

МЕТОДИ ЗА АНАЛИЗ НА ЕЛЕКТРИЧЕСКИ ВЕРИГИ ПРИ ПРЕХОДНИ ПРОЦЕСИ, ИЗПОЛЗВАНИ ЗА ОБУЧЕНИЕ НА СТУДЕНТИ ПО ТЕОРЕТИЧНА ЕЛЕКТРОТЕХНИКА

Цветелина Богданова Симеонова

ts.b.simeonova@abv.bg

София 1574, ул. Гео Милев 158, ВТУ „Т. Каблешков”
БЪЛГАРИЯ

Ключови думи: електрически вериги, методи за анализ на електрически вериги, процеси и режими при електрически вериги

Резюме: Необходимо е опростено представяне на подходите за анализ на електрически вериги (ЕВ) с цел тяхното по-задълбочено възприемане от обучаемите. За решаването на една задача съществуват различни методи, описани в литературата. Изборът на метод се свежда до избор на най-подходящия метод за всеки конкретен случай. Независимо от използването на готови софтуерни продукти при решаването на задачи от теоретична електротехника (ТЕ), обобщеното познаване на методите за анализ на ЕВ улеснява тяхното използване. В процеса на обучението на студентите по теоретична електротехника е целесъобразно да се използва обобщена методика за последователното решаване и класифициране на задачите от отделните етапи на анализа на електрическа верига, с цел по-доброто прилагане от обучаемите на различните използвани методи, тяхното разграничаване и съответните преобразования на участващите величини при преходни процеси. Изложението включва същност, особености и приложимост на методите за анализ на ЕВ при преходни процеси. Представената работа не претендира за обзор на методите за анализ на ЕВ, а разглежда само най-приложимите за обучението от тях - класически и операторен методи. Методиката може да се използва за придобиване на най-общ поглед и да служи като ориентир в качеството си на допълнително помагало при решаване на задачи за анализ на ЕВ при преходни процеси.

1. ВЪВЕДЕНИЕ И ОГРАНИЧИТЕЛНИ УСЛОВИЯ

ЕВ е описана в литературата [1, 2, 3]¹. Приемаме следните ограничения:

- разглеждаме само задачите за анализ на линейни ЕВ със съсредоточени параметри; от променливотоковите ЕВ ще разглеждаме само еднофазните;
- величините и параметрите на елементите в ЕВ трябва да отговарят на условията при които се прилагат законите на Кирхоф; периодичните

¹ Режимите на работа на линейна ЕВ се определят от характеристиките на електромагнитните процеси в тях. При установените процеси токовете и напреженията във веригата запазват своя характер на изменение неограничено дълго време. Преходен процес (ПП) се нарича процесът, който възниква и се развива в ЕВ при преминаването ѝ от един установен режим в друг. Интегралните характеристики на електромагнитното поле са напрежение и ток и те са основните величини в една електрическа верига.

несинусоидални величини трябва да отговарят на условията за разложение в ред на Фурие.

За линейна ЕВ със съсредоточени постоянни параметри, ПП се описват с хомогенна или нехомогенна система обикновени диференциални уравнения (ДУ) с постоянни коефициенти. За целта се използват методи (табл. 2), като се отчитат топологията на ЕВ и характеристиките на елементите.

Определянето на тока (токовете) и напрежението (напреженията) са предмет на задачите на анализа на ЕВ (съгласно горните ограничения), които ще разгледаме последователно по отношение на условията в табл. 1.

Табл. 1. Условия при решаването на задачите за анализ на ЕВ.

1. Изменение на величините във времето		
1.1. Установен (стационарен) режим	1.2. Преходни процеси	
2. Изменение на честотата на величините		
2.1. Постоянни величини	2.2. Променливи величини	
	2.2.1. Периодични	2.2.2. Непериодични
	2.2.1.1. Синусоидални	2.2.1.2. Несинусоидални

Предложената методика се отличава с това, че използваните методи за анализ на линейна ЕВ са представени паралелно, за да могат студентите да вникнат по-добре в техните особености, в тяхното разграничаване, както и в съответните преобразования на участващите величини и параметри при преходни процеси.

Преимущества на методиката са в съкратеното проследяване на заложените в учебния материал [1, 2, 3] логически връзки (за краткост основните зависимости са представени в табличен вид), като този съкратен обзор, в аналитичен вид, дава логическата последователност като цяло и позволява бърза ориентация на студентите. По този начин студентите получават кратък цялостен ориентир в логиката на разсъждения за решаване на дадена задача, което позволява по-доброто прилагане от тях на различните използвани методи за анализ на ЕВ.

2. МЕТОДИ ЗА АНАЛИЗ НА ЛИНЕЙНИ ЕЛЕКТРИЧЕСКИ ВЕРИГИ

Най-подходящият метод за анализ на **линейни ЕВ** за всеки конкретен случай се избира в зависимост от: **конфигурацията, източниците и елементите на веригата.**

Най-простата ЕВ съдържа само един източник (на е.д.н. или на е.д.т.) и се състои само от един клон - в случай, че ЕВ включва повече от един контур, нейният анализ се свежда първо до опростяване на топологията чрез **еквивалентни преобразования** [1, 2] и след това използване на **основните закони** на ТЕ [1, 2]².

За анализа на сложни ЕВ се използват различни, подходящи за всеки конкретен случай, методи (подходи, принципи), а в някои случаи и комбинация от методи - най-приложимите от тях са показани в табл. 2, като за методите при преходни процеси са дадени тяхната същност и особености [1, 2].

Табл. 2. Методи за анализ на сложни ЕВ.

№	Инструменти	Същност, приложение, предимства, особености
1		Методи отразяващи топологията на ЕВ - Схемен (структурен) граф
2		Методи за анализ на ЕВ чрез система линейни алгебрични или интегро-ДУ - Метод с клоновите токове (основните закони), Метод с контурните токове, Метод с възловите потенциали
3		Методи за анализ на ЕВ чрез допълнителни техники, базирани на принципи и теореми - Метод на наслагването, Метод на еквивалентния генератор, Метод със сигналните графи, Теорема за взаимността, Теорема за компенсацията, Теорема за вариациите
4		Символичен метод за анализ на синусоидални величини

² Възможно е, по принцип, за анализ на такава ЕВ използване и на повечето от методите за анализ на сложни ЕВ. Също така, подходите за анализ на проста ЕВ се използват и при анализ на сложна ЕВ, но само те не са достатъчни.

5	Метод за хармоничен анализ на несинусоидални величини	
6	Методи и начини за изследване на преходни процеси	
6.1	Класически метод	Класическият метод за изследване на преходни процеси се основава на известния от математиката метод за интегриране на една нехомогенна система ДУ с постоянни коефициенти.
6.2	Операторен метод	Операторният метод е за изследване на преходни процеси; същността на метода е чрез подходяща трансформация (права и обратна) да се преобразува системата интегро-ДУ, които описват процесите във веригата. В резултат на преобразуването вместо търсените функции на времето (оригинали), се разглеждат функции на комплексната променлива (операторни образи). Използва се трансформация на Лаплас – <i>права</i> , когато функциите на времето t (оригинали) се преобразуват и на тях съответстват функции на комплексната променлива p (образ), както и <i>обратна</i> – на всяка функция на променливата p съответства функция на времето t . 1. Повечето математически операции, използвани при съставянето на системата интегро-ДУ, се опростяват. 2. Между образа и оригинала съществува право и обратно съответствие.
6.3	Интеграл на Дюамел	Чрез интеграла на Дюамел числено се изследват преходните процеси в линейни ЕВ при произволни входни сигнали. Представя се в различни форми, които зависят от използваната преходна величина. При определени условия може да се използва и за стационарен режим.
6.4	Метод с променливи на състоянието	Всички токове и напрежения във веригата се изразяват чрез определен брой величини (променливи на състоянието). Това са индуктивните токове и капацитивните напрежения, които определят енергийното състояние на веригата. Чрез променливите на състоянието могат да се определят величините на всички останали елементи във веригата.
6.5	Спектрален метод	Спектрален (честотен) метод базиран на трансформациите на Фурие, като входният сигнал може да е краткотраен импулс или друга неперiodична функция на времето. Предимство в сравнение с операторния метод е, че не се налага да се пресмятат корените на характеристичното уравнение.

3. ПРИЛОЖИМОСТ НА МЕТОДИТЕ ПРИ ПРЕХОДНИ ПРОЦЕСИ.

Преходен процес (ПП) е процесът³, който възниква в ЕВ при преминаването ѝ от един установен режим в друг. Анализът на ПП се извършва при две постановки - коректна (когато са в сила първи и втори закон на комутацията) и некоректна (тук няма да се разглежда).

Разглежда се **примерна задача**, като **компонентите на анализа** (фиг. 1) са⁴:

1. Схемата на ЕВ: като съвкупност от топология, параметрите на нейните елементи и входните величини (източниците на е.д.н./е.д.т.), свързани по определен начин. ПП се задава чрез допълнителен елемент във веригата (ключ).

Най-често използваните методи за анализ на ПП в ЕВ за целите на обучението са т.нар. **класически** и **операторен** методи за анализ (табл. 3). При тях преди всичко е необходимо определянето на т.нар. „независими начални условия (ННУ)”, въз основа на двете правила на комутация (при коректната постановка) [2, 3].

При операторния метод въз основа на ННУ се прави заместваща операторна схема, която описва ПП, като времето се отразява чрез въведения оператор.

При класическия метод: ННУ, стационарната и свободната съставки описват ПП. ННУ и стационарната съставка се определят при установен режим преди и след комутация. Свободната съставка се определя въз основа на описване на тока или напрежението във времето, свързано със съответния параметър на елемент и съответната зависима величина с нейното последващо полагане по правила в [2, 3].

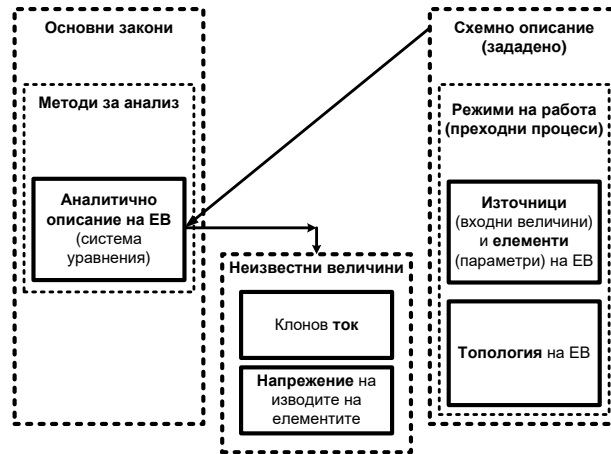
2. Система уравнения се съставя спрямо неизвестните клонови токове.

Системата се записва чрез метод за анализ, основан на законите за ЕВ на база на схемата и заложените данни, съответно за двата метода - табл. 2.

³ Преходният процес е процес във времето, като в ЕВ индуктивният елемент отразява наличието на магнитно поле (МП), а капацитивният елемент наличието на електрическо поле (ЕП). Тъй като изменението на ЕП води до изменение на МП (с времеви и пространствени връзки между тях), говорим за единно електромагнитно поле (ЕМП). Това води до невъзможността индуктивният елемент и капацитивният елемент да бъдат описвани във времето отделно и независимо от величините в ЕВ. Описването на напрежението на изводите на кондензатора е чрез капацитета и тока изменящ се във времето, а описването на тока през бобината е чрез индуктивността и напрежението изменящо се във времето, или чрез обратните зависимости (при линейни ЕВ).

⁴ Връзките между компонентите са представени опростено с цел нагледност (показани са обобщено само правите връзки).

3. Неизвестни са законите на изменение на клоновите токове и на напрежителните падове върху елементите в различните клонове на ЕВ за процеса след комутацията. **Неизвестните величини** (преходните функции) се определят (съгласно последователността, показана в табл. 4): - или директно от системата, която я отразява; - или една от друга чрез съответния закон и частта от схемата, която ги свързва.



Фиг. 1. Структура на зависимостите при задачите за анализ на ЕВ (при ПП).

Представянето на част от схемата от фиг. 1, т.е. връзката между **режим** и **начин** на задаване и представяне на величините (е.д.н. и е.д.т.) и параметрите, е дадено в табл. 3 (съгласно обозначенията от [1, 2, 3]), като е отчетена и спецификата на методите.

Табл. 3. Входни величини и параметри на елементите на ЕВ при анализ на ПП.

Елементи (параметри) и източници (величини)	ННУ и стационарна съставка при установени режими преди и след комутацията		Определяне на операторен образ при Операторен метод	Определяне на свободна съставка при Класически метод
	Установен режим с постоянни величини	Установен синусоидален режим		
Източник на е.д.н. (E) или източник на е.д.т. (J)	Постоянно е.д.н. E = A или Постоянен е.д.т. J = A A - стойност.	е.д.н. $e(t) = E_m \sin(\omega t \pm \varphi)$ или е.д.т. $j(t) = J_m \sin(\omega t \pm \varphi)$ Представя се в комплексен вид: експоненциален, тригонометричен или алгебричен.	За постоянна величина $E(p) = \frac{E}{p}, J(p) = \frac{J}{p}$ За синусоидална величина (при положителен ъгъл) $E(p) = \frac{p \sin \varphi + \omega \cos \varphi}{p^2 + \omega^2}$ $J(p) = \frac{p \sin \varphi + \omega \cos \varphi}{p^2 + \omega^2}$	За постоянна величина E = A, J = A За синусоидална величина $e(t) = E_m \sin(\omega t \pm \varphi)$ $j(t) = J_m \sin(\omega t \pm \varphi)$
Съпротивление проводимост	R/G; не се променя	R/G, не се променя	R/G, не се променя	R/G, не се променя
Индуктивност (L) на bobина	Съпротивлението е нула.	Реактивно съпротивление на bobина: $X_L = 2\pi \cdot f \cdot L$	Операторно съпротивление p.L, а при ненулеви ННУ се въвеждат допълнителни фиктивни източници с е.д.н. L. i _L (0)	Представя се като зависимост ⁴ : $u_L = L \frac{di_L}{dt}$ $i_L = \frac{1}{L} \int u_L dt$

Капацитет (C) на кондензатор	Съпротивлението е безкрайно голямо, прекъсва клона.	Реактивно съпротивление на кондензатор: $X_C = 1/2\pi.f.C$	Операторно съпротивление $1/p.C$, а при ненулеви ННУ се въвеждат допълнителни фиктивни източници с е.д.н. $\frac{u_C(0)}{p}$	Представя се като зависимост ⁵ : $i_C = C \frac{du_C}{dt}$ $u_C = \frac{1}{C} \int i_C dt$
-------------------------------------	---	---	---	--

Табл. 4. Методи за анализ на ЕВ при ПП (случай 1.2. от табл. 1)⁶.

1.2. Преходни процеси			
2.1. Постоянни величини		2.2. Променливи величини	
		2.2.1. Периодични	
		2.2.1.1. Синусоидални	
Класически метод	Операторен метод	Класически метод	Операторен метод
1. Определяне на ННУ (изследва се установен режим преди комутация) по методите от табл. 2.	1. Определяне на ННУ (изследва се установен режим преди комутация) по методите от табл. 2.	1. Определяне на ННУ (изследва се установен синусоидален режим преди комутация) по методите от табл. 2.	1. Определяне на ННУ (изследва се установен синусоидален режим преди комутация) по методите от табл. 2.
2. Определяне на стационарната съставка при установен режим след комутация по методите от табл. 2.	2. Съставяне на еквивалентна операторна схема на ЕВ след комутация (преминаване от оригинали към образи чрез права трансформация на Лаплас). ⁷	2. Определяне на стационарната съставка при установен синусоидален режим след комутация по методите от табл. 2.	2. Съставяне на еквивалентна операторна схема на ЕВ след комутация (преминаване от оригинали към образи чрез права трансформация на Лаплас). ⁶
3. Определяне на свободната съставка. а) Съставя се система ДУ относно търсената величина за време t след комутация, по метода с клоновите токове. Системата ДУ се преобразува в алгебрична. От преобразуваната система се определя характеристикното уравнение и се намират неговите корени, въз основа на които се определя вида на свободната съставка. б) Определяне на интеграционните константи чрез съставяне на система от ННУ и ЗНУ; ННУ се определя от т.1, а ЗНУ се определя от системата ДУ за момент $t = 0+$. в) Свободната съставка се определя въз основа на корените на характеристикното	3. Определяне на операторния образ на търсената величина по построената схема. Съставя се система уравнения относно търсените величини, които са функции на оператора p след комутация при установен режим; използват се методите на клоновите токове, на контурните токове или на възловите потенциали. ⁸ Образът на търсените величини (функции на p) трябва да се получи като отношение на два полинома на p .	3. Определяне на свободната съставка. а) Съставя се система ДУ относно търсената величина за време t след комутация, по метода с клоновите токове. Системата ДУ се преобразува в алгебрична. От преобразуваната система се определя характеристикното уравнение и се намират неговите корени, въз основа на които се определя вида на свободната съставка. б) Определяне на интеграционните константи чрез съставяне на система от ННУ и ЗНУ; ННУ се определя от т.1, а ЗНУ се определя от системата ДУ за момент $t = 0+$. в) Свободната съставка се определя въз основа на корените на характеристикното	3. Определяне на операторния образ на търсената величина по построената схема. Съставя се система уравнения относно търсените величини, които са функции на оператора p след комутация при установен режим; използват се методите на клоновите токове, на контурните токове или на възловите потенциали. ⁷ Образът на търсените величини (функции на p) трябва да се получи като отношение на два полинома на p .

⁵ след това се използва полагането: $\frac{d^k y}{dt^k} = \rho^k, \int y(t) dt = \frac{1}{\rho}$, където y е величината.

⁶ Заб.: **1.** За неперидични (случай 2.2.2. от табл. 2), за анализ се използва интеграл на Дюамел от табл. 2; **2.** В таблицата са описани стъпките на етапите при анализа за различните случаи при използването на Класическия метод и на Операторния метод; **3.** ННУ е „независими начални условия“; ЗНУ е „зависими начални условия“.

⁷ Ненулевите начални условия водят до появата на допълнителни източници на електродвижещо напрежение при представянето на реактивните елементи в операторен вид.

⁸ Основните закони за ЕВ в операторен вид, при нулеви начални условия, са аналогични на комплексния вид на тези закони за синусоидален режим.

уравнение, определения в т.а) вид и получените интеграционни константи.		уравнение, определения в т.а) вид и получените интеграционни константи.	
4. Получаване на окончателното решение като сума от свободната и стационарната съставка.	4. Намирането на оригинала на търсената величина се извършва чрез обратна трансформация на Лаплас, или чрез таблица на съответствията, или чрез теорема на разлагането [2, 3].	4. Получаване на окончателното решение като сума от свободната и стационарната съставка.	4. Намирането на оригинала на търсената величина се извършва чрез обратна трансформация на Лаплас, или чрез таблица на съответствията, или чрез теорема на разлагането [2, 3].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложената методика има за цел по-доброто прилагане от обучаемите на различните използвани методи за анализ на ЕВ, тяхното разграничаване и съответните преобразования на участващите величини и параметри при преходни процеси, въз основа на съкратено проследяване на заложените в учебния материал [1, 2, 3] логически връзки, като за краткост основните зависимости са представени в табличен вид.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Чернева Г., Теоретична електротехника ч.1, ВТУ „Т. Каблешков“, София, 2011.
 [2] Чернева Г., Теоретична електротехника ч.2, „Болдид-инс“, София, 2011.
 [3] Асенова И., Д. Данаилов, Г. Чернева, Методично ръководство за решаване на задачи и подготовка на курсови работи по Теоретична електротехника ч.2, ВТУ „Т. Каблешков“, София, 2013.

METHODS FOR ANALYSIS OF CIRCUITS IN TRANSITIONAL PROCESSES, USED TO TRAIN STUDENTS IN THEORETICAL ELECTRICAL ENGINEERING

Tsvetelina Simeonova
ts.b.simeonova@abv.bg

Todor Kableshkov University of Transport, Sofia 1574, 158 Geo Milev st.
BULGARIA

Key words: *circuits, methods of analysis of circuits, processes and regimes in electrical circuits*

Abstract: *It is a simplified representation of approaches for analyzing circuits for their in-depth perception of students. To solve a task, there are various methods described in the literature. The choice of a method is to select the most appropriate method for each case. Regardless of the use of ready-made software in resolving tasks of Theoretical Electrical Engineering, generalized knowledge of analysis methods for circuits facilitates their use. In the process of the training of the students in theoretical electrical engineering, it is appropriate to use the generalized methodology, consistent a process of solving and classification of the tasks of the different stages of the analysis of the circuit, in order to better implementation of the trainees of the different methods, their differentiation and corresponding transformations of the participating values during transients. The exhibition includes nature, special features and applicability of methods for analysis of circuits during transients. The presented work is not a review of the methods for analysis of circuits, and consider only the most relevant for training from them - classical and operator techniques. The methodology can be used to acquire the best overview and serve as a guide as an additional tool in solving problems for the analysis of electrical circuits during transients.*