

## **АПРОКСИМИРАНЕ НА ВЪНШНА СКОРОСТНА ХАРАКТЕРИСТИКА НА ДВИГАТЕЛ С ВЪТРЕШНО ГОРЕНЕ С ПОСТОЯННА МОЩНОСТ**

**Пенко Цветков Петков**  
[ppetkov@vtu.bg](mailto:ppetkov@vtu.bg)

*Катедра “Транспортна техника”  
Висше транспортно училище “Тодор Каблешков”, ул. Гео Милев 158, София 1574,  
БЪЛГАРИЯ*

***Ключови думи:** автотранспортно средство; двигател с вътрешно горене; скоростна характеристика; регресионен анализ; апроксимиращ полином*

***Резюме.** При прилагане на аналитичен метод за определяне на показателите на теглително-скоростните свойства на автотранспортни средства (АТС), графичните зависимости на изменението на мощността и въртящия момент на двигателя по външната скоростна характеристика (ВСХ) е необходимо да се представят чрез съответни математически изрази. Използваните понастоящем за тази цел математически зависимости с удовлетворителна точност апроксимират изменението на мощността и въртящия момент от честотата на въртене на колянвия вал в случаи, че графиките представляват плавно променящи се изпъкнали криви линии, които нямат прекъсвания.*

*Съвременните АТС се окомплектоват с ДВГ с почти постоянни стойности на мощността и въртящия момент в широки области на изменение на честотата на въртене на колянвия вал. В такъв случай прилагането на интерполационни формули за апроксимиране на графиките по ВСХ на този тип ДВГ не осигурява необходимата точност. В работата се предлага модел за апроксимиране на показателите (ефективна мощност и въртящ момент) по разполагаема стендова ВСХ на двигател с постоянна мощност в определен честотен интервал. Моделът е приложен за ВСХ на конкретен двигател. Чрез регресионен анализ са определени коефициентите на апроксимиращия полином и средното квадратично отклонение. Получените резултати представляват добро приближение спрямо реалната ВСХ на двигателя.*

### **УВОД**

При създаване на математически модели за изследване на технически обекти предпочитание се отдава на методи, прилагачи апроксимиране на експериментални данни. Външната скоростна характеристика (ВСХ) на двигателя е важна съставна част от общия математически модел на движението на транспортното средство. При моделиране процеса на движение и аналитично определяне на показателите на скоростно-теглителните свойства на автотранспортни средства (АТС), необходимо е измененията на основните ефективни показатели на двигателя по експериментално

получена ВСХ да се представят в аналитичен вид чрез съответни математически зависимости.

В съвременните АТС (основно товарни автомобили и автобуси) се вграждат дизелови двигатели с вътрешно горене (ДВГ). Те се характеризират с висок коефициент на запас от въртящ момент и почти постоянни стойности на номиналната им мощност в широк обхват на изменение на честотата на въртене на колянвия вал. В практиката тези ДВГ са известни с наименованието двигатели с постоянна мощност (ДПМ). Използването на ДПМ в АТС е свързано с повишаване на показателите на скоростно-теглителните им свойства и подобряване на енергийната икономичност и екологичност. Посочените предимства и масовото прилагане на ДПМ от производителите на АТС доказват тяхната перспективност и по-високи експлоатационни характеристики. Паралелно с това известните до момента в практиката методи за математическо представяне на ВСХ на ДПМ се различават в качествено и количествено отношение. Следователно, създаването на метод за по-точно апроксимиране на ВСХ на ДПМ с възможност за прилагане при изследване на скоростно-теглителните свойства на АТС представлява актуална задача.

### 1. Анализ на съвременни изследвания и публикации

Изменението на ефективната мощност и въртящия момент по ВСХ на ДПМ се постига чрез прилагане на турбопълене, електронно управление на подаването на гориво и оптимизация на горивния процес [7]. При този тип ДВГ коефициентът на запас от въртящ момент  $k_m$  достига до стойности 1,3 – 1,5 [9], [11], [12]. Това позволява, при достатъчно плътен ред на предавателните числа в трансмисията, да се повишат показателите на теглително-скоростните свойства на АТС, а двигателят да работи в режим на максимална горивна икономичност.

За математическо представяне на ефективната мощност и въртящия момент от експериментално получена ВСХ на ДВГ обикновено се използват емпиричните изрази [3], [5],

$$(1) P_e = P_{e,max} \left[ a \frac{n_e}{n_{e,p}} + b \left( \frac{n_e}{n_{e,p}} \right)^2 - c \left( \frac{n_e}{n_{e,p}} \right)^3 \right];$$
$$(2) M_e = M_{e,p} \left[ a + b \frac{n_e}{n_{e,p}} - c \left( \frac{n_e}{n_{e,p}} \right)^2 \right],$$

където  $P_e$ ,  $M_e$  и  $n_e$  са съответно текущите стойности на мощността, въртящия момент и честотата на въртене на колянвия вал в дадената точка от характеристиката;  $a$ ,  $b$ ,  $c$  - коефициенти, стойностите на които зависят от типа на двигателя и особеностите на работния му процес.

Формули (1) и (2) удовлетворително апроксимират характеристиките  $P_e = f(n_e)$  и  $M_e = f(n_e)$  само в случаи, че графиките им представляват плавно променящи се изпъкнали криви линии (параболи), които нямат прекъсвания. За определяне на коефициентите  $a$ ,  $b$ ,  $c$  са разработени различни методи. Един от предложените методи е с отчитане типа на двигателя и използване на коефициентите му на приспособяемост по въртящ момент  $k_m$  и честота на въртене  $k_n$  [4]. Друг метод за определяне на коефициентите  $a$ ,  $b$ ,  $c$  включва прилагането на интерполационната формула на Лагранж към изразите (1) и (2) [8], [2]. Получените стойности на коефициентите по тези методи осигуряват добро съвпадение на изчисляваните

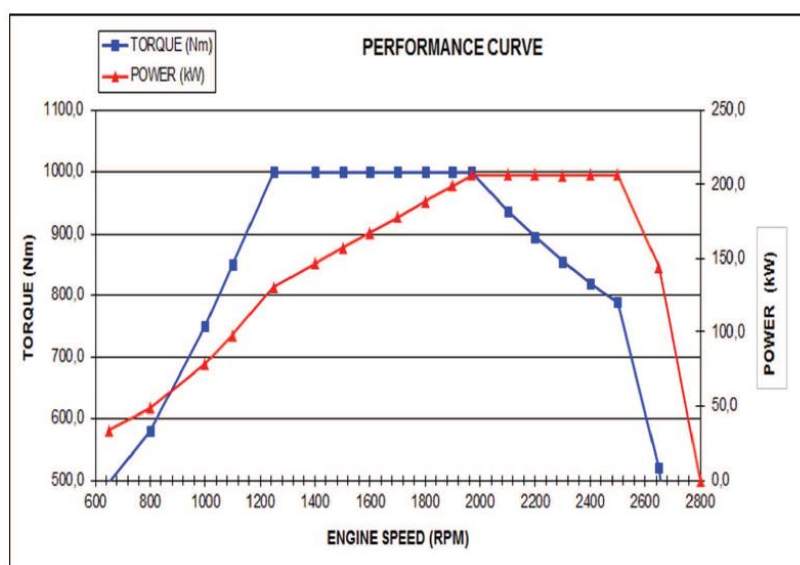
показатели с характера на изменението им по експерименталната ВСХ за някои от съществуващите бензинови и дизелови двигатели.

Графичните зависимости на основните показатели  $P_e = f(n_e)$  и  $M_e = f(n_e)$  на ДПМ по ВСХ имат по-сложен характер на изменение в сравнение с показателите на конвенционалните ДВГ. Следва да се отбележи, че изразите (1) и (2) и изчислените по известните методи коефициенти  $a, b, c$  не осигуряват необходимата точност при апроксимирание на ВСХ на ДПМ.

Целта на разработката е да се създаде модел за математическо представяне (апроксимиране) на показатели от ВСХ на ДПМ, който да е удобен за прилагане при аналитично изследване на скоростно-теглителните свойства на АТС.

## 2. Представяне на основния материал

В качеството на обект на моделиране в работата са избрани графичните зависимости на ефективната мощност и въртящия момент от ВСХ на ДПМ (фиг. 1), снета при изпитването му на стенд [10]. Двигателят е дизелов, предназначен е за товарни автомобили и автобуси, а по екологични показатели съответства на изискванията на стандарт "EURO VI". При изменение на честотата на въртене в интервала  $n_{e,p} = 2000 \div 2500 \text{ min}^{-1}$  мощността на двигателя практически се запазва постоянна, а въртящият момент е с постоянна стойност в обхвата  $n_{e,m} = 1250 \div 2000 \text{ min}^{-1}$ . Върху характеристиките на мощността и въртящия момент на фиг. 1 са показани и ограничителните (регулаторни) клонове при минималната и максималната честота на въртене.



Фиг.1. Вид на външна скоростна характеристика на ДВГ с постоянна мощност [10]

За математическо изразяване на скоростните характеристики на такъв тип двигатели е удобно да се приложат регресионни модели [1]. Регресионната функция установява зависимост между резултативния и наблюдавания признак. Апроксимиращият полином трябва да осигури достатъчно висока точност на измененията на показателите на двигателя по ВСХ. За изпълнение на това условие измененията на мощността и

въртящия момент на ДПМ могат да се интерпретират чрез полиноми от  $N$ -ти порядък, т. е.

$$(3) P_e = P_{e,\max} \sum_{n=0}^N c_n n_{e,\text{отн}}^n;$$

$$(4) M_e = \frac{M_{e,p}}{n_{e,\text{отн}}} \sum_{n=0}^N c_n n_{e,\text{отн}}^n,$$

където  $c_n$  са регресионните коефициенти;  $N$  - порядъкът на полинома;  $n_{e,\text{отн}} = (n_e/n_{e,p})$  - относителната честота на въртене на колянвия вал.

За апроксимиране на графиките на мощността  $P_e = f(n_e)$  и въртящия момент  $M_e = f(n_e)$  от ВСХ на двигателя от фиг. 1, с цел облекчаване на изчислителната процедура, е прието полиномите да са от пети порядък ( $N=5$ ). При това изразите (3) и (4) приемат вида

$$(5) P_e = P_{e,\max} [c_0 + c_1 n_{e,\text{отн}} + c_2 n_{e,\text{отн}}^2 + c_3 n_{e,\text{отн}}^3 + c_4 n_{e,\text{отн}}^4 + c_5 n_{e,\text{отн}}^5];$$

$$(6) M_e = \frac{M_{e,p}}{n_{e,\text{отн}}} [c_0 + c_1 n_{e,\text{отн}} + c_2 n_{e,\text{отн}}^2 + c_3 n_{e,\text{отн}}^3 + c_4 n_{e,\text{отн}}^4 + c_5 n_{e,\text{отн}}^5].$$

Точността на метода се оценява чрез средните квадратични отклонения на стойностите на мощността и въртящия момент, получени чрез регресионните уравнения спрямо експерименталните стойности от ВСХ.

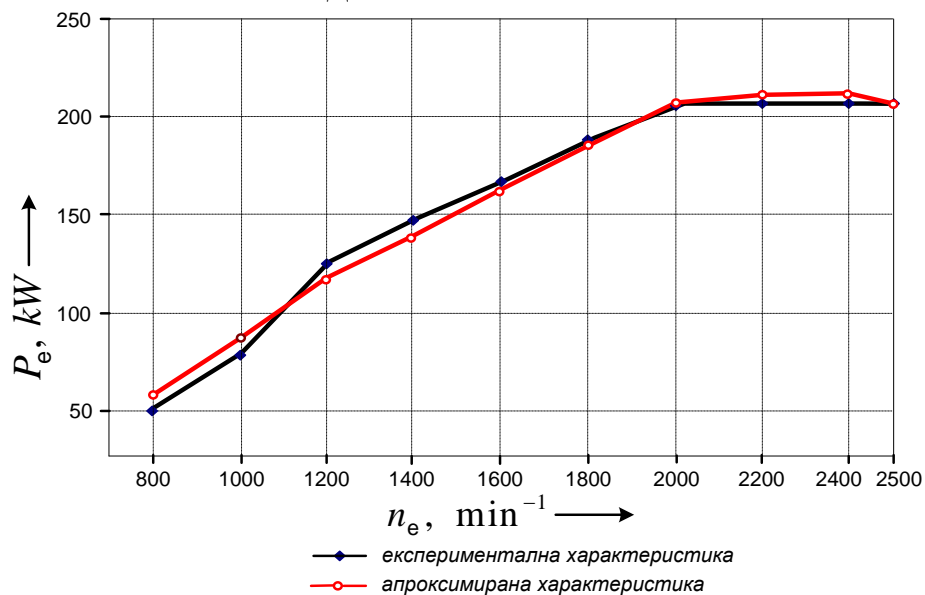
### 3. Резултати от моделирането

За определяне на коефициентите  $c_0, c_1, \dots, c_5$  на регресионните уравнения (5) и (6) е приложен методът на най-малките квадрати [6]. Изчислителната процедура е извършена чрез използване на програмен продукт Excel. Получените резултати се отнасят за работния обхват на изменение на честотата на въртене на колянвия вал на двигателя  $n_e = 800 \div 2500 \text{ min}^{-1}$ . При пресмятанята не са включени регулаторните участъци на ВСХ в честотните зони  $n_e = 650 \div 800 \text{ min}^{-1}$  и  $n_e = 2500 \div 2600 \text{ min}^{-1}$ . Определените стойности на регресионните коефициенти са, както следва:  $c_0 = -3,3344$ ;  $c_1 = 23,3521$ ;  $c_2 = -50,9176$ ;  $c_3 = 42,4713$ ;  $c_4 = 0,0476$ ;  $c_5 = -10,6190$ .

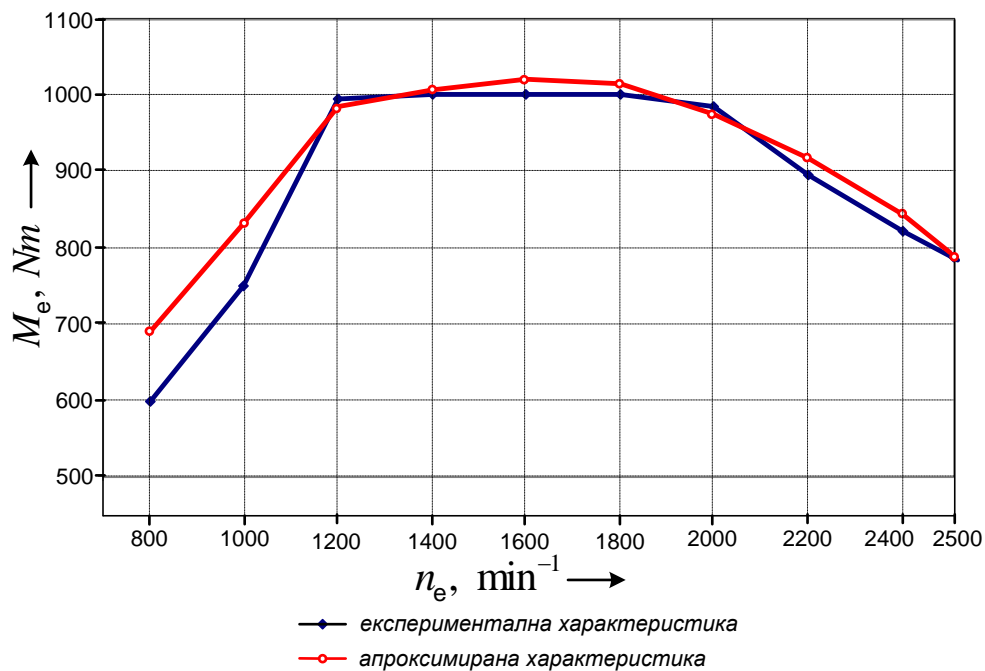
На фиг. 2 е представено сравнение на апроксимираната зависимост  $P_e(n_e)$ , получена чрез изчислените стойности на коефициентите по уравнение (5) и експерименталната характеристика. От фигурата е видно, че апроксимираната характеристика добре се припокрива с експерименталната. По отношение на апроксимираната характеристика на въртящия момент  $M_e(n_e)$ , показана на фиг. 3, по-голямо отклонение спрямо експерименталната зависимост се наблюдава в областта на ниските честоти на въртене  $n_e = 800 \div 1100 \text{ min}^{-1}$ . В тази честотна зона двигателят работи неустойчиво и обикновено тя не се включва при моделиране движението на АТС.

Средното квадратично отклонение на изчислените стойности на мощността е  $\sigma_p = 2,88 \text{ kW}$ , а за въртящия момент –  $\sigma_m = 26,45 \text{ Nm}$ . Тези стойности са значително по-малки, отколкото при апроксимиране на ВСХ на двигателя чрез интерполационната формула на Лагранж. Следователно, използваният метод осигурява необходимата за практиката точност на апроксимиране на зависимостите  $P_e(n_e)$  и  $M_e(n_e)$  от ВСХ на

ДПМ. Това позволява резултатите да се прилагат при моделиране на движението на АТС, които са окомплектовани с ДВГ от този тип.



Фиг. 2. Сравнение на експерименталната и апроксимираната зависимост  $P_e(n_e)$



Фиг. 3. Сравнение на експерименталната и апроксимираната зависимост  $M_e(n_e)$

#### ЛИТЕРАТУРА:

- [1]. Бенчев Б. Д., Е. Н. Димитров. Инженерен експеримент. София, ВТУ “Тодор Каблешков”, 2009. 240 с.
- [2]. Бронщейн И. Н., К. А. Семендяев. Справочник по математике. М., Наука, 1986, 544 с.

- [3]. Войтенко В. А. Математическое моделирование скоростных характеристик двигателя внутреннего сгорания. Электротехнические и компьютерные системы, № 09 (85), 2013. с. 45 – 49.
- [4]. Димитров Ст. Ст. Ръководство за курсова работа по теория на автомобиля. С. ТУ, 2015. 64 с.
- [5]. Драгунов Г. Д., А. А. Юсупов . А. Мурог. Математическое представление скоростных характеристик автомобильных двигателей. сп. “Двигателестроение”, № 1 (239), 2010. с. 23- 25.
- [6]. Иванова В. М., В. Н. Калинина и др. Математическая статистика, М., Высшая школа, 1981. 368 с.
- [7]. Ребров А. Ю. Внешние скоростные характеристики тракторных дизельных двигателей постоянной мощности. сп. “Механика та машинобудування, № 2, 2009. с. 79 – 86.
- [8]. Tomasz Stoeck, Karol Franciszek Abramek. Application of the Polynomial interpolation Method for determining performance Characteristics of a diesel Engine. Metrology and Measurement Systems, Vol. XXI (2014), № 1, pp. 157 – 168.
- [9]. [www.daf.com](http://www.daf.com)
- [10]. [www.iveco.com](http://www.iveco.com)
- [11]. [www.scania.com](http://www.scania.com)
- [12]. [www.volvo.com](http://www.volvo.com)

## **APPROXIMATION OF THE FULL LOAD CURVE OF AN INTERNAL COMBUSTION ENGINE WITH A CONSTANT POWER**

**Penko Tsvetkov Petkov**

[ppetkov@vtu.bg](mailto:ppetkov@vtu.bg)

*Department “Transport Equipment”*

*Todor Kableshkov University of Transport, Geo Milev 158, 1574 Sofia,  
BULGARIA*

***Key words:** automotive vehicle; internal combustion engine; speed characteristics; regression analysis; approximating polynomial*

***Abstract.** Graphical charts representing the variance between the power of the engine and its torque regarding full load curve need to be drawn by specific mathematical expressions. This is required by applying the analytical approach during the calculation of the parameters of the traction speed characteristics of the automotive vehicles. Currently used mathematical relationships approximate with enough accuracy the variance of the power and torque in accordance with rpm of the crankshaft in cases when the charts are gradually changing convex curves that have no interruptions.*

*The modern automotive vehicles are equipped with internal combustion engines (ICE) with almost constant values of power and torque within a vast areas of variation of the revolutions of the crankshaft. In such a case applying the interpolation formulas to approximate the full load curve chart of a this type of ICE doesn't provide the required accuracy. The paper offers a model to approximate the values of characteristics (effective power and torque) to available laboratory full load curve of an engine with a constant power at a certain frequency range. The model is applied to a specific full load curve of a particular engine. Through regression analysis are determined the coefficients of approximating polynomial and the mean square deviation. The results represent a good approximation to the real full load curve of the engine.*