Механика Транспорт Комуникации

ISSN 1312-3823 (print)

ISSN 2367-6620 (online)

том 14, брой 3/2, 2016 г.

Научно списание http://www.mtc-aj.com статия № 1406

УПРАВЛЕНИЕ НА ПРОЦЕСА В НЕЛИНЕЙНА ЕЛЕКТРИЧЕСКА ВЕРИГА, ОПИСАНА С УРАВНЕНИЕ НА ДЮФИНГ

Галина Чернева
cherneva@vtu.bg

ВТУ "Тодор Каблешков"
София, 1574, ул. "Гео Милев" 158,
БЪЛГАРИЯ

Ключови думи: *нелинейни електрически вериги, хаотичен процес, управление, уравнение на Дюфинг*

Резюме: *В доклада се предлага подход за управление на процеса, формиран в нелинейна електрическа верига, описана с неавтономно уравнение на Дюфинг. Той се основава на синтезиране на външни въздействия върху параметрите на системата, чрез които се увеличава амплитудата на отклонението на фазовата траектория от равновесните точки.*

1. Постановка на проблема

Неавтономното уравнение на Дюфинг [3,4] е модел на редица нелинейни електрически вериги, чийто нелинеен елемент се описва с нелинейна функция от трети ред. Съществуват много примери за такива елементи, като характеристиките им се задават чрез положителна или отрицателна нелинейна проводимост [1,2]. Доказано е, че чрез подходящ избор на параметрите на елементите, в тези електрически вериги може да се формира хаотичен режим. Това всъщност е основната идея на управлението на процеса във веригата - чрез малко въздействие върху параметрите й, да се постигне желания атрактор.

В настоящата работа е предложен подход на управление на режима, реализиран в нелинейна електрическа верига, описана с неавтономно уравнение на Дюфинг, чрез който се осъществява преобразуване на процеса в периодичен, квазипериодичен, или хаотичен. Той се състои в синтезиране на външни въздействия върху параметрите на системата [5], чрез които се увеличава амплитудата на отклонението на фазовата траектория от равновесните точки.

2. Електрческа верига, моделирана с уравнение на Дюфинг.

Неавтономното уравнение на Дюфинг има вида:

(1) $$\ddot{x} + k\dot{x} + F(x) = A\cos\omega t\,.$$

Ако функцията $F(x)$ е от трети ред от вида

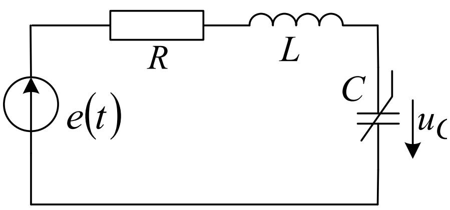
$$F(x) = ax + bx^3,\; a > 0, b > 0,$$

то (1) е еквивалентно на тримерна НДС, представена със системата:

$$(2)\qquad \begin{vmatrix} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = ax_1 - bx_1^3 + \left[-kx_2 + A\cos x_3\right]. \\ \dot{x}_3 = \omega \end{vmatrix}$$

Уравнение (1) е модел на често приложимата електрическа верига от фиг.1, захранена с електродвижещо напрежение $e(t) = E\cos\omega t$, чийто нелинеен кондензатор е с кулон-волтна характеристика:

$$(3)\qquad u_C(q) = aq + bq^3 \quad a > 0, b > 0 \ .$$



Фиг.1 Схема на електрическата верига

Действително, съгласно втори закон на Кирхоф, за веригата от фиг.1 се записва уравнението:

$$(4)\qquad \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{a}{L}q + \frac{b}{L}q^3 = \frac{E}{L}\cos\omega t \ .$$

Чрез подходящо полагане уравнение (4) се свежда до:

$$(5)\qquad \frac{d^2q}{dt^2} + \alpha\frac{dq}{dt} + q + \beta q^3 = u \ ,$$

което е еквивалентно на (1) и на системата:

$$(6)\qquad \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ f(x_1, x_2) + u \end{bmatrix},$$

където

$$(7)\qquad f(x_1, x_2) = -\alpha x_2 - x_1 - \beta^2 x_1^3 .$$

Особените точки на (6) са $x_1 = 0, \frac{1}{\beta}$ и $x_2 = 0$.

Система (6) може да се запише чрез линеаризация [5] в областта на равновесните състояния във вида:

$$(8)\qquad \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 - 3\beta x_1^2 & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \ ,$$

или в матрична форма:

(9) **X'≅AX+ BU.**

3. Управление на процеса във веригата, описана с уравнение на Дюфинг

Съгласно разработеният в [5] подход за управление на процеса в една нелинейна динамична система, стохастизацията на колебанията е свързана с увеличаване на амплитудата на отклонението на фазовата траектория в околностите на равновесните точки. Така чрез подходящи външни управляващи въздействия върху системата, които се въвеждат в описващите я диференциални уравнения, може да се променя отклонението на променливите на състоянието от равновесните им координати и да се реализира желания режим на работа.

За целта се формира управляващо въздействие от вида:

(10) $$x_{2y} = -A_1 x_1 - A_2 x_2^3,$$

където x_1, x_2 са променливите на състоянието на системата (6), а A_1, A_2 са константи, определени от параметрите на веригата.

Изразява се разликата:

(11) $$x_2 - x_{2y} = d = x_2 + x_2\left(A_1 + A_2 x_2^2\right).$$

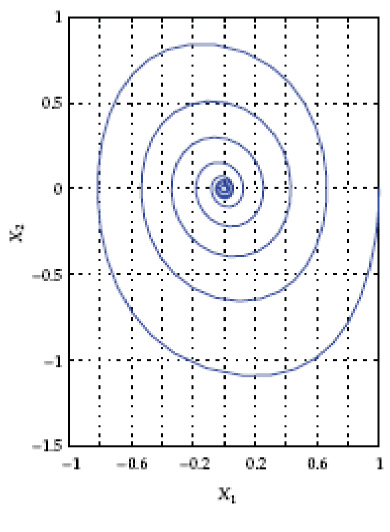
Като се заместят (10) и (11) в (6), се получава новата система на променливите на състоянието:

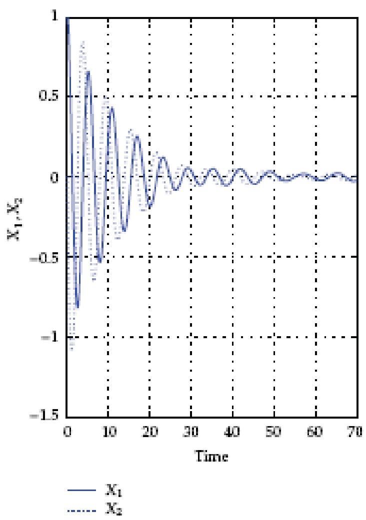
(12) $$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d - A_1 x_1 - A_2 x_1^3 \\ \dot{x}_2 + x_2\left(A_1 + A_2 x_1^2\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d - A_1 x_1 - A_2 x_1^3 \\ f\left(x_1, x_2\right) + u + x_2\left(A_1 + A_2 x_1^2\right) \end{bmatrix}$$

Така чрез управляващия сигнал (10) и подходящ избор на параметри A_1, A_2 може да се въздейства върху процеса, формиран в разглежданата нелинейна верига, описана чрез уравнението на Дюфинг.

Описаният подход и получената система на променливите на състоянието (12) с а моделирани в Matlab.

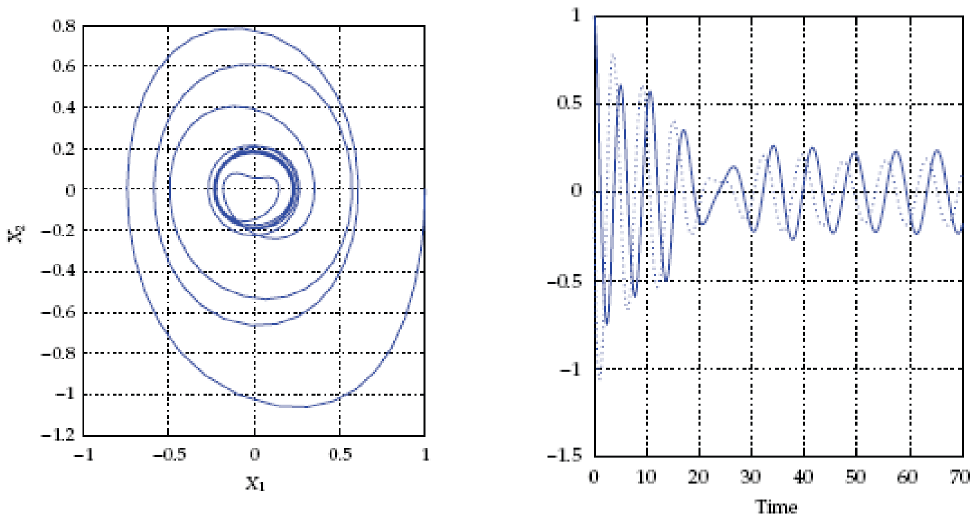
Първоначално във веригата е установен периодичен режим, без прилагане на въздействие (10). Фазовият портрет $x_2 = f(x_1)$ и фазовата траектория са дадени на фиг.2.





Фиг.2 Периодичен режим при липса на управляващо въздействие

При въвеждане на въздействие (10) режимът във веригата се променя, като резултатите от симулацията са показани на фиг.3.



Фиг.3 Режим при приложено управляващо въздействие

От получените фазови траектории и портрети, дадени фиг.2 и фиг.3, се вижда, как чрез синтезираното по зависимост (10) въздействие върху системата, се излиза от периодичен и се реализира хаотичен режим. Естествено, възможна е и обратната последователност, т.е преминаване от хаотичен към периодичен режим в системата.

4. Заключение

Направените в работата изследвания утвърждават изложения в [5] подход за управление на процеса в нелинейна динамична система чрез външно въздействие върху параметрите ѝ, формирано на база отклонението на фазовите траектории от равновесните състояния.

Литература

[1]Guckenheimer J.M., P. Holmes. Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems and Bifurcation of Vector Fields. N.Y. Springer-Verlag,2006.

[2] Филипов Е., Нелинейна електротехника, С.„Техника”, 1979. (Philipov E. Nelineina elektrotechnika, S. Technika, 1979)

[3] Zh. D. Georgiev, I. L. Karagineva, Analysis and Synthesis of Self-Sustained Oscillators, Described by Perturbed Double Hump Duffing Equations, “Summer School Advanced Aspects of Theoretical Electrical Engineering, Sozopol’07”, Part II, pp. 79-87, 2007.

[4] D.W. Jordon and P. Smith. Nonlinear Ordinary Differential Equation. N.Y. Oxford University Press.1987

[5] Чернева Г. Идентификация и управление на хаотични процеси с приложение в електронните комуникации. Автореферат за придобиване на НС „доктор на науките”.2016.

CONTROL OF PROCESS IN NONLINEAR CIRCUIT, REPRESENTED BY THE DUFFING’S EQUATION

Galina Cherneva
cherneva@vtu.bg

Todor Kableshkov University of Transport
Sofia, 158 Geo Milev Str
BULGARIA

Key words: *nonlinear electrical circuits, chaotic process , control, Duffing equation*

Abstract: *In the paper is proposed an approach to control the processes in nonlinear circuit represented by the not autonomous equation of Duffing. In the proposed approach is synthesized external impact on the system parameters. These parameters extend the phase trajectory from equilibrium points to achieve the chaotic regime.*