



АНАЛИЗ НА ЛИНЕЙНИ ЕЛЕКТРИЧЕСКИ ВЕРИГИ ПРИ СИНУСОИДАЛНИ РЕЖИМИ ЧРЕЗ АВТОМАТИЧНО ИЗЧИСЛЯВАНЕ НА ПАРАМЕТРИТЕ ИМ С ЕЛЕКТРОННАТА ТАБЛИЦА EXCEL

Симона Петракиева, Борислав Бойчев
petrakievas-te@tu-sofia.bg, bojchev@tu-sofia.bg

Технически университет – София,
бул. “Кл. Охридски” № 8, 1797, София,
БЪЛГАРИЯ

Ключови думи: синусоидални режими, линейни електрически вериги, изчисления с Excel, теорема на Тевенен

Резюме: Всеки променливотоков периодичен сигнал с период 2π може да се развие в ред на Фурие. Тогава анализът на поведението на дадена линейна електрическа верига се свежда до решаване на една постояннотокова задача и множество променливотокови при синусоидални източници. В настоящата статия се предлага автоматично изчисляване на комплексните съпротивления Z в електрически вериги и определяне на ток в даден клон от веригата чрез теоремата на Тевенен на базата на опитно измерени токове, напрежения и активни мощности. Използва се символичният метод за анализ, базиран на математическия апарат на комплексните числа. Изчисленията са извършени чрез електронната таблица Excel, тъй като чрез нея се визуализира в таблична форма както показанията на използваните при измерванията уреди, така и междинно изчислените комплексни величини. По този начин на базата на получените стойности на комплексните съпротивления Z в изследваната линейна електрическа верига се правят изводи относно вида на реалните елементи (резистор, бобина, кондензатор), съдържащи се в тях.

Измерванията са направени по време на лабораторно упражнение “Изследване на линейни електрически вериги при синусоидален режим”, провеждано в курса за обучение “Теоретична електротехника” в едноименната катедра към Технически университет – София.

Статията е с учебна цел за улеснение на студентите при подготвяне и защита на техните протоколи.

ВЪВЕДЕНИЕ

Значителна част от електротехническите устройства работят при променливи периодични режими. Всеки периодичен сигнал с период 2π , снет експериментално или при възможност описан с аналитична функция на времето, може да бъде развит в ред на Фурие във вида [1]:

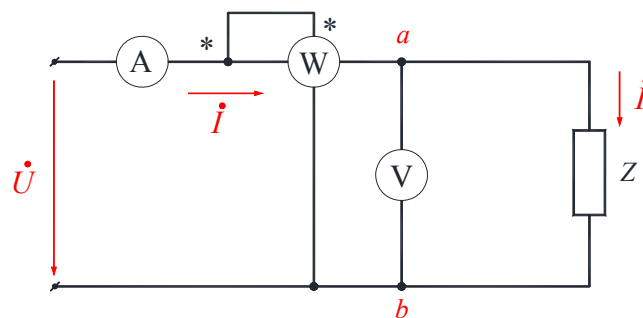
$$(1) \quad x(t) = x_0 + \sum_{k=1}^n [B_k \cdot \cos(k\omega t) + A_k \cdot \sin(k\omega t)] = x_0 + \sum_{k=1}^n x_{m(k)} \cdot \sin(k\omega t + \psi_k).$$

Следователно, изследването на режима на работа на електрическите вериги се свежда до самостоятелен анализ на два типа режими в тях: постояннотоков (съответстващ на постоянната съставка x_0 в (1)) и множество променливотокови (съответстващи на синусоидалните съставки $x_{m(k)} \cdot \sin(k\omega t + \psi_k)$). След което прилагайки принципа на суперпозицията за получените резултати при частичните анализи, се получава цялостна представа на изменението на токовете и напреженията в изследваната електрическа верига.

Настоящата статия е организирана по следния начин. В следващия раздел са дадени аналитичните формули за изчисляване на комплексни съпротивления на базата на опитно измерени данни, както и качествено и количествено оценяване на реалните елементи, съдържащи се в тях. Цитирана е теоремата на Тевенен за определяне на клонов ток в линейна електрическа верига в случаи на пасивен и на активен клон. Процедурите за изчисляване на комплексните съпротивления; на клонов ток чрез теоремата на Тевенен и за анализ на проста електрическа верига (смесено съединение на три комплексни съпротивления) са описани чрез блок-схеми в следващия раздел. Тяхната реализация с Excel е представена в предпоследния раздел от статията, където резултатите от измерванията и от изчисленията са обобщени в таблична форма. Материалът завършва със заключителни бележки относно предимствата и недостатъците на предложеното автоматично изчисляване на протокола за лабораторно упражнение „Изследване на линейна електрическа верига при синусоидален режим“, провеждано в катедра „Теоретична електротехника“ към факултет „Автоматика“ при Технически университет – София.

ДЕФИНИРАНЕ НА ПРОБЛЕМА

Всяко от анализирани комплексни съпротивления се определя на базата на резултати от измервания [2], извършени чрез електрическата верига от Фиг. 1:



Фиг. 1 Схема за определяне на комплексно съпротивление Z

Забележка: Анализират се само линейни електрически вериги.

Волтметърът показва ефективната стойност на входното напрежение U , амперметърът – ефективната стойност на тока I във веригата, а ватметърът – активната мощност P , консумирана от реалната част R на комплексното съпротивление Z , т.е.

$$(2) \quad P = \operatorname{Re} \left[\dot{U} \cdot I^* \right] = U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

Базирайки се на техните показания, стойността на комплексното съпротивление се изчислява като:

$$(3) \quad z = \frac{U}{I}$$

$$\varphi = \pm \arccos \frac{P}{U \cdot I} \Rightarrow Z = z \cdot e^{j\varphi}$$

Забележка: Знакът на ъгъла φ се определя в зависимост от вида на реактивния елемент в комплексното съпротивление Z : (+) при наличие на бобина и (-) при наличие на кондензатор.

Когато представлява интерес определянето на реалните елементи, с които се реализира това комплексно съпротивление, то се представя в алгебрична форма:

$$(4) \quad Z = z \cdot e^{j\varphi} = z(\cos \varphi + j \sin \varphi) = R \pm jX,$$

където: R, Ω – активно съпротивление на резистор;

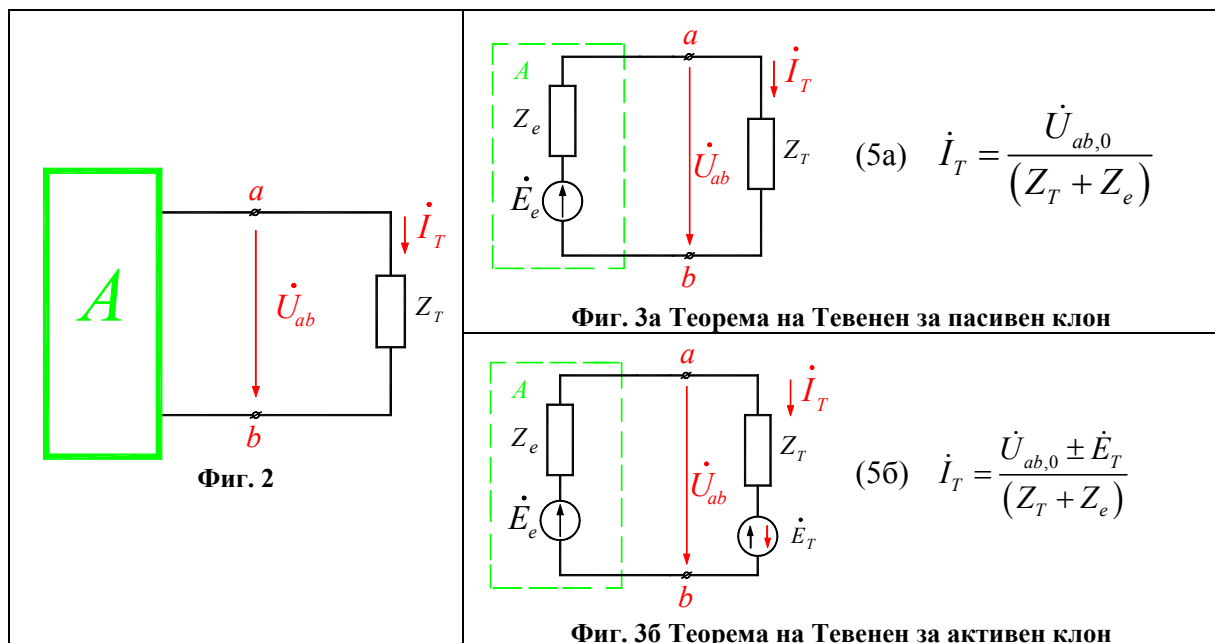
Знак (+) съответства на намотка с реактивно съпротивление

$$X_L = X = \omega L \Rightarrow \text{с индуктивност } L = \frac{X}{\omega} = \frac{X}{2\pi f}.$$

Знак (-) съответства на кондензатор с реактивно съпротивление

$$X_C = X = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \text{с капацитет } C = \frac{1}{\omega X} = \frac{1}{2\pi f \cdot X}.$$

Теоремата на Тевенен се прилага за определяне на ток в даден клон на изследваната електрическа верига. При нея анализираният клон се отделя като самостоятелен, а останалата част от веригата се разглежда като активен двуполусник от последователен тип (Фиг. 2) [3, 4]. При търсене на ток в пасивен и в активен клон резултатните вериги са показани съответно на Фиг. 3а и 3б, заедно със съответните изрази на теоремата.



Физическата интерпретация на участващите в изрази (5а) и (5б) величини е следната:

Z_T - комплексно съпротивление в изследвания клон от електрическата верига;

Z_e - еквивалентно комплексно съпротивление между в. a и в. b при отстраняване на анализирувания клон и елиминиране на източниците на енергия в електрическата верига;

$\dot{U}_{ab,0}$ - еквивалентно комплексно напрежение между в. a и в. b при отстраняване на анализирувания клон в изследваната електрическа верига;

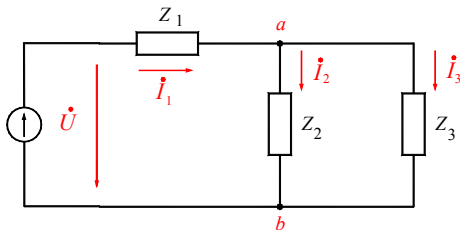
\dot{E}_T - източник на ЕДН в разглеждания клон от електрическата верига.

Знакът пред \dot{E}_T се определя в зависимост от посоките на търсения ток \dot{I}_T и \dot{E}_T .

ПРОЦЕДУРА ЗА АВТОМАТИЧНО ИЗЧИСЛЯВАНЕ НА КОМПЛЕКСНИ ВЕЛИЧИНИ

Последователността от изчисления, които трябва да се извършат, за да се определи стойността на всяко от анализираните комплексни съпротивления Z се описват чрез **Процедура 1** (Фиг. 4), а за аналитично изчисляване на комплексната стойност на даден клон ток чрез теоремата на Тевенен – с **Процедура 2** (Фиг. 5). Получените изходни данни от **Процедура 1** са входни за **Процедура 2**.

Забележка: Процедурата за аналитично определяне на клоновите токове в анализираната електрическа верига (Фиг. 6) е аналогична на Процедура 2 с единствената разлика в използваните формули за изчисление [3, 4]:



$$Z_{\text{вср.}} = Z_1 + \frac{Z_2 \cdot Z_3}{(Z_2 + Z_3)}$$

$$\dot{U} = U \cdot e^{j0} = U, V$$

Фиг. 6 Анализирана линейна електрическа верига

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{Z_{\text{вср.}}} = I_1 \cdot e^{j\Psi_{I_1}}, A \Rightarrow I_1 = \dots, A$$

$$\dot{U}_1 = Z_1 \cdot \dot{I}_1 = U_1 \cdot e^{j\Psi_{U_1}}, V \Rightarrow U_1 = \dots, V$$

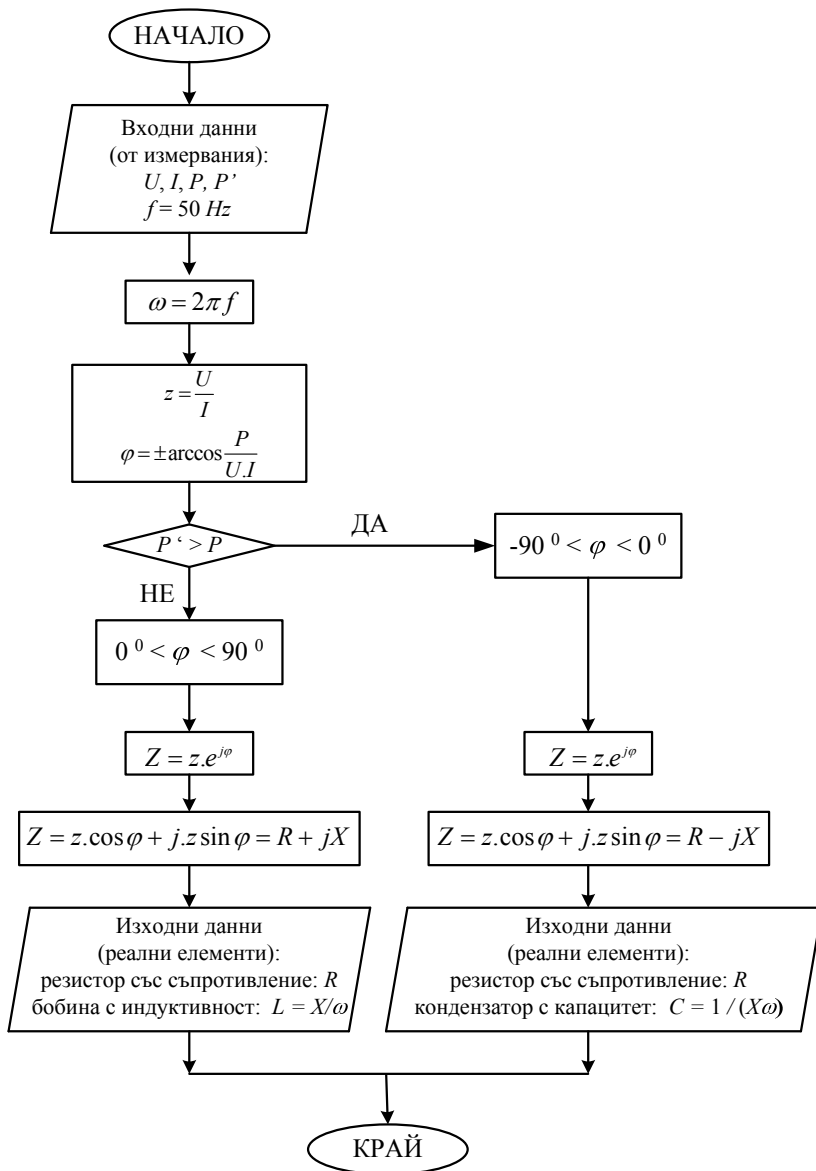
$$\dot{I}_2 = \dot{I}_1 \frac{Z_3}{(Z_2 + Z_3)} = I_2 \cdot e^{j\Psi_{I_2}}, A \Rightarrow I_2 = \dots, A \quad \dot{U}_2 = \dot{U} - \dot{U}_1 = U_2 \cdot e^{j\Psi_{U_2}}, V \Rightarrow U_2 = \dots, V$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_1 - \dot{I}_2 = I_3 \cdot e^{j\Psi_{I_3}}, A \Rightarrow I_3 = \dots, A$$

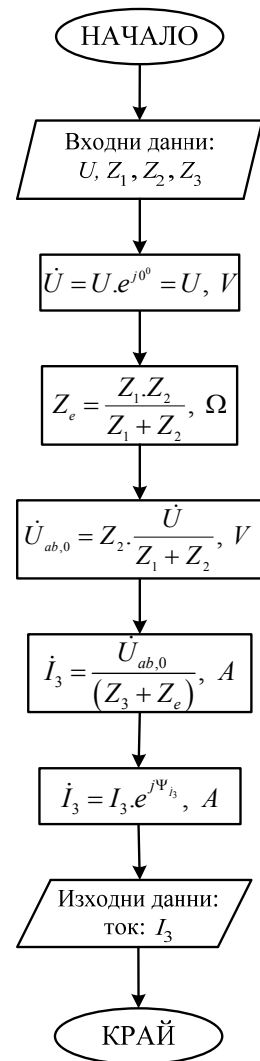
$$I_A = I, A$$

$$U_V = U, V$$

$$P_W = \text{Re}[\dot{S}] = \text{Re}[\dot{U} \cdot \dot{I}_1^*], W$$

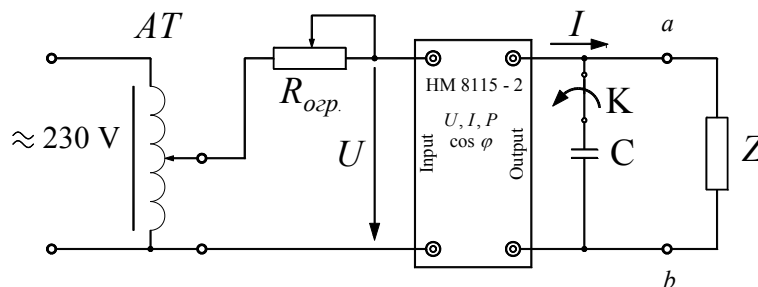


Фиг. 4 Процедура 1: Изчисляване на комплексно съпротивление Z



Фиг. 5 Процедура 2: Изчисляване на ток I_3

ОБРАБОТКА НА РЕЗУЛТАТИТЕ ОТ ИЗМЕРВАНИЯТА С EXCEL [5]

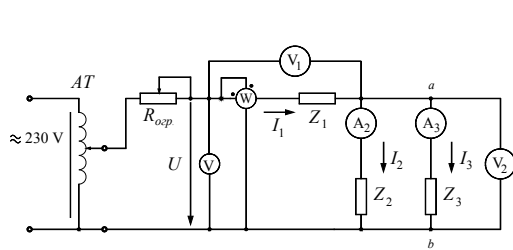


Фиг. 7 Опитна постановка за определяне на комплексно съпротивление чрез цифров измервателен уред

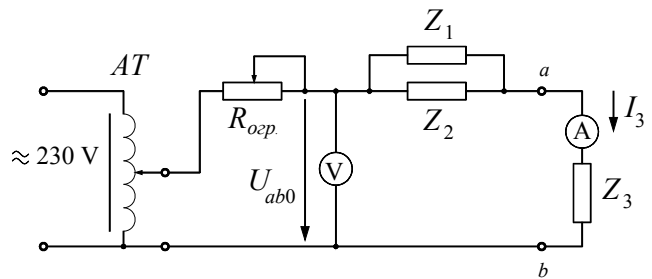
Опитната постановка чрез използване на цифров измервателен уред за определяне на комплексните съпротивления е показана на Фиг. 7, а съответните данни от измерванията и изчисленията са поместени в Таблица 1.

Анализът на режимите в електрическата верига от Фиг. 6 чрез цифров измервателен уред е извършен посредством опитната постановка от Фиг. 8, а съответните данни от измерванията и изчисленията са поместени в Таблица 2.

Опитната постановка за експериментално определяне на тока I_3 в анализирания верига от Фиг. 6 е показана на Фиг. 9, а съответните данни от измерванията и изчисленията са поместени в Таблица 3.



Фиг. 8 Опитна постановка за изследване на линейна електрическа верига



Фиг. 9 Опитна постановка за определяне на тока I_3 в електрическата верига

Таблица 1

Изследван двуполусник	Измерени величини					Изчислени величини					Реални елементи		
	U, V	I, A	P, W	cos φ, -	cos φ', -	z, Ω	φ, deg	R, Ω	X, Ω	Z = R +/- jX, Ω	R, Ω	L, H	C, F
Z ₁	100	0,192	6,00	0,31	0,35	520,833	71,912	161,458	495,175	161,458+495,175j	161,458	1,576	
Z ₂	100	0,193	3,50	0,18	0,15	518,135	-79,598	93,264	-509,672	93,264-509,672j	93,264		6,24287E-06
Z ₃	100	0,232	0,00	0,00	-0,01	431,034	-89,964	0,000	-431,034	-431,034j	0,000		7,38183E-06
Z _e (Z ₁ Z ₂)	100	0,103	9,74	0,95	0,90	970,874	18,188	922,330	303,155	922,33+303,155j			

Таблица 3

Измерена стойност		Изчислена стойност							
U, V	I ₃ , A	Z ₁ , Ω	Z ₂ , Ω	Z ₃ , Ω	$\dot{U} = U \cdot e^{j0^\circ} = U, V$	$Z_e = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{(Z_1 + Z_2)}, \Omega$	$\dot{U}_{ab0} = \frac{\dot{U} \cdot Z_2}{(Z_2 + Z_3)}, V$	$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{ab0}}{(Z_e + Z_3)}, A$	I ₃ , A
97	0,1676	161,458+495,175j	93,264-509,672j	-431,034j	97	1054,562-81,739j	46,411-191,445j	0,107-0,13j	0,1684

Таблица 2

Измерени величини		Изчислени величини			
U, V	100	$\dot{U} = U \cdot e^{j0^\circ} = U, V$	100	U, V	100
I ₁ , A	0,308		0,181-0,259j	I ₁ , A	0,31598
I ₂ , A	0,1402	$\dot{I}_2 = \dot{I}_1 \frac{Z_3}{(Z_2 + Z_3)}, A$	0,07-0,126j	I ₂ , A	0,14414
I ₃ , A	0,1676	$\dot{I}_3 = \dot{I}_1 - \dot{I}_2, A$	0,11-0,134j	I ₃ , A	0,17337
U ₁ , V	158	$\dot{U}_1 = Z_1 \cdot \dot{I}_1, V$	157,553+47,541j	U ₁ , V	164,569
U ₂ , V	70,7	$\dot{U}_2 = \dot{U} - \dot{U}_1, V$	-57,553-47,541j	U ₂ , V	74,6491
P, W	17,7	$P_W = \text{Re}[\dot{S}] = \text{Re}[\dot{U} \cdot \dot{I}_1^*], W$	18,056	P, W	18,056
		$Z_{\text{вср.}} = Z_1 + \frac{Z_2 \cdot Z_3}{(Z_2 + Z_3)}$	180,848+259,72j		
		Z ₁ , Ω	161,458+495,175j		
		Z ₂ , Ω	93,264-509,672j		
		Z ₃ , Ω	-431,034j		

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложеният в настоящата статия подход за изчисляване на протоколи по дисциплината “Теоретична електротехника” е с образователна цел. Той ще улесни студентите при изготвянето на протокола за лабораторно упражнение “Изследване на линейна електрическа верига при синусоидален режим”. Използвайки табличното представяне на измерените и изчислените данни чрез Excel се получава нагледна визуализация на същността на измерванията по време на лабораторното упражнение.

От друга страна се спестява време и се намаляват грешките от изчисления, правени с калкулатори. Наред с тези свои предимства обаче, решението с Excel притежава и някои неудобства по отношение на реализацията на операциите с комплексни числа, които трябва да се дефинират като отделни функции, участващи в дадена формула, която се въвежда в конкретна клетка от таблицата. Липсата на възможност за буквено изписване на формулите в значителна степен затруднява интерпретацията им и води до повече грешки при въвеждането им. Друг недостатък на Excel е факта, че в него комплексните числа се интерпретират като стрингове и при дефиниране на закръгления е необходимо да се обработва самостоятелно техните реална и имагинерна части.

Всичко това е избегнато в програми като Matlab и MathCAD, но за съжаление при тях резултатите от изчисленията излизат върху екрана във вид на текст, което затруднява възприятието и налага допълнителна обработка чрез Word .

ЛИТЕРАТУРА:

[1] An introduction to Fourier analysis

<http://www.facstaff.bucknell.edu/mastascu/elessonshtml/freq/freq4.html>

[2] К. Брандиски и колектив, Ръководство за лабораторни упражнения по Теоретична електротехника, изд. КИНГ 2010, ISBN 954-9518-24-8, 144 стр.

[3] Hayt, W., Jr. And J. Kemmerly, Engineering Circuit Analysis, 5th Edition, McGRAW-Hill, Inc., 1993, ISBN 0-07-112736-4, 706 pp.

[4] Г. Чернева, Учебник по Теоретична Електротехника, ч. I, ВТУ София, 2010, ISBN 978-954-12-0195-4, 313 стр.

[5] Microsoft Excel – Help

AUTOMATIC CALCULATION OF THE PARAMETERS OF LINEAR ELECTRICAL CIRCUITS VIA AC ANALYSIS BY THE USE OF EXCEL

Simona Petrakieva, Borislav Boychev

petrakievas-te@tu-sofia.bg, boychev@tu-sofia.bg

*Technical university of Sofia, 8, Kl. Ohridski, blvd. 1797, Sofia,
BULGARIA*

Key words: AC analysis, linear electric circuits, Excel

Abstract: Each periodical signal with period 2π can be presented by Fourier transformation. Then the analysis of the behaviour of linear electric circuits relegates to solving one DC problem and a set of AC problems with sinusoidal sources. In the present paper it suggests automatic calculation of the complex resistances Z in electrical circuits and determining the branch current by Thevenin's theorem, based on the experimental measured currents, voltages and active powers. It uses symbolic method for analysis, using mathematical basic of complex numbers. Calculations are made by the use of Excel, because in this way it visualizes in table form as well the results from measurements as the current calculated complex quantities. Thus, based on the results for the complex resistances Z in the considered electrical circuit it makes conclusions about the type of real elements (resistors, coils and capacitors), included there.

The measurements are made on the lab "AC analysis of linear electric circuits", carrying out in the course "Theory of Electrical Engineering" in the homonymous department in Technical University of Sofia.

The paper is prepared with educational purpose to help the students in preparing and defending their laboratory assignments.