Механика
Транспорт
Комуникации

ISSN 1312-3823 (print)
ISSN 2367-6620 (online)
том 15, брой 3, 2017 г.

Научно списание http://www.mtc-aj.com **статия № 1482**

ИЗСЛЕДВАНЕ НА РАВНОВЕСИЕТО НА ВИБРАЦИОННИ УПЛЪТНИТЕЛНИ МАШИНИ ОТ ИНЕРЦИОНЕН ТИП

Борис Петков
borpet@vtu.bg

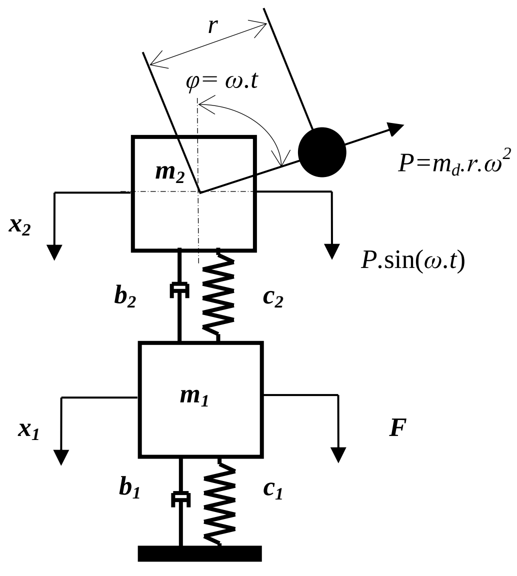
ВТУ „Тодор Каблешков“, гр.София, ул.Гео Милев 158
БЪЛГАРИЯ

Ключови думи: *виброуплътняване, виброуплътнител от инерционен тип, устойчиво равновесие.*

Резюме: *В материала е представено изследване на условията за реализиране на устойчиво равновесие при работа на вибрационни уплътнителни машини, разглеждани като двумасови, консервативни механични системи с две степени на свобода. Определени са квазиеластичните коефициенти на механичната система, приложени са теоремата на Лагранж- Дерихле и критерия на Силвестър за устойчивост на равновесното състояние.*

ВЪВЕДЕНИЕ

Вибрационните уплътнителни машини от инерционен тип предствляват [1,2] двумасови механични системи с две степени на свобода извършващи принудени трептения под действието на инерционно смущение (фиг.1).



Фиг.1. Модел на виброуплътнител от инерционен тип

При смутеното си движение [3] системата може да се намира неограничено дълго в достатъчно малка околност на равновесното си състояние – *устойчиво равновесно положение* или да се отклонява непрекъснато от това състояние – *неустойчиво равновесно положение.*

Механични трептения (вибрации) със зададени параметри могат да възникват само около устойчиво равновесно положение. Затова е важно да се определят критериите за устойчивостта на равновесното положение на този вид машини с оглед правилното им функциониране.

ТЕОРЕТИЧНА ОБОСНОВКА

Изследването на равновесното състояние може да се извърши като се приложи *Теоремата на **Лагранж - Дерихле***, която дава достатъчното условие за наличие на устойчиво равновесие – потенциалната енергия на консервативна механична система да е минимална в точката на равновесното положение.

При механични системи с холономни и стационарни връзки [3] потенциалната енергия е квадратична форма на обобщените координати, която развита в ред на ***Маклорен***, с пренебрегнати членове с порядък по отношение на обобщените координати по- висок от втори, поради малките им отклонения спрямо равновесното положение, се представя в следния вид:

(1) $$U = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{k}\sum_{\alpha=1}^{k} c_{j\alpha} q_j q_\alpha$$

където:
U е потенциалната енергия на системата;
$c_{j\alpha}$ - квазиеластични коефициенти, които са постоянни и симетрични числа ($c_{j\alpha} = c_{\alpha j}$);
q - обобщени координати;
k- брой на степените на свобода на системата.

При механични системи с две степени на свобода уравнение (1) става:

(2) $$U = \frac{1}{2}(c_{11}q_1^2 + c_{12}q_1q_2 + c_{22}q_2^2)$$

като квазиеластичните коефициенти се определят за равновесното положение (нулеви начални условия) и се пресмятат по:

(3) $$c_{11} = \left(\frac{\partial^2 U}{\partial q_1^2}\right)_0 \ , \ c_{12} = \left(\frac{\partial^2 U}{\partial q_1 q_2}\right)_0 \ , \ c_{22} = \left(\frac{\partial^2 U}{\partial q_2^2}\right)_0$$

За да има минимум потенциалната енергия в точката на равновесното положение трябва квадратичаната й форма (2) да е положително дефинитна (определена) или:

(4) $U(q_1, q_2) \geq 0$, само когато $q_1 = q_2 = 0$, $U(0,0) = 0$,

тогава е изпълнено достатъчното условие от *Теоремата на **Лагранж – Дерихле*** от което следва устойчивост на равновесното положение на системата.

Квадратичната форма (2) на потенциалната енергия може да се представи в матричен вид:

(5) $$U = \frac{1}{2}\left([q_1\ q_2] \times \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} \times \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}\right) ,$$

където $\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \mathbf{C}$ е матрицата на квадратичната форма.

Необходимото и достатъчно условие една квадратична форма да е положително определена, според *Теоремата на* ***Силвестър***, е всички главни диагонални минори на нейната матрица да са положителни.

Критерият на ***Силвестър,*** приложен за квадратичната форма (5) дава следните условия за устойчивост на равновесното положение:

(6) $$c_{11} > 0\,,\ \ c_{22} > 0\,,\ \ c_{11}c_{22} - c_{12}^2 > 0$$

ИЗСЛЕДВАНЕ НА РАВНОВЕСИЕТО НА УПЛЪТНИТЕЛНА МАШИНА

Като се има предвид представената теоретична обосновка задачата за изследване за наличие на устойчивост на равновесното положение се свежда до определяне на квазиеластичните коефициети (3) от квадратичната форма на потенциалната енергия и проверка на критерия на ***Силвестър*** , чрез неравенствата (6).

Потенциалната енергия на механичната система (фиг.1), при отчитане, че силите на тежестта на телата и еластичните сили от статичните деформации на пружините взаимно се уравновесяват, е:

(7) $$U = \frac{1}{2}c_1x_1^2 + \frac{1}{2}c_2(x_1 - x_2)^2$$

От (3) се определят квазиеластичните коефициенти:

(8) $$c_{11} = \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2}\right)_0 = c_1 + c_2$$
$$c_{22} = \left(\frac{\partial^2 U}{\partial q x_2^2}\right)_0 = c_2$$
$$c_{12} = \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x_1 x_2}\right)_0 = -c_2$$

Замествайки уравнения (8) в нераваенствата (6) се получават следните условия за устойчивост на равновесното положение на механичната система:

(9) $$c_1 + c_2 > 0$$
$$c_2 > 0$$
$$(c_1 + c_2)c_2 - c_2^2 > 0 \ \text{ или } c_1 + c_2 > c_2$$

Неравенствата (9) съдържат единствено еластичните характеристики на машината и са изпълнени винаги за всяка стойност на коефициентите на еластичност c_1 и c_2 .

ИЗВОДИ

Условията (9) за устойчивоста на равновесното положение показват следното:

1.Наличието на устойчиво равновесно състояние на вибрационни уплътнителни машини от инерционен тип *не зависи* от конструктивните и масовите параметри на машината.

2.Вибрационните уплътнителни машини от инерционен тип се намират в непрекъснато устойчиво равновесие.

ЛИТЕРАТУРА:
[1] Цуцеков Е.А. и др. - Методика за синтез на двумасови вибрационни машини, Годишник на МГУ "Св.И.Рилски", том 48, 2005 г.
[2] Петков Б. – Динамичен модел на вибрационен уплътнител от инерционен тип с две степени на свобода, научно списание „Механика, Транспорт, Комуникации“: 3/2015, международна научна конференция „ТРАНСПОРТ - 2015“, София, 2015 г.
[3] Писарев А. и др., - Курс по теоретична механика 2 част (Динамика), „Техника”, София, 1975 г.

INVESTIGATION OF THE EQUILIBRIUM OF VIBROCOMPACTOR WITH INERTIAL DISTURBANCE

Boris Petkov
borpet@vtu.bg

Todor Kableshkov University of Transport,
158 Geo Milev Street, Sofia,
BULGARIA

Key words: *vibro- compaction, steady equilibrium, inertial disturbance.*

Abstract*: The article presented a study of the conditions for a steady equilibrium at vibration construction machinery regarded as a dual-mass, conservative mechanical systems with two degrees of freedom. The quasi-elastic coefficients of the mechanical system are determined and the theorem of Lagrange- Dirichlet and Sylvester criterion of stability of equilibrium are applied.*