

МЕТОДИ ЗА АНАЛИЗ НА ЕЛЕКТРИЧЕСКИ ВЕРИГИ ПРИ УСТАНОВЕН РЕЖИМ, ИЗПОЛЗВАНИ ЗА ОБУЧЕНИЕ НА СТУДЕНТИ ПО ТЕОРЕТИЧНА ЕЛЕКТРОТЕХНИКА

Цветелина Богданова Симеонова
ts.b.simeonova@abv.bg

София 1574, ул. Гео Милев 158, ВТУ „Т. Каблешков”
БЪЛГАРИЯ

Ключови думи: електрически вериги, методи за анализ на електрически вериги, процеси и режими при електрически вериги

Резюме: Необходимо е опростено представяне на подходите за анализ на електрически вериги (ЕВ) с цел тяхното по-задълбочено възприемане от обучаемите. За решаването на една задача за анализ на ЕВ съществуват различни методи, описани в литературата. Изборът на метод се свежда до избор на най-подходящия метод за всеки конкретен случай. В процеса на обучението на студентите по теоретична електротехника е целесъобразно да се използва обобщена методика за последователното решаване и класифициране на задачите от отделните етапи на анализа на електрическа верига, с цел по-доброто прилагане от обучаемите на различните използвани методи, тяхното разграничаване и съответните преобразования на участващите величини при установен режим.

Изложението включва същност, особености и приложимост на методите за анализ на ЕВ при установен (стационарен) режим. Разгледаните въпроси в работата не претендират за обзор на методите за анализ на ЕВ, а се разглеждат само най-приложимите за обучението от тях - анализ при постоянни величини и при променливи периодични величини (синусоидални и несинусоидални).

Представената методика може да се използва за придобиване на най-общ поглед и да служи като ориентир в качеството си на допълнително помагало при решаване на задачи за анализ на електрически вериги при установен режим.

1. ВЪВЕДЕНИЕ И ОГРАНИЧИТЕЛНИ УСЛОВИЯ

ЕВ е описана в литературата [1, 2]. Използваните термини са показани в табл. 1.

Табл. 1. Основни термини в електрическите вериги.

Основни термини в електрическите вериги				
Елементи (линейни) ¹		Величини	Параметри	Вид ²
активни	пасивни			
източник (генератор) на напрежение или на ток		напрежение, ток		идеални / реални; независими / зависими

¹ Нелинейни елементи са: електронни лампи, диоди, транзистори и др.

² Реалните елементи имат повече от един параметър.

	резистор		съпротивление (проводимост)	идеални
	кондензатор		капацитет	идеални
	бобина		индуктивност	идеални
	взаимноиндуктивен четириполусен елемент		взаимна индуктивност, индуктивности на двете бобини	идеални

Приемаме следните ограничения:

- разглеждаме само задачите за анализ на линейни ЕВ със съсредоточени параметри; от променливотоковите ЕВ ще разглеждаме само еднофазните;
- величините и параметрите на елементите в ЕВ трябва да отговарят на условията, при които се прилагат законите на Кирхоф; периодичните несинусоидални величини трябва да отговарят на условията за разложение в ред на Фурие.

Режимите на работа на линейна ЕВ се определят от времевите и честотни характеристики на електромагнитните процеси в тях. Ще разглеждаме стационарни установени режими.³

Определянето на тока (токовете) и напрежението (напреженията)⁴ са предмет на задачите на анализа на ЕВ (съгласно горните ограничения), които ще разгледаме последователно по отношение на условията в табл. 2.

Табл. 2. Условия при решаването на задачите за анализ на ЕВ.

1. Изменение на величините във времето			
1.1. Установен (стационарен) режим		1.2. Преходни процеси	
2. Изменение на честотата на величините			
2.1. Постоянни величини		2.2. Променливи величини	
		2.2.1. Периодични	2.2.2. Непериодични
		2.2.1.1. Синусоидални	2.2.1.2. Несинусоидални

2. МЕТОДИ ЗА АНАЛИЗ НА ЛИНЕЙНИ ЕЛЕКТРИЧЕСКИ ВЕРИГИ

Най-подходящият метод за анализ на **линейни ЕВ**, за всеки конкретен случай, се избира в зависимост от: **конфигурацията, източниците и елементите на веригата.**

В зависимост от конфигурацията, ЕВ са **прости** (едноконтурни) и **сложни** (многоконтурни).

Най-простата ЕВ съдържа само един източник (на е.д.н. или на е.д.т.) и се състои само от един контур. В случай, че ЕВ включва повече от един контур (при един източник), нейният анализ се свежда първо до опростяване на топологията на **схемата** (с компоненти: *клон, възел и контур*) чрез **еквивалентни преобразования** [1, 2] като се използват **еквивалентни схеми** и след това използване на **основните закони** за ЕВ [1, 2]⁵.

За анализ на сложни ЕВ се използват подходящи за всеки конкретен случай, методи (подходи, принципи), а в някои случаи и комбинация от методи - най-

³ При установените процеси токовете и напреженията във веригата запазват своя характер на изменение неограничено дълго време. Частен случай на установения режим е стационарният, когато токовете и напреженията, определени от генерираните във веригата сигнали, са постоянни или периодични функции на времето [1]. От гледна точка на вероятностните характеристики, процесите биват стационарни и нестационарни. Процесът е стационарен, ако всички средни стойности на статистическите характеристики не зависят от времето. Нестационарните процеси се разделят на различни групи според особеностите на тяхната нестационарност. Преходен процес е процесът, който възниква и се развива в ЕВ при преминаването ѝ от един установен режим в друг.

⁴ Интегралните характеристики на електромагнитното поле са **напрежение** и **ток** и те са основните величини в една електрическа верига (имат скаларен характер).

⁵ Възможно е, по принцип, за анализ на такава ЕВ използване и на повечето от методите за анализ на сложни ЕВ. Също така, подходите за анализ на проста ЕВ се използват и при анализ на сложна ЕВ, но само те не са достатъчни.

приложимите от тях са показани в табл. 3, като за **методите при установен режим** са дадени тяхната същност и особености [1].

Табл. 3. Методи за анализ на сложни ЕВ.

№	Инструменти	Същност, приложение, предимства, особености
1	Методи отразяващи топологията на ЕВ	
1.1	Схемен (структурен) граф	Схемен граф е съвкупност от върхове (възли) и свързващите ги ребра (клонове), която съответства на схемата на ЕВ и съответно отразява нейната топология. Използват се насочени и ненаочени графи.
2	Методи за анализ на ЕВ чрез система линейни алгебрични или интегро-диференциални уравнения	
2.1	Метод с клоновите токове (основните закони)	Съставяне на уравнения за клоновите токове по 1-ви и 2-ри закон на Кирхоф за независимите възли и контури на ЕВ, като броят на уравненията е равен на броя на независимите клонови токове. За контури с идеален източник на ток не се записват уравнения по 2-ри закон на Кирхоф.
2.2	Метод с контурните токове	Съставяне на уравнения за въведени (в независимите контури на ЕВ) контурни токове, за които се записват уравнения по 2-ри закон на Кирхоф (намирането на клоновите токове става чрез 1-ви закон на Кирхоф). Това позволява определянето на клоновите токове да става с по-малък брой уравнения, от броя на клоновите токове. За контури с идеален източник на ток в общия случай не се записват уравнения по 2-ри закон на Кирхоф, но в системата уравнения се отчитат падовете на напрежение свързани с тези контури.
2.3	Метод с възловите потенциали	Потенциалът на един възел се приема за равен на нула, като това не води до изменение на разпределението на клоновите токове в ЕВ, тъй като те не зависят от абсолютните стойности на възловите потенциали, а от тяхната разлика. За останалите възли се записват уравнения по 1-ви закон на Кирхоф за намиране на възловите потенциали (използва се обобщения закон на Ом за намиране на клоновите токове чрез възловите потенциали). Това позволява определянето на клоновите токове да става с по-малък брой уравнения, от броя на клоновите токове. Броят на уравненията намалява, ако във веригата има клонове с идеални източници на е.д.н.
3	Методи за анализ на ЕВ чрез допълнителни техники, базирани на принципи и теореми	
3.1	Метод на наслагването	Клоновият ток може да бъде представен като алгебрична сума от частните токове, дължащи се на действието на отделните източници в ЕВ. ⁶
3.2	Метод на еквивалентния генератор ⁷	а) базиран на теорема на Тевенен б) базиран на теорема на Нортън
3.3	Метод със сигналните графи	Сигналния граф е съвкупност от върхове (възли) и свързващите ги ребра (клонове) и представя връзката между променливите величини, която еднозначно определя системата уравнения, описваща ЕВ. ⁸
3.4	Теорема за взаимността	Теоремата е свързана със свойството обратимост на ЕВ и позволява да се опрости анализа [1].
3.5	Теорема за компенсацията	В една ЕВ всеки резистор със съпротивление R може да се замени с източник на е.д.н., равно на пада на напрежение върху съпротивлението и посока, обратна на тока през него.
3.6	Теорема за вариациите	Теоремата позволява да се определи изменението на тока и напрежението в клон от сложна ЕВ, когато съпротивлението R на клона се променя с фиксирана стойност.
4	Символичен метод за анализ на синусоидални величини	
4.1	Символичен метод	Състои се в замяна на действителните функции на времето, производните и интегралите им с техните комплексни образи при анализ на установен (стационарен) синусоидален режим. Това опростява математическите операции. Преобразуването е: <i>право</i> - преминаване от оригинал (моментна стойност) към комплексен образ (комплексна стойност) и <i>обратно</i> - преминаване от комплексен образ към оригинал.
5	Метод за хармоничен анализ на несинусоидални величини	

⁶ Това позволява определянето на клоновите токове да става чрез частни клонови токове дължащи се на самостоятелното действие на един източник. Анализът на сложна ЕВ се свежда до анализ на няколко прости ЕВ, като анализът се прави на части при което токовете и напреженията се определят значително по-просто.

⁷ Определя се токът в един клон на ЕВ, а останалата част от ЕВ се разглежда като активен двуполусник, който може да се замени с еквивалентен източник на **напрежение** (базиран на теорема на Тевенен) или с еквивалентен източник на **ток** (базиран на теорема на Нортън) когато се търси тока само в един клон на ЕВ.

⁸ Възлите съответстват на свободните членове в системата уравнения и на неизвестните величини в ЕВ; клоновете свързват възлите и имат посока, която показва как дадена величина зависи от останалите.

5.1	Хармоничен анализ	Анализът се прилага за периодични несинусоидални режими и се базира на принципа на наслагването - изследва се поотделно влиянието върху ЕВ на всеки хармоник от реда на Фурие, като се отчита, че реакцията на ЕВ по отношение на несинусоидалната величина е сума от реакциите на ЕВ по отношение на отделните хармоници.
6	Методи и начини за изследване на преходни процеси - Класически метод, Операторен метод, Интеграл на Дюамел, Метод с променливи на състоянието, Спектрален метод	

3. ПРИЛОЖИМОСТ НА МЕТОДИТЕ ЗА АНАЛИЗ ПРИ УСТАНОВЕН РЕЖИМ.

Разглежда се **примерна задача**, като **компонентите на анализа** (фиг. 1) са⁹:

1. **Схемата на ЕВ** като съвкупност от топология, елементи и източници, свързани по определен начин, като режимът на работа се задава чрез зададените въздействия на източниците. Разглеждаме само електродвижещи величини, които по характер са: постоянни, периодични синусоидални и периодични несинусоидални.

2. **Система уравнения** спрямо неизвестните клонови токове, записана чрез метод за анализ основан на законите за ЕВ. Система уравнения спрямо неизвестните клонови токове се записва на база на схемата и заложените данни.

3. **Неизвестните величини** (клонови токове и напрежения на елементите) се определят: - или директно от системата която я отразява; - или една от друга чрез съответния закон и частта от схемата, която ги свързва.

Табличното представяне на част от схемата от фиг. 1, т.е. връзката между режим и начин на задаване и представяне на **величините** (е.д.н. и е.д.т.) и **параметрите**, е дадено в табл. 4 (съгласно означенията от [1, 2]). Също така е отчетена и спецификата на символичния метод и на хармоничния анализ по отношение на величини и елементи.

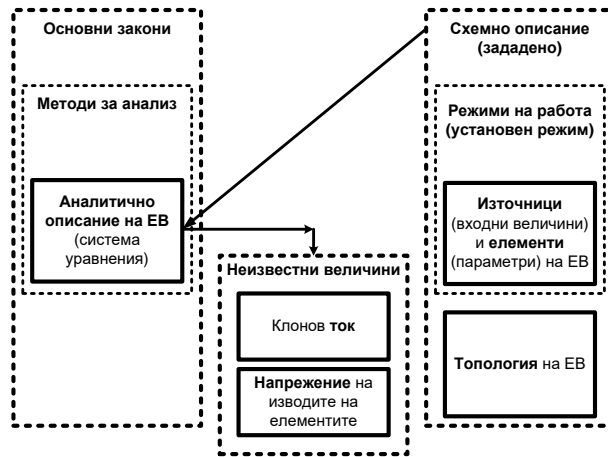
Табл. 4. Входни величини и параметри на елементите на ЕВ [1, 2].

Елементи (параметри) и източници (величини)	Установен режим с постоянни величини	Периодичен установен синусоидален режим	Периодичен установен несинусоидален режим
Източник на е.д.н. (E) или източник на е.д.т. (J)	Постоянно е.д.н. $E = A$ или постоянен е.д.т.; $J = A$ (A - стойност)	Синусоидално е.д.н. ¹⁰ $e(t) = E_m \sin(\omega t \pm \varphi)$ или синусоидален е.д.т. $j(t) = J_m \sin(\omega t \pm \varphi)$	Несинусоидални: е.д.н. или е.д.т. Разлага се в ред на Фурие ¹¹ , например: $s(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{km} \sin(n\omega t \pm \varphi_n)$
Съпротивление / проводимост	(R/G), не се променя	(R/G), не се променя	(R/G), не се променя
Индуктивност (L) на бобина	съпротивлението е нула	реактивно съпротивление на бобина; например: $X_L = 2\pi \cdot f \cdot L$	За нулев хармоник е нула и нараства с увеличаване на номера; например: За n - ти хармоник е $X_{L(n)} = n \cdot 2\pi \cdot f \cdot L$
Капацитет (C) на кондензатор	съпротивлението е безкрайно голямо, прекъсва клона	реактивно съпротивление на кондензатор: $X_C = 1/2\pi \cdot f \cdot C$	За нулев хармоник е безкрайно голямо и намалява с увеличаване на номера; например: ($X_{C(n)} = 1/n \cdot 2\pi \cdot f \cdot C$)
Взаимна индуктивност (M)	няма	реактивно съпротивление на взаимна индукция: $X_M = 2\pi \cdot f \cdot M$	За нулев хармоник е нула и нараства с увеличаване на номера; например: За n - ти хармоник е $X_{M(n)} = n \cdot 2\pi \cdot f \cdot M$
Комплексно съпротивление / проводимост	няма	- Комплексно съпротивление (Z), сума от активното и реактивното (X), $Z = R + j(X_L - X_C)$ - Комплексна проводимост (Y), сума от активната и реактивна проводимост (B), $Y = G + j(B_L - B_C)$	Разглежда се за всеки хармоник и се променя по установените правила [1, 2]. - комплексно съпротивление на n -ти хармоник ($Z_{(n)}$), сума от активното и реактивното ($X_{(n)}$), $Z_{(n)} = R + j(X_{L(n)} - X_{C(n)})$ - комплексна проводимост на n -ти хармоник ($Y_{(n)}$), сума от активната и реактивна проводимости (B), $Y_{(n)} = G + j(B_{L(n)} - B_{C(n)})$

⁹ Връзките между компонентите са представени опростено с цел нагледност (показани са обобщено само правите връзки).

¹⁰ Представя се в комплексен вид: експоненциален, тригонометричен или алгебричен.

¹¹ Най-общо с постоянна и синусоидални съставки.



Фиг. 1. Структура на зависимостите при задачите за анализ (при установен режим). Последователността (съгласно табл. 2) на приложимостта на използваните методи за анализ на сложна ЕВ при установен режим е показана в табл. 5.

Табл. 5. Приложимост на използваните методи (за случай 1.1 от табл. 2).

1.1. Установен режим		
2.1. Постоянни величини	2.2. Променливи величини	
	2.2.1. Периодични	
	2.2.1.1. Синусоидални	2.2.1.2. Несинусоидални
Метод/и описани в табл. 3: Етапи при анализа: 1. Определяне на клоновите токове и напрежения в ЕВ. Съпротивленията са: <ul style="list-style-type: none"> Индуктивно съпротивление, за постоянната съставка е нула ($U_L = 0$). Капацитивното съпротивление за постоянната съставка е безкрайно голямо ($I_C = 0$). Активното съпротивление не зависи от честотата и запазва своята големина. 	Символичен метод: Етапи при анализа: 1. Представяне в комплексен вид: - На зададените величини на ЕВ въз основа на тяхната моментна стойност. - Комплексното съпротивление има реална част, равна на активното съпротивление и имагинерна част, равна на реактивното съпротивление. 2. Определяне на комплексните стойности на клоновите токове и напрежения във веригата (съгласно някои от описаните в табл. 3 методи). 3. Представяне на търсената стойност на величината, получена в комплексен вид, във вид на моментна и ефективна стойност. При синусоидален режим практически приложение има и анализът с отчитане на индуктивни връзки. Анализът без отчитане на индуктивни връзки бе описан по-горе. Анализът с отчитане на индуктивни връзки се извършва също по символичния метод и има две разновидности: - с освобождаване от индуктивна връзка (само ако в ЕВ има триполюсно свързване на индуктивно свързаните намотки (бобини)), което води и до преобразуване на ЕВ, като верига без индуктивна връзка. - без освобождаване от индуктивна връзка (с нейното отчитане в системата уравнения) - прилага се метод от табл. 3 (метод с клоновите или контурни токове). ¹²	Хармоничен анализ: Етапи при анализа: 1. Разлагане на несинусоидалната функция на е.д.н. или е.д.т. в ред на Фурие. 2. Определяне на клоновите токове и напрежения в ЕВ за всеки един от хармониците в разложението (при самостоятелното му въздействие). На база на така определените хармоници, задачата се свежда до решаването на няколко задачи: За нулевия хармоник (постоянната съставка), ако има такъв, анализът се извършва като при постояннотоков режим (по методиката в т. 2.1), а за всички останали хармоници, анализът се извършва като при установен синусоидален режим (по методиката в т. 2.2.1.1). Активното съпротивление не зависи от честотата и е константа. За нулевия хармоник (постоянната съставка) индуктивното съпротивление е нула, а капацитивното съпротивление е безкрайност. За различните хармоници, при нарастване на поредния номер на хармоника: <ul style="list-style-type: none"> Индуктивното съпротивление расте и се определя по формула в зависимост от номера на хармоника. Капацитивното съпротивление намалява и се определя по формула в зависимост от номера на хармоника. 3. Определяне на резултантните клонови токове като сума от моментните стойности на отделните хармоници, както и на нулевия хармоник (постоянната съставка). 4. Определяне на ефективната стойност на всеки клонов ток.

¹² При използването на метод с клоновите токове, по 1-вия закон на Кирхоф наличието на индуктивна връзка не се отразява на съставените уравнения. По 2-рия закон на Кирхоф в уравненията се отчита взаимноиндуктивния пад на напрежение в комплексното съпротивление на индуктивната връзка.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методиката има за цел по-доброто прилагане от обучаемите на различните използвани методи за анализ на ЕВ, тяхното разграничаване и съответните преобразования на участващите величини и параметри при установен режим, въз основа на съкратено проследяване на заложените в учебния материал [1, 2] логически връзки, като за краткост основните зависимости са представени в табличен вид.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Чернева Г., Теоретична електротехника ч.1, ВТУ „Т. Каблешков”, София, 2011.
[2] Асенова И., Д. Данаилов, Г. Чернева, Методично ръководство за решаване на задачи и подготовка на курсови работи по Теоретична електротехника ч.1, ВТУ „Т. Каблешков”, София, 2013.

METHODS FOR ANALYSIS OF CIRCUITS IN ESTABLISHED REGIME, USED FOR TRAINING OF STUDENTS IN THEORETICAL ELECTRICAL ENGINEERING

Tsvetelina Simeonova
ts.b.simeonova@abv.bg

*Todor Kableshkov University of Transport
Sofia 1574, 158 Geo Milev st.
BULGARIA*

***Key words:** circuits, methods of analysis of circuits, processes and regimes in electrical circuits*

***Abstract:** It is a simplified representation of approaches for analyzing circuits for their in-depth perception of students. To solve a task of analysis of the circuits, there are various methods described in the literature. The choice of a method is to select the most appropriate method for each case. In the process of training of the students in theoretical electrical engineering, it is appropriate to use generalized methodology consistent solution and classification tasks of the different stages of the analysis of the circuit in order to better implementation of the trainees of the different methods, their differentiation and corresponding reforms participating variables in steady state. The exhibition includes nature, special features and applicability of analytical methods of a circuit at steady state. The issues dealt with in the work are not intended to review the methods of analysis of a circuits and considered only the most relevant for the training from them - analysis of constants magnitudes and of modifiable periodic magnitudes (sinusoidal and non-sinusoidal). The presented methodology can be used to acquire the best overview and serve as a guide as an additional tool in solving problems for the analysis of electrical circuits in established regime.*