise" (interference), whose character is stochastic or dynamic, i.e. in the passenger flows are monitored signs of random or deterministic chaotic behavior. Between different states are realized transitions, which under definite conditions may induce a process of self-organization.

Those characteristics of passenger flows allow it to be viewed as a complex non-linear dynamic system (NDS) and to study with synergetic methods.

In the work is proposed a model which can be tested processes transitions and self-organization in them, based on the analysis of the characteristics of the passenger flows in transport systems of synergistic positions.