

---

## **ИЗСЛЕДВАНЕ ПРИНУДЕНИТЕ ПРОСТРАНСТВЕНИ ТРЕПТЕНИЯ НА МАШИНЕН АГРЕГАТ "ЕЛЕКТРОДВИГАТЕЛ-КОМПРЕСОР"**

**Анастас Иванов Иванов, Пенко Цветков Петков**  
[aai2010@abv.bg](mailto:aai2010@abv.bg), [ppetkov@vtu.bg](mailto:ppetkov@vtu.bg)

**Висше транспортно училище „Тодор Каблешков”  
1574 София, ул. „Гео Милев” 158  
БЪЛГАРИЯ**

**Ключови думи:** *принудени пространствени трептения, машинен агрегат, хистерезис, демпфериране, виброизолиране, числено решение, MatLab*

**Резюме:** *В работата са изследвани принудените пространствени трептенията на машинен агрегат „електродвигател-компресор”, монтиран към прикачните вагони на електрическите мотрисни влакове от тракцията на “БДЖ” ЕАД. Целта на работата е да се определят параметрите на виброизолацията на агрегата, който е окачен на три вертикални носачи към рамата на железопътен вагон. В горния край на всеки носач е конструиран виброизолиращ възел. Агрегатът е приет за абсолютно твърдо тяло. Носачите заедно с виброизолиращите възли са приети за идеално еластични и безмасови. Първият етап от това изследване се извърши и то включваше задачата за определяне на собствените честоти и собствените форми на трептенията. Вторият етап включваше идентифициране на демпферирането във виброизолиращите възли, състоящи се от последователно и паралелно работещи каучукови амортизатори и метални свързващи елементи. Той се извърши в лабораторни условия, където се получи хистерезисни криви на зависимостта „сила-деформация” на експлоатирани и нови демпфериращи елементи. Третият настоящ етап представлява определяне на принудените трептения на агрегата с оглед получаване на законите на движение, скорости и ускорения. Четвъртият настоящ етап на това комплексно изследване включва анализ и избор на подходящи параметри на виброизолиращите елементи с използване на амплитудно-честотни характеристики (АЧХ). За целта е изготвена специална програма в средата на MatLab. Чрез получените резултати са формулирани изводи, отнасящи се до подобряване на виброизолацията на машинния агрегат.*

### **1. Въведение**

Настоящата работа се явява продължение на изследването, описано в статията „Определяне параметрите на виброизолацията на машинен агрегат „Електро-двигател-компресор” от същите автори. Тук първият основен въпрос за решаване е да се определи принуденото въздействие от газовите и инерционните сили, след което да се изследват малките принудени пространствени трептения на агрегата [5].

Вторият проблем, който всъщност представлява и крайната цел на изследването е да се направи оценка на ефективността на виброизолацията на окачването.

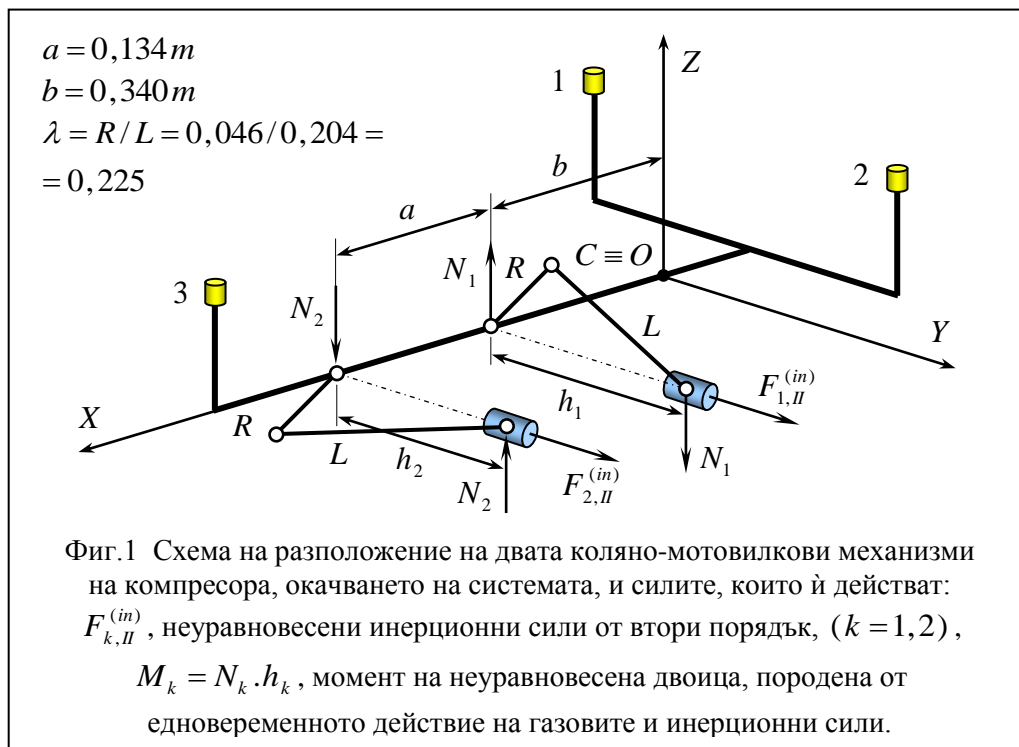
В споменатата предходна работа е изведена системата диференциални уравнения, която описва малките принудени пространствени трептения на тялото в матрична форма, която има вида:

$$(1) \quad \mathbf{A} \cdot \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{B} \cdot \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K} \cdot \mathbf{q}(t) = \mathbf{Q}(t) .$$

Там, а и в минали работи, например [2], бяха идентифицирани всички матрици в лявата част на системата (1), а именно, матрицата  $\mathbf{A}$  на масовите и инерционни свойства, матрицата на коравина  $\mathbf{K}$  и матрицата на демпфериране  $\mathbf{B}$ . Въпросът за намиране на вектора  $\mathbf{Q}(t)$  на обобщените смущаващи сили, стоящ в дясната част на системата (1), остана открит. Този въпрос се решава в следващите параграфи на тази работа.

## 2. Газови и инерционни сили в компресора

Компресорът на агрегата е двучилиндров редови. Осите на двата цилиндъра са разположени в хоризонталната равнина  $OXY$ , като те са перпендикулярни на оста  $OZ$  и успоредни на оста  $OY$ , (Фиг.1).



На корпуса на агрегата се предават следните неуравновесени сили и моменти.

- Неуравновесени инерционни от сили от втори порядък:

$$(2) \quad F_{k,II}^{(in)} = m_k \cdot R \cdot p^2 \cdot \lambda \cdot \sin^2 p \cdot t ; \quad (k = 1, 2) ,$$

където  $m_k = 2,668 kg$  включва цялата маса на буталната група плюс приведената маса на мотовилковата група към оста на буталния болт, а  $p = 56,55 s^{-1}$  е принудената кръгова честота, която се получена от оборотите на коляновия вал  $n = 540 min^{-1}$ .

- Момент от неуравновесената двоица сили ( $N_k, N_k$ ), който се определя по формулата:

$$(3) \quad M_k = N_k \cdot h_k ; \quad (k = 1, 2) .$$

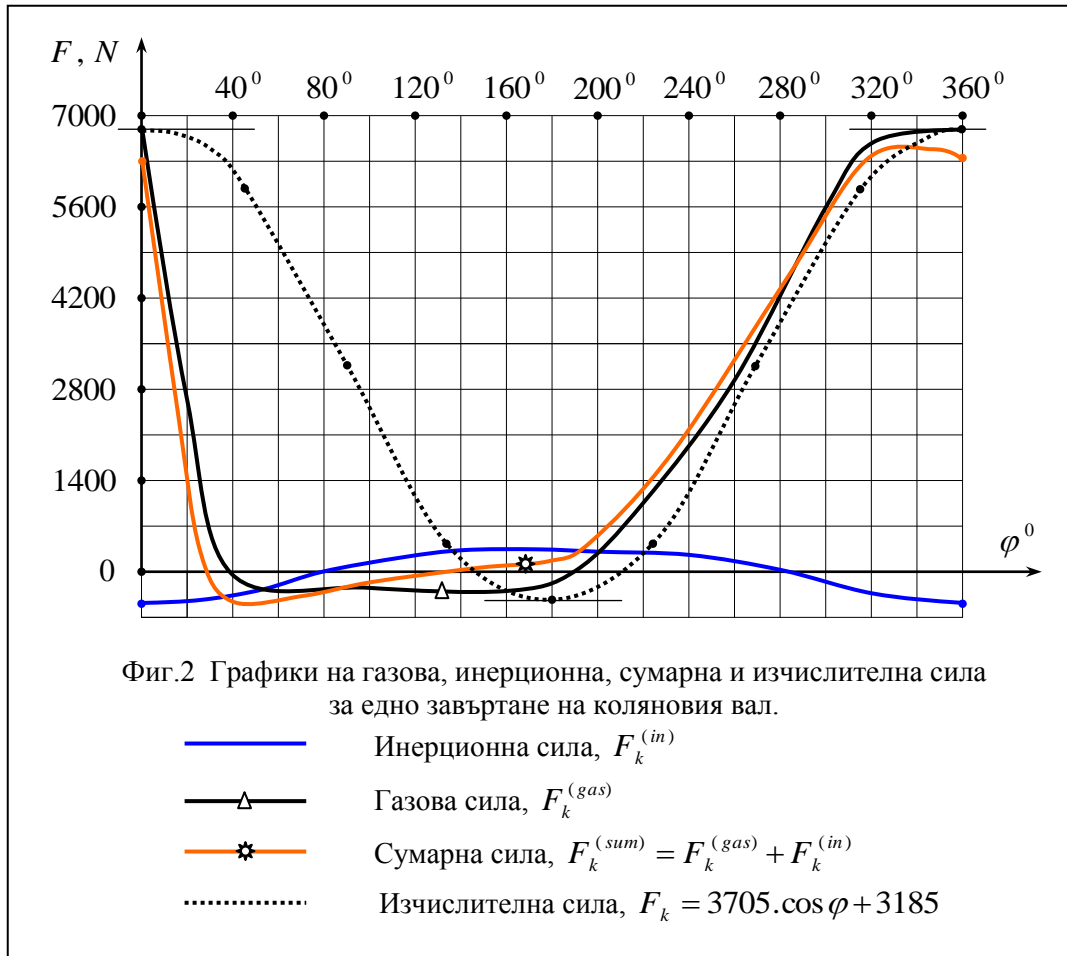
Силите  $N_k$  на тази неуравновесена двоица се определят от сумарната сила  $F_k^{(sum)}$ , която действа на всяко бутало, и се изчислява по формулата:

$$(4) \quad N_k = F_k^{(sum)} \cdot \frac{\lambda \cdot \sin p \cdot t}{\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 p \cdot t}} ; \quad (k = 1, 2) ,$$

където  $F_k^{(sum)}$  е алгебричната проекция по оста на съответния цилиндър (в случая оста  $Y$ ) на векторната сума от газовите сили  $F_k^{(gas)}$  и инерционните сили  $F_k^{(in)}$  от първи и втори порядък [1], [4].

На фиг.2 са показани графики на инерционната, газовата и сумарната сила.

Вижда се, че приносът на инерционната сила при формиране на сумарната сила е незначителен.



Рамената  $h_k$  на двоицата сили  $(N_k, N_k)$  се определя по формулата:

$$(5) \quad h_k = R \cdot \cos p \cdot t + L \cdot \sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 p \cdot t} ; \quad (k = 1, 2) .$$

Сумарната сила  $F_k^{(sum)}$ , която формира нормалните сили  $N_k$ , а от там и неуравновесения момент  $M_k = N_k \cdot h_k$  (основният възбудител на трептенията на агрегата) е периодична нехармонична функция (фиг.2). Точното ѝ описание е свързано със значително усложняване на изчислителния процес. С оглед на поставената цел на изследването – анализ на виброизолирането на агрегата, се приема приблизителен закон на тази сила във вида (фиг.2):

$$(6) \quad F_k = 3705 \cdot \cos p \cdot t + 3185 ; \quad (k = 1, 2) .$$

Числените стойности във формула (6) са избрани така, че да обхващат пиковите стойности на сумарната сила с незначително подсигуриране.

В този случай нормалните за цилиндрите сили  $N_k$  ще се определят по формулата:

$$(7) \quad N_k = (3705 \cdot \cos p \cdot t + 3185) \cdot \frac{\lambda \cdot \sin p \cdot t}{\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 p \cdot t}} ; \quad (k = 1, 2) ;$$

### 3. Определяне вектора на обобщените смущаващи сили.

Векторът на обобщените сили се получава, като се извърши редукция за масовия център  $C$  на двете неуравновесени инерционни сили от втори порядък  $F_{1,II}^{(in)}$  и  $F_{2,II}^{(in)}$ , и двете двойца сили  $(N_1, N_1)$  и  $(N_2, N_2)$ .

Съгласно геометричните параметри от фиг.1 компонентите на вектора на обобщените сили има вида:

$$(8) \quad \mathbf{Q}(t) = \begin{bmatrix} Q_1(t) \equiv F_x(t) = 0 \\ Q_2(t) \equiv F_y(t) = F_{1,II}^{(in)}(t) + F_{2,II}^{(in)}(t) \\ Q_3(t) \equiv F_z(t) = 0 \\ Q_4(t) \equiv M_x(t) = N_2 \cdot h_2 - N_1 \cdot h_1 \\ Q_5(t) \equiv M_y(t) = 0 \\ Q_6(t) \equiv M_z(t) = F_{1,II}^{(in)}(t) \cdot b + F_{2,II}^{(in)}(t) \cdot (a + b) \end{bmatrix} .$$

С това системата диференциални уравнения (1) е определена и тя може да се интегрира.

### 4. Числено решение

Проведено е изследване на системата диференциални уравнения (1) с изготвена програма в средата на MatLab – Simulink, ver. 6.1, Release 12.

Програмата включва два вида изчисления.

Първият вид се свежда до числено интегриране на системата диференциални уравнения (1) във времевата област. Получени са законите на вибропреместванията  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$ ,  $\theta_x(t)$ ,  $\theta_y(t)$  и  $\theta_z(t)$ , виброскоростите  $\dot{x}(t)$ ,  $\dot{y}(t)$ ,  $\dot{z}(t)$ ,  $\dot{\theta}_x(t)$ ,  $\dot{\theta}_y(t)$  и  $\dot{\theta}_z(t)$ , и виброускоренията  $\ddot{x}(t)$ ,  $\ddot{y}(t)$ ,  $\ddot{z}(t)$ ,  $\ddot{\theta}_x(t)$ ,  $\ddot{\theta}_y(t)$  и  $\ddot{\theta}_z(t)$  по всички обобщени координати. Пресмятанятията са извършени за два вида виброизолатори – нови (неупотребявани) и стари (употребявани).

На фиг.3 и фиг.4 са показани графики на виброускоренията  $\ddot{y}(t)$  за двата вида виброизолатори. За нови виброизолатори е отчетена амплитудна стойност на виброускорението  $\ddot{y}(t = 2,92) = 4,59 \text{ m/s}^2$ , а за стари –  $\ddot{y}(t = 2,92) = 4,94 \text{ m/s}^2$ . Установява се повишение приблизително с 8 %.

Вторият вид изследване се осъществява в честотната област.

За тази цел е образуван следния вектор [3]:

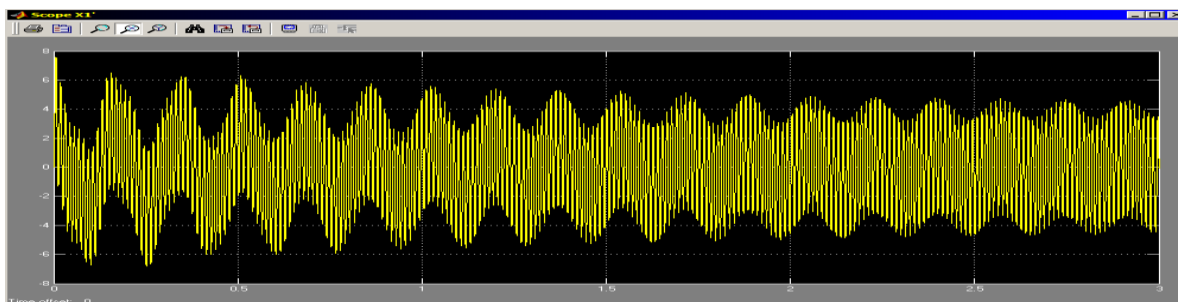
$$(9) \quad \hat{\mathbf{s}}_{dyn} = \mathbf{S}_{dyn} \cdot \hat{\mathbf{e}} , \quad \text{където}$$

$$(10) \quad \mathbf{S}_{dyn} = (\mathbf{K} + i \cdot p \cdot \mathbf{B} - p^2 \cdot \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{K} , \quad i = \sqrt{-1} ,$$

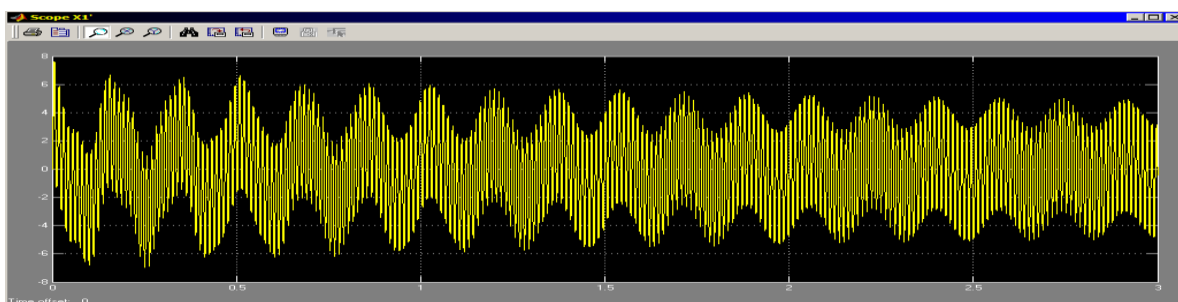
а векторът  $\hat{\mathbf{e}} = \langle 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \rangle^T$  е единичен с размерност  $6 \times 1$ .

Въведеният вектор  $\hat{\mathbf{s}}_{dyn}$  се изобразява за всички обобщени координати в подбран диапазон на честотата  $p$ , в случая от 0 до  $250 \text{ s}^{-1}$ . По вида на тези графики се съди за

наличие на опасни резонансни зони, както и за съотношението на амплитудите при една и съща честота между двата вида виброизолатори – новите и старите.

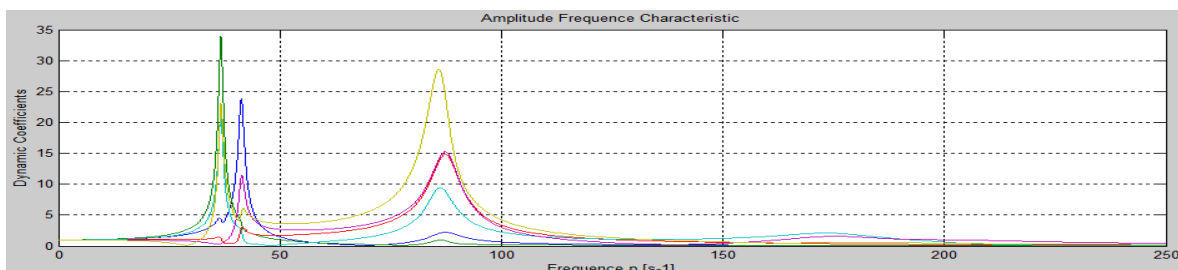


Фиг. 3 Виброускорение  $\ddot{y}(t)$  при използване на нови виброизолатори.

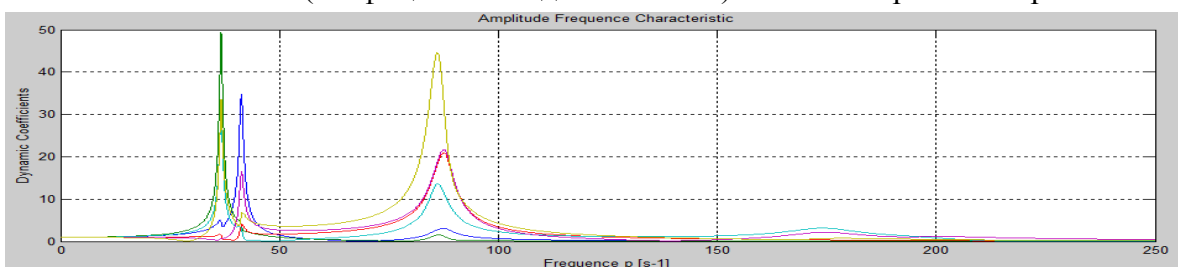


Фиг. 4 Виброускорение  $\ddot{y}(t)$  при използване на стари виброизолатори.

На фиг.5 и фиг.6 са показани графики на амплитудно-честотни характеристики (АЧХ), които се явяват коефициенти на динамичност, за двата вида виброизолатори – нови (фиг.5) и стари (фиг.6).



Фиг. 5 АЧХ (коефициенти на динамичност) за *нови* виброизолатори.



Фиг. 6 АЧХ (коефициенти на динамичност) за *стари* виброизолатори.

Забелязва се, че в работната стационарна честота на агрегата  $p = 56,55 \text{ s}^{-1}$  коефициентите на динамичност по всички координати са извън опасните резонансни зони. Тук превишението на амплитудите на старите спрямо новите виброизолатори е до 10 % . В резонансните зони, обаче, превишенията са значителни и достигат до 46 % .

## 5. Заключение

Извършено е теоретико-експериментално определяне влиянието на демпфирането при изследване на малките принудени пространствени трептения на машинен агрегат „Електродвигател-компресор”. Определени са законите на виброускоренията,

виброскоростите и вибропреместванията по всички обобщени координати. Установена е разликата в при използване на нови и стари виброизолатори. Трите работи на авторския колектив относно експерименталното и теоретично изследване на малките принудени пространствени трептения на агрегат „Електродвигател-компресор”, представени на XXIII МНК „Транспорт 2017”, имат научно–приложен характер.

#### Литература

- [1] Гоц А.Н., Кинематика и динамика кривошипно-шатунного механизма поршневых двигателей, учебное пособие, 124 стр., ВлГУ, Владимир, 2005 г.
- [2] Иванов А. И., П. Ц. Петков, Влияние на огъвателно-усуквателните коравини на виброизолаторите върху собствените честоти на машинен агрегат, сп. “Железопътен транспорт”, брой 1/2004, стр. 39 – 41, София, 2004 г.
- [3] Иванов А. И., Матрици на динамичност с отчитане на съпротивлението, Научни трудове, Том 44, серия 2, РУ „Ангел Кънчев”, стр. 657-661, Русе, 2005 г.
- [4] Севастакиев В. С., В. С. Живков, Е. М. Иванов, Динамика и трептения на ДВГ, 414 стр., Изд. „Техника”, София, 1986 г.
- [5] Электрокомпрессор “ЭК 7В”, 23 стр., Инструкция по эксплуатации, Москва, 1972 г.

## STUDY OF FORCED THREE DIMENSIONAL VIBRATIONS OF MACHINE AGGREGATE "ELECTRIC ENGINE-COMPRESSOR"

**Anastas Ivanov Ivanov, Penko Petkov Cvetkov**  
[aii2010@abv.bg](mailto:aii2010@abv.bg), [ppetkov@vtu.bg](mailto:ppetkov@vtu.bg)

*Todor Kableshkov University of Transport*  
*1574 Sofia, 158 Geo Milev Str.*  
**BULGARIA**

**Key words:** *forced spatial oscillations, machine aggregate, hysteresis, damping, vibro-isolation, numerical solution, MatLab*

**Abstract:** *The forced three dimensional vibrations of a machine unit "electric motor-compressor", mounted on the wagons of electric trains from the traction of "BDZ" EAD in this work is studied. The purpose of the work is to determine the parameters of the vibrating insulation of the unit that is suspended on three vertical supports to the frame of a railway wagon. A vibrating isolation assembly is constructed at the top end of each carrier. The unit is accepted as an ideal rigid body. The bearers, together with the vibrating insulating units, are considered to be perfectly elastic and immaculate. The first stage of this study was carried out, and it included the task of determining its eigen frequencies and its eigen forms of vibrations. The second stage involved identifying the damping in the vibrating isolation nodes consisting of sequentially and in parallel operating rubber shock absorbers and metal bonding elements. It was done in laboratory conditions where hysteresis curves, dependence of "force-deformation" of exploited and new damping elements were obtained. The third stage is the determination of the forced vibrations of the unit in order to obtain the laws of motion, velocities and accelerations. The fourth current step of this comprehensive study involves analyzing and selecting appropriate vibrating insulating elements using amplitude-frequency characteristics (AFH). For this purpose a special program was developed in the area of MatLab. Through the results obtained at the designated AFH, conclusions are drawn regarding the improvement of the vibrating isolation of the machine unit.*