Механика
Транспорт
Комуникации

ISSN 1312-3823 (print)
ISSN 2367-6620 (online)
том 15, брой 1, 2017 г.

Научно списание **http://www.mtc-aj.com** **статия № 1417**

КИНЕМАТИКА НА ПСЕВДО ТРАНСЛАЦИОННО ДВИЖЕНИЕ НА ТВЪРДО ТЯЛО

Анастас Иванов Иванов
aii2010@abv.bg

Висше транспортно училище „Тодор Каблешков"
1574 София, ул."Гео Милев" 158
БЪЛГАРИЯ

Ключови думи: *кинематика, общо движение, идеално твърдо тяло, псевдо транслационно движение, линеаризация, Карданови ъгли, матрици на преход, ъглова скорост, закон на движение.*

Резюме: *В статията се въвежда понятието псевдо транслационно движение за свободно идеално твърдо тяло (от гръцки език ψευδο – лъжа). Приема се, че това движение представлява частен случай на негово общо движение, но с много малко завъртане около избран полюс. Кинематиката на псевдо транслационното движение притежава някои специфични особености, които се дефинират в настоящата работа. Тя улеснява разработването на съответната динамика, и по-конкретно, на малките пространствени трептения на твърдото тяло.*

Известно е, че при изучаване на сферичното движение на едно идеално твърдо тяло, по традиция, се използват Ойлерови ъгли. (Leonhard Euler, 1707-1783). С тях се описва и сферичната компонента от общото движение на дадено твърдо тяло. Тези ъгли имат много предимства. Те са особено подходящи за Небесната механика. Когато, обаче, се разглеждат редица технически приложения и задачи, като движения на транспортни средства, например локомотиви, вагони, автомобили, кораби, самолети и други, по-удачно е да се използват Карданови ъгли. (Girolamo Cardano, 1501-1576). Те са много подходящи и при изучаване на малките пространствени трептения на твърдо тяло около равновесно му положение. Именно това е същността на настоящата работа. Извършена е конкретна линеаризация на матриците на преход и ъгловата скорост, които описват сферичната компонента от общото движение на дадено твърдо тяло. Накрая се достига до крайната цел на изследването – дефиниране на закона на псевдо транслационното движение. Изследването се провежда в матрична форма.

1. Дефиниция и особености.

Едно свободно идеално твърдо тяло извършва псевдо транслационно движение ако извършва общо движение с много малки ъглови отклонения, (Фиг.1).

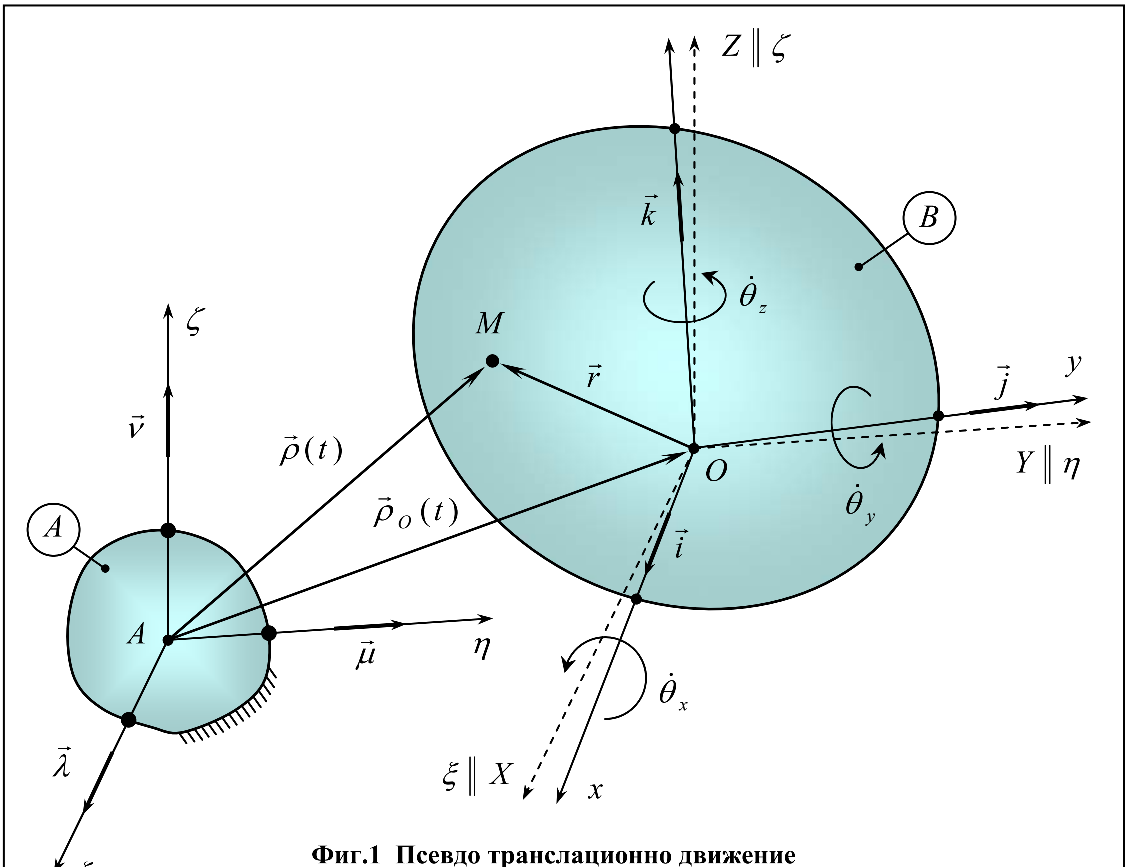
Така изказаната дефиниция подлежи на важни пояснения. Знае се, че общото движение на едно идеално твърдо тяло е съвкупност от едно транслационно движение и едно сферично движение около този полюс, които се извършват едновременно във времето. Знае се, че транслационната компонента зависи от избрания полюс O, а посоката и големината на сферичната компонента не зависи от избора на този полюс. За удобство, завъртането на тялото ще се описва чрез Карданови ъгли, [4].

При псевдо транслационното движение транслационната компонента остава същата. Що се касае до сферичната компонента, тя е толкова слаба и неизразителна, че ъглите между подвижната координатна система $Oxyz$ и транслационно движещата се координатна система $OXYZ$, осите на която са успоредни на съответните оси от абсолютната координатна система $A\xi\eta\zeta$, са много малки през целия разглеждан период от време.

Тогава мощният математичен апарат, произтичащ от въвеждането на Кардановите ъгли $\psi(t)$, $\theta(t)$ и $\varphi(t)$ се обезсмисля, особено при разглеждане на редица приложни задачи. Такава една задача е изследване на малките пространствени трептения на едно идеално твърдо тяло, около равновесното му положение.

Трябва да се има в предвид, обаче, че моментните ъглови скорости и ъглови ускорения, с които се изменят тези ъгли, в определени случаи, могат да бъдат много високи и изобщо не могат да се пренебрегнат.

Степента на свобода на тялото е шест, което изисква дефинирането на закон на движение, състоящ се от шест функции на времето.



Фиг.1 Псевдо транслационно движение на твърдо тяло – Кинематика.

Транслационната компонента на псевдо транслационното движение се дефинира лесно чрез закона на движение на полюса O. Той от своя страна се задава с вектора:

(1) $$\boldsymbol{\rho}_{O,A}(t) = \begin{bmatrix} \xi_O(t) \\ \eta_O(t) \\ \zeta_O(t) \end{bmatrix} .$$

По-нататък, обаче, за да се определят другите три функции на времето, които допълнени към горните да дефинират закона на движение на псевдо транслационното движение на идеално твърдото тяло, без да се използват Кардановите ъгли, е необходимо да се извършат две важни линеаризации.

2. Линеаризация на матриците на преход.

Математическата линеаризация провеждаме по следната схема:

(2) $$\sin\alpha = 0 \ , \qquad \sin\alpha.\sin\beta = 0 \ , \qquad \sin\alpha.\sin\beta.\sin\gamma = 0 \ ,$$

$$\cos\alpha.\cos\beta = 1, \qquad \cos\alpha.\sin\beta = 0 \ , \qquad \cos\alpha.\sin\beta.\sin\gamma = 0 \ ,$$

където ъглите α, β и γ може да бъде кой да е измежду Кардановите ъгли.

При използване на класическия вариант на Карданови ъгли двете матрици на преход имат вида:

(3) $$\mathbf{U}_{A,B}(t) = \begin{bmatrix} c\theta.c\varphi & -c\theta.s\varphi & s\theta \\ s\psi.s\theta.c\varphi + c\psi.s\varphi & -s\psi.s\theta.s\varphi + c\psi.c\varphi & -s\psi.c\theta \\ -c\psi.s\theta.c\varphi + s\psi.s\varphi & c\psi.s\theta.s\varphi + s\psi.c\varphi & c\psi.c\theta \end{bmatrix} ,$$

(4) $$\mathbf{U}_{B,A}(t) = \begin{bmatrix} c\theta.c\varphi & s\psi.s\theta.c\varphi + c\psi.s\varphi & -c\psi.s\theta.c\varphi + s\psi.s\varphi \\ -c\theta.s\varphi & -s\psi.s\theta.s\varphi + c\psi.c\varphi & c\psi.s\theta.s\varphi + s\psi.c\varphi \\ s\theta & -s\psi.c\theta & c\psi.c\theta \end{bmatrix} .$$

Направени са означенията $c \equiv \cos$ и $s \equiv \sin$.

След извършване на линеаризация по схемата (2) матриците на преход, $\mathbf{U}_{A,B}(t)$ и $\mathbf{U}_{B,A}(t)$, се превръщат в единични матрици, а именно:

(5) $$\mathbf{U}_{A,B}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{E} \ ,$$

(6) $$\mathbf{U}_{B,A}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{E} \ .$$

Формули (5) и (6) показват, че при псевдо транслационното движение на твърдо тяло не е необходимо да се използват две подвижни координатни системи едновременно – транслационно движещата се с тялото подвижна координатна система $OXYZ$ и неизменно свързаната с тялото подвижна координатна система $Oxyz$. На практика се използва само последната и спрямо нея се отчитат всички векторни величини.

3. Линеаризация на матрицата и вектора ъглова скорост.

Математическата линеаризация провеждаме по следната схема:

(7) $$\dot{\alpha}.\sin\beta = 0 \ , \qquad \dot{\alpha}.\cos\beta = \dot{\alpha} \ , \qquad \dot{\alpha}.\cos\beta.\cos\gamma = \dot{\alpha} \ , \qquad \dot{\alpha}.\cos\beta.\sin\gamma = 0 \ ,$$

където ъглите α , β и γ може да бъде кой да е измежду Кардановите ъгли.

Матрицата и вектора моментна ъглова скорост, отчетени спрямо абсолютната координатна система $A\xi\eta\zeta$, или все едно отчетени спрямо транслационно движещата се с тялото подвижна координатна система $OXYZ$, имат вида:

$$(8) \qquad \mathbf{\Omega}_A(t) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_Z(t) & \omega_Y(t) \\ \omega_Z(t) & 0 & -\omega_X(t) \\ -\omega_Y(t) & \omega_X(t) & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\theta}.\sin\psi - \dot{\varphi}.\cos\theta.\cos\psi & \dot{\theta}.\cos\psi - \dot{\varphi}.\cos\theta.\sin\psi \\ \dot{\theta}.\sin\psi + \dot{\varphi}.\cos\theta.\cos\psi & 0 & -\dot{\psi} - \dot{\varphi}.\sin\theta \\ -\dot{\theta}.\cos\psi + \dot{\varphi}.\cos\theta.\sin\psi & \dot{\psi} + \dot{\varphi}.\sin\theta & 0 \end{bmatrix},$$

$$(9) \qquad \boldsymbol{\omega}_A(t) = \begin{bmatrix} \omega_X(t) = \dot{\psi}(t) + \dot{\varphi}(t).\sin\theta(t) \\ \omega_Y(t) = \dot{\theta}(t).\cos\psi(t) - \dot{\varphi}(t).\cos\theta(t).\sin\psi(t) \\ \omega_Z(t) = \dot{\theta}(t).\sin\psi(t) + \dot{\varphi}(t).\cos\theta(t).\cos\psi(t) \end{bmatrix}.$$

След извършване на линеаризация по схемата (7) матрицата моментна ъглова скорост $\mathbf{\Omega}_A(t)$ и вектора моментна ъглова скорост $\boldsymbol{\omega}_A(t)$ добиват вида:

$$(10) \qquad \mathbf{\Omega}_A(t) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_Z(t) & \omega_Y(t) \\ \omega_Z(t) & 0 & -\omega_X(t) \\ -\omega_Y(t) & \omega_X(t) & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\varphi}(t) & \dot{\theta}(t) \\ \dot{\varphi}(t) & 0 & -\dot{\psi}(t) \\ -\dot{\theta}(t) & \dot{\psi}(t) & 0 \end{bmatrix},$$

$$(11) \qquad \boldsymbol{\omega}_A(t) = \begin{bmatrix} \omega_X(t) \approx \dot{\psi}(t) \\ \omega_Y(t) \approx \dot{\theta}(t) \\ \omega_Z(t) \approx \dot{\varphi}(t) \end{bmatrix}.$$

Матрицата и вектора моментна ъглова скорост, отчетени спрямо неизменно свързаната с твърдото тяло подвижна координатна система $Oxyz$, имат вида:

$$(12) \qquad \mathbf{\Omega}_B(t) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z(t) & \omega_y(t) \\ \omega_z(t) & 0 & -\omega_x(t) \\ -\omega_y(t) & \omega_x(t) & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\varphi} - \dot{\psi}.\sin\theta & \dot{\theta}.\cos\varphi - \dot{\psi}.\cos\theta.\sin\varphi \\ \dot{\varphi} + \dot{\psi}.\sin\theta & 0 & -\dot{\psi}.\cos\theta.\cos\varphi - \dot{\theta}.\sin\varphi \\ -\dot{\theta}.\cos\varphi + \dot{\psi}.\cos\theta.\sin\varphi & \dot{\psi}.\cos\theta.\cos\varphi + \dot{\theta}.\sin\varphi & 0 \end{bmatrix},$$

$$(13) \qquad \boldsymbol{\omega}_B(t) = \begin{bmatrix} \omega_x(t) = \dot{\psi}(t).\cos\theta(t).\cos\varphi(t) + \dot{\theta}(t).\sin\varphi(t) \\ \omega_y(t) = \dot{\theta}(t).\cos\varphi(t) - \dot{\psi}(t).\cos\theta(t).\sin\varphi(t) \\ \omega_z(t) = \dot{\varphi}(t) + \dot{\psi}(t).\sin\theta(t) \end{bmatrix}.$$

След извършване на линеаризация по схемата (7) матрицата моментна ъглова скорост $\mathbf{\Omega}_B(t)$ и вектора моментна ъглова скорост $\boldsymbol{\omega}_B(t)$ добиват вида:

$$\text{(14)}\qquad \mathbf{\Omega}_B(t)=\begin{bmatrix} 0 & -\omega_z(t) & \omega_y(t) \\ \omega_z(t) & 0 & -\omega_x(t) \\ -\omega_y(t) & \omega_x(t) & 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & -\dot{\varphi}(t) & \dot{\theta}(t) \\ \dot{\varphi}(t) & 0 & -\dot{\psi}(t) \\ -\dot{\theta}(t) & \dot{\psi}(t) & 0 \end{bmatrix},$$

$$\text{(15)}\qquad \boldsymbol{\omega}_B(t)=\begin{bmatrix} \omega_x(t)\approx\dot{\psi}(t) \\ \omega_y(t)\approx\dot{\theta}(t) \\ \omega_z(t)\approx\dot{\varphi}(t) \end{bmatrix}.$$

Сравняването на крайните резултати на формула (10) и (14), както и на формула (11) и (15), потвърждава изказаното твърдение непосредствено след формули (5) и (6).

4. Физичвско тълкуване на проведената линеаризация.

След проведената линеаризация може да се съставят следните равенства:

$$\text{(16)}\qquad \boldsymbol{\omega}_A(t)=\begin{bmatrix} \omega_X(t)\approx\dot{\psi}(t)=\dfrac{\alpha_1}{dt} \\ \omega_Y(t)\approx\dot{\theta}(t)=\dfrac{\alpha_2}{dt} \\ \omega_Z(t)\approx\dot{\varphi}(t)=\dfrac{\alpha_3}{dt} \end{bmatrix},$$

$$\text{(17)}\qquad \boldsymbol{\omega}_B(t)=\begin{bmatrix} \omega_x(t)\approx\dot{\psi}(t)=\dfrac{\beta_1}{dt} \\ \omega_y(t)\approx\dot{\theta}(t)=\dfrac{\beta_2}{dt} \\ \omega_z(t)\approx\dot{\varphi}(t)=\dfrac{\beta_3}{dt} \end{bmatrix}.$$

Във формули (16) и (17) ъглите α_k и β_k, $(k=1,2,3)$, са безкрайно малки, като $\alpha_k\approx\beta_k$. Тези ъгли не са диференциали на някаква ъглова функция на времето t, защото не могат да се развият около стационарни оси. Такива оси за тях няма! Техните оси са моментни, или с други думи, във всеки момент от времето тези оси променят менят своето положение в пространството, [4].

Сега правим второ приемане, с което още повече линеаризираме задачата, но за сметка на това я превръщаме в много важна за практически и инженерни цели. Действието се състои в това, че допускаме съществуването на три непрекъснати функции на времето $\dot{\theta}_x(t)$, $\dot{\theta}_y(t)$ и $\dot{\theta}_z(t)$ така, че да са в сила равенствата:

$$\text{(18)}\qquad \boldsymbol{\omega}_A(t)=\begin{bmatrix} \omega_X(t)\approx\dot{\psi}(t)=\dfrac{\alpha_1}{dt}\approx\dfrac{d\,\theta_x(t)}{dt}\equiv\dot{\theta}_x(t) \\ \omega_Y(t)\approx\dot{\theta}(t)=\dfrac{\alpha_2}{dt}\approx\dfrac{d\,\theta_y(t)}{dt}\equiv\dot{\theta}_y(t) \\ \omega_Z(t)\approx\dot{\varphi}(t)=\dfrac{\alpha_3}{dt}\approx\dfrac{d\,\theta_z(t)}{dt}\equiv\dot{\theta}_z(t) \end{bmatrix},$$

(19) $$\boldsymbol{\omega}_B(t) = \begin{bmatrix} \omega_x(t) \approx \dot{\psi}(t) = \dfrac{\beta_1}{dt} \approx \dfrac{d\,\theta_x(t)}{dt} \equiv \dot{\theta}_x(t) \\ \omega_y(t) \approx \dot{\theta}(t) = \dfrac{\beta_2}{dt} \approx \dfrac{d\,\theta_y(t)}{dt} \equiv \dot{\theta}_y(t) \\ \omega_z(t) \approx \dot{\varphi}(t) = \dfrac{\beta_3}{dt} \approx \dfrac{d\,\theta_z(t)}{dt} \equiv \dot{\theta}_z(t) \end{bmatrix}.$$

Формули (18) и (19) потвърждава вече установения извод, че векторът моментна ъглова скорост след проведената линеаризация има едни и същи значения при отчитане спрямо двете подвижни координатни системи, $OXYZ$ и $Oxyz$.

Ето защо, от тук нататък, при описание на кинематиката на псевдо транслационното движение ще използваме само едно означение за вектора моментна ъглова скорост, независимо от това спрямо коя координатна система се извършва отчитането. Този вектор ще изписваме във вида:

(20) $$\boldsymbol{\omega}(t) = \begin{bmatrix} \omega_x(t) = \dfrac{d\,\theta_x(t)}{dt} \equiv \dot{\theta}_x(t) \\ \omega_y(t) = \dfrac{d\,\theta_y(t)}{dt} \equiv \dot{\theta}_y(t) \\ \omega_z(t) = \dfrac{d\,\theta_z(t)}{dt} \equiv \dot{\theta}_z(t) \end{bmatrix}.$$

Обратно-симетричната матрица моментна ъглова скорост ще отразяваме без специален индекс, показващ спрямо коя координатна система се отчита, а именно:

(21) $$\boldsymbol{\Omega}(t) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z(t) & \omega_y(t) \\ \omega_z(t) & 0 & -\omega_x(t) \\ -\omega_y(t) & \omega_x(t) & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\theta}_z(t) & \dot{\theta}_y(t) \\ \dot{\theta}_z(t) & 0 & -\dot{\theta}_x(t) \\ -\dot{\theta}_y(t) & \dot{\theta}_x(t) & 0 \end{bmatrix}.$$

Векторът $\boldsymbol{\rho}_{O,A}(t)$, също ще изписваме без индекса "A" по следния начин:

(22) $$\boldsymbol{\rho}_O(t) = \begin{bmatrix} \xi_O(t) \\ \eta_O(t) \\ \zeta_O(t) \end{bmatrix}.$$

Формули (20) и (21) дефинират най-важните кинематични характеристики на псевдо транслационното движение на дадено идеално твърдо тяло. В следващия параграф ще установим, че тези формули представляват основа, от която се дефинира закона на това движение. Освен това, те служат и за определяне на всички кинематични характеристики на произволна точка от тялото.

5. Вектор и матрица ъгъл на завъртане.

За въведения вече вектор моментна ъглова скорост от формула (20) може да се състави още една дефиниционна формула, а именно:

(23) $$\boldsymbol{\omega} = \frac{\boldsymbol{\alpha}}{dt},$$

където векторът:

$$(24) \qquad \boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{bmatrix},$$

представлява вектор безкрайно малко моментно завъртане на даденото твърдо тяло.

Възниква въпроса: Има ли друг вектор, специфичен само за псевдо транслационното движение? Отговорът на този въпрос е положителен. Да, има такъв вектор. И това е вектора ъгъл на завъртане. Той се дефинира с формулата:

$$(25) \qquad \boldsymbol{\theta}(t) = \begin{bmatrix} \theta_x(t) \\ \theta_y(t) \\ \theta_z(t) \end{bmatrix}.$$

Независимо от това, че този вектор се дефинира като векторна функция на времето t и предполага, че той се развива спрямо фиксирана стационарна ос, това не е така. Точното му название би трябвало да бъде вектор моментен ъгъл на завъртане и да не се дефинира като векторна функция на времето t.

Следователно в този си вид той е дефиниран, по принцип, некоректно. Това беше изяснено вече в предходния параграф, когато се дефинира производната на този вектор спрямо времето t.

Но като се има в предвид, че псевдо транслационното движение на едно идеално твърдо тяло се характеризира с много малки ъгли (за целия период от време) между осите на подвижната координатна система $Oxyz$, неизменно свързана със свободно движещото се идеално твърдо тяло, и транслационно движещата се с тялото спомагателна координатна система $OXYZ$, координатните оси на която са винаги успоредни на съответните оси от абсолютната координатна система $A\xi\eta\zeta$, то некоректността при дефинирането на вектора $\boldsymbol{\theta}(t)$ се притъпява и той, в интерес на практическите нужди, се възприема като напълно приемлив. Нещо повече. Именно този всевдо вектор служи за дефиниране на Закона на псевдо транслационното движение!

И така, ще считаме, макар и доста приближено, че Законът на псевдо транслационното движение на едно идеално твърдо тяло се задава с двата вектора, изписани с формули (22) и (25).

От вектора ъгъл на завъртане изграждаме матрица ъгъл на завъртане във вида:

$$(26) \qquad \Theta(t) = \begin{bmatrix} 0 & -\theta_z(t) & \theta_y(t) \\ \theta_z(t) & 0 & -\theta_x(t) \\ -\theta_y(t) & \theta_x(t) & 0 \end{bmatrix}.$$

От двойката формули (20) и (25), от една страна, и формули (21) и (26), от друга, се получава връзката между вектора моментна ъглова скорост и вектора ъгъл на завъртане, както и между матрицата моментна ъглова скорост и матрицата ъгъл на завъртане:

$$(27) \qquad \boldsymbol{\omega}(t) = \dot{\boldsymbol{\theta}}(t),$$

$$(28) \qquad \boldsymbol{\Omega}(t) = \dot{\boldsymbol{\Theta}}(t).$$

При по-нататъшното изграждане на Теорията на малките пространствени трептения на идеално твърдото тяло, двата вектора се обединяват в един общ вектор, а именно:

$$
(29) \qquad \mathbf{q}(t) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\rho}_O(t) \\ \boldsymbol{\theta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_O(t) \\ \eta_O(t) \\ \zeta_O(t) \\ \theta_x(t) \\ \theta_y(t) \\ \theta_z(t) \end{bmatrix}.
$$

В Аналитичната механика векторът $\mathbf{q}(t)$ е известен под името вектор на независимите обобщени координати, или съкратено, вектор на обобщените координати, [2, 3, 5].

6. Изводи.

Статията представлява теоретична разработка. Независимо от това, тя е тясно свързана с практиката, и по-специално, с изследването на малките пространствени трептения на дадено твърдо тяло. Крайните резултати от статията са известни и се използват много отдавна в работите на редица изследователи, например [1, 4]. Тук, обаче, се разкрива пътя за получаването им.

Най-важните приноси в работата могат да се обобщят по следния начин.

- Дефинирано е понятието ***псевдо транслационно движение***. Понятие, което авторът на тази публикация не е срещал в специализираната литература.
- Дефинирани са две групи тригонометрични изрази – формули (2) и (7), чрез които е проведена линеаризация на матриците на преход, и матрицата и вектора моментна ъглова скорост, изхождайки от Кардановите ъгли. Направен е важен извод, че за този вид движение на твърдото тяло, отчитането на всички векторни величини спрямо подвижните координатни системи $OXYZ$ и $Oxyz$ е равностойно.
- Теоретично е изяснен процеса, благодарение на който се получава закона на псевдо транслационното движение на дадено свободно твърдо тяло без да се използват Карданови ъгли – формули (22) и (25).

Литература:

[1] Ангелов Ил., Матрична механика – Кинематика, Издателство „Авангард Прима", София, 2008 г.

[2] Бъчваров Ст., Николов Св., Златанов, Механика III (Аналитична механика), Академично изд. на Аграрния университет, Пловдив, 2016 г.

[3] Василев Д., Иванов А. Теоретична механика, Издателство на ВТУ „Тодор Каблешков", София, 2008 г., 2014 г.

[4] Иванов А. Теоретична механика – Кинематика в матрична форма, издателство „Авангард Прима", София, 2012 г.

[5] Колев П., Методи за динамичен анализ, Издателство на ВТУ „Тодор Каблешков", София, 2006 г.

KINEMATICS OF PSEUDO TRANSLATIONAL MOTION OF RIGID BODY

Anastas Ivanov
aii2010@abv.bg

Todor Kableshkov University of Transport
1574 Sofia, 158 Geo Milev Street
BULGARIA

***Key words**: kinematics, general motion, ideal rigid body, pseudo translation, linearization, Cardan's angles, transition matrices, angle speed, low of motion.*

***Abstract**: This article describes the concept of pseudo translational motion of rigid body (from Greek language ψευδο - lie). It is assumed that this motion represents a special case of his general movement, but with very little spin around the selected pole. Kinematics of pseudo translational movement has some specific features that are defined in this work. It facilitates the development of the corresponding dynamics, in particular, the small three dimensional vibrations of a rigid body.*

It is known that in studying the spherical movement of a rigid body, especially in the courses of Theoretical Mechanics in the technical universities, Eulerian angles are used. (Leonhard Euler, 1707-1783). They describe and spherical components of the rotational movement of this rigid body. These angles have many advantages. They are particularly suitable for Celestial Mechanics. However, when considered a number of technical applications and tasks, particularly the movements of vehicles such as locomotives, wagons, automobiles, ships, airplanes and other, more appropriate to use Cardanian angles. (Girolamo Cardano, 1501-1576). They are very suitable for studying small three dimensional vibrations of the rigid body around its equilibrium position. That is the essence of this work. A specific linearization matrix of transition and angular velocity describing the spherical component of the overall motion of a rigid body is made. Finally, the ultimate goal of the study - the definition of the law of pseudo translational movement is reached. The study is leaded in a matrix form.