



ОТНОСНО ОПРЕДЕЛЯНЕ НА ЧУВСТВИТЕЛНОСТИТЕ ОТ ПЪРВИ РЕД НА ПРЕДАВАТЕЛНА ФУНКЦИЯ ПРИ ЕКВИВАЛЕНТИ ТРАНСФОРМАЦИИ НА СИГНАЛЕН ГРАФ

Ирина Асенова

irka_honey@yahoo.com

**ВТУ „Тодор Каблешков“ – София, ул. „Гео Милев“ 158,
БЪЛГАРИЯ**

Ключови думи: анализ на чувствителността, предавателни функции, еквивалентни трансформации на сигнални графи

Резюме: Определянето на чувствителността на схемните функции на електрически вериги е задача, чието решаване има съществено значение при синтеза на различни по вид и предназначение електрически и електронни устройства. Намирането на този показател е особено необходимо при проектирането на честотно селективни устройства, тъй като при тях изискванията към точността на възпроизвеждане на честотните им характеристики са твърде високи.

В доклада е определена зависимост между чувствителностите от първи ред на предавателни функции на сигнални графи и подобни чувствителности при еквивалентни трансформации на графи. Тези трансформации не влияят на предавателната функция на електрическата верига, но променят чувствителностите от първи и по-висок ред на същата предавателна функция. Разгледани са случаи на елиминиране на затворени контури без закъснение и е определена връзката между чувствителностите от първи ред на предавателна функция относно предаванията преди и след еквивалентната трансформация на сигнален граф.

ВЪВЕДЕНИЕ

Проектирането на всяко електрическо или електронно устройство се основава на съответна електрическа схема, при което математическият ѝ модел позволява определяне на нейните характеристики.

Обаче на практика е невъзможно да се реализира схема, параметрите на елементите на която точно да съответстват на параметрите на елементите на модела, при които тя е синтезирана. Отклоненията на параметрите на елементите от изчислените им стойности се предизвикват от особеностите на производствения процес, условията на обкръжаващата среда, факторът "стареене" за времето на планирания срок на използване на елемента, фактори, които е необходимо да се имат предвид при проектирането. При елементи, за които се налага серийно производство, се добавя още един проблем, предизвикан от неизбежните производствени толеранси на елементите. Елементи, произведени при еднакви производствени условия, в един и същи момент, от един и същ материал, от една и съща серия се различават повече или по-малко един от друг. Според теорията на чувствителността е възможно да се направи

предварително изчисление на влиянието на тези отклонения върху характеристиките на веригата и то да бъде отчетено при етапа на проектиране. Основният проблем за определяне на чувствителността е определянето на участващите в изразите ѝ производни и той представлява обект на изследване при много методи и алгоритми [1].

Обикновено проектирането на честотно селективните устройства се основава на представяне на техните предавателни функции посредством сигнални графи.

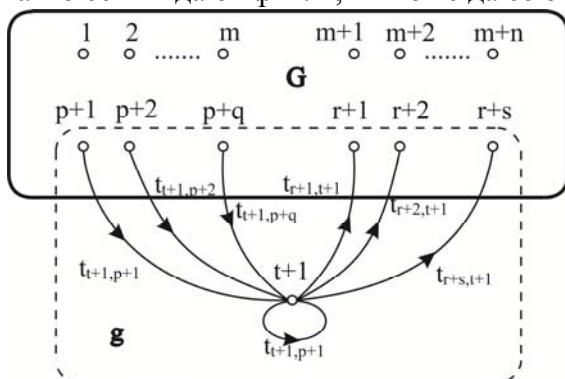
Сигналният граф, получен непосредствено от съответната предавателна функция, не винаги е удобен за практическа реализация, поради което е необходимо неговото еквивалентно преобразуване. При тази процедура се налага да се изчисляват чувствителностите на предавателната функция по отношение на предаванията на ребрата на графа при всяка еквивалентна трансформация. За целта могат да се приложат различните съществуващи методи за определяне на чувствителност въз основа на сигнален граф [1],[2] като обща тяхна особеност е необходимостта от намиране на множество допълнителни предавателни функции на графа и намиране на символни изрази на нужните производни на разглежданата предавателна функция. Изчисляването на функциите на чувствителността като произведение на предавателни функции е намерило особено приложение при методите за анализ чрез сигнални графи, поради отпадането на необходимостта за изчисляване на частните производни на предавателните функции.

ОСНОВНИ И ЧАСТНИ ПРЕДАВАТЕЛНИ ФУНКЦИИ НА СИГНАЛЕН ГРАФ

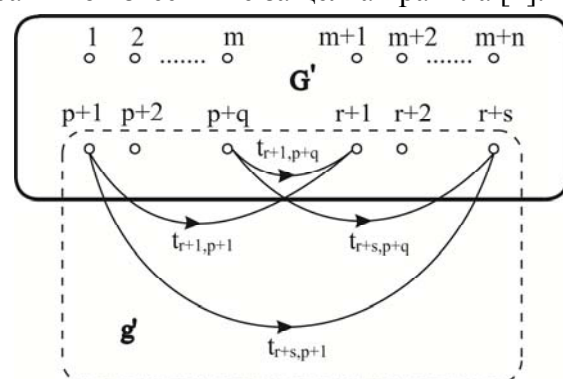
Разглежда се сигналният граф G^M , показан на фиг. 1. Той съдържа m върха-източници, n върха-приемници, неозначени на фигурата смесени върхове, както и подграфа g . На свой ред този подграф е образуван от q върха-източници, s върха-приемници и един смесен връх с номер $t+1$. Трябва да се отбележи, че върховете на подграфа g , с изключение на върха $t+1$, разглеждани като принадлежащи на графа G^M , могат да бъдат смесени върхове или върхове-приемници. По такъв начин се формират множествата от върхове

$$(1) \begin{cases} \alpha = \{1, 2, \dots, m\}; \\ \beta = \{m+1, m+2, \dots, m+n\}; \\ \gamma = \{p+1, p+2, \dots, p+q\}; \\ \delta = \{r+1, r+2, \dots, r+s\}; \\ \varepsilon = t+1 \\ p = m+n; r = p+q; t = r+s \end{cases}$$

Когато затвореният контур в подграфа g представлява примка с предаване $t_{t+1,t+1}$, както се вижда от фиг. 1, тя може да се отстрани по известните за целта правила [1].



Фиг.1



Фиг.2

След извършване на тази операция се получава графът G' с подграф g' , показани на фиг. 2, за

$$(2) \quad t_{ji} = \frac{t_{t+1,i} \cdot t_{j,t+1}}{1 - t_{t+1,t+1}}; \quad i \in \gamma; \quad j \in \delta.$$

Матрицата от предавателни функции за графа G^M между върховете, принадлежащи на множествата α и β има вида

$$(3) \quad T_{\beta\alpha} = \begin{bmatrix} T_{m+1,1} & T_{m+1,2} & \cdots & T_{m+1,n} \\ T_{m+2,1} & T_{m+2,2} & \cdots & T_{m+2,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ T_{m+n,1} & T_{m+n,2} & \cdots & T_{m+n,n} \end{bmatrix}.$$

Освен нея се дефинират още следните матрици от частни предавателни функции $T_{\gamma\alpha}$, $T_{\varepsilon\alpha}$, $T_{\beta\delta}$, $T_{\beta\varepsilon}$ между върховете, принадлежащи на множествата α , β , γ , δ и ε . Матрицата $T_{\varepsilon\alpha}$ се представя във вида

$$(4) \quad T_{\varepsilon\alpha} = \frac{1}{1 - t_{t+1,t+1}} t_{\varepsilon\gamma} \cdot T_{\gamma\alpha},$$

където

$$(5) \quad t_{\varepsilon\gamma} = [t_{t+1,p+1} \quad t_{t+1,p+2} \quad \cdots \quad t_{t+1,p+q}].$$

Така дефинираните предавателни функции са необходими за намирането на първите производни на функциите относно предаванията на ребрата на подграфа g' .

ВЛИЯНИЕ НА ЕЛИМИНИРАНЕТО НА ЗАТВОРЕНИ КОНТУРИ БЕЗ ЗАКЪСНЕНИЕ ВЪРХУ ЧУВСТВИТЕЛНОСТТА НА ПРЕДАВАТЕЛНИ ФУНКЦИИ

Според [2], за производните на предавателните функции, които участват в матрицата (3) спрямо предаванията на ребрата от подграфа g , важат изразите

$$(6) \quad \begin{cases} \frac{\partial T_{ba}}{\partial t_{t+1,i}} = T_{ia} T_{b,t+1}; \\ \frac{\partial T_{ba}}{\partial t_{j,t+1}} = T_{t+1,a} T_{bj}; \end{cases} \quad , \text{ за } \quad a \in \alpha; \quad b \in \beta; \quad i \in \gamma; \quad j \in \delta.$$

Тогава за чувствителностите на посочените по-горе предавания следва

$$(7) \quad S_{t_{t+1,i}}^{T_{ba}} = \frac{\partial T_{ba}}{\partial t_{t+1,i}} \cdot \frac{t_{t+1,i}}{T_{ba}} = \frac{T_{ia} \cdot T_{b,t+1} \cdot t_{t+1,i}}{T_{ba}}; \quad S_{t_{j,t+1}}^{T_{ba}} = \frac{\partial T_{ba}}{\partial t_{j,t+1}} \cdot \frac{t_{j,t+1}}{T_{ba}} = \frac{T_{t+1,a} \cdot T_{bj} \cdot t_{j,t+1}}{T_{ba}}.$$

Същевременно за производните на предавателните функции от израз (3) по отношение на предаванията на ребрата на подграфа g' от фиг. 2 се записва

$$(8) \quad \frac{\partial T_{ba}}{\partial t_{ji}} = T_{ia} T_{bj}$$

и тогава

$$(9) \quad S_{t_{ji}}^{T_{ba}} = \frac{\partial T_{ba}}{\partial t_{ji}} \cdot \frac{t_{ji}}{T_{ba}} = \frac{T_{ia} \cdot T_{bj} \cdot t_{ji}}{T_{ba}}.$$

Ако от зависимости (7) се определят съответно частните предавателни функции T_{ia} и T_{bj} и се заместят в (9) заедно с производния на (4) израз

$$(10) \quad T_{t+1,a} = \frac{1}{1-t_{t+1,t+1}} \sum_{i=p+1}^{p+q} T_{ia} t_{t+1,i}$$

и се вземат предвид изразите (2) и (7), се получава [3]

$$(11) \quad S_{t_{ji}}^{T_{ba}} = \frac{S_{t_{t+1,j}}^{T_{ba}} S_{t_{j,t+1}}^{T_{ba}}}{\sum_{l=p+1}^{p+q} S_{t_{t+1,l}}^{T_{ba}}}; \quad l \in \gamma.$$

Този резултат позволява да се намерят чувствителностите на произволна предавателна функция от матрицата $T_{\beta\alpha}$ в израз (3) спрямо предаванията на ребрата от трансформирания подграф g' въз основа на чувствителностите на същата предавателна функция, но спрямо предаванията на ребрата от подграфа g .

От друга страна, като се вземе предвид, че важи зависимостта [4]

$$(12) \quad \sum_{l=p+1}^{p+q} S_{t_{t+1,l}}^{T_{ba}} = \sum_{k=r+1}^{r+s} S_{t_{t+1,k}}^{T_{ba}}; \quad l \in \gamma, \quad k \in \delta$$

формула (11) се преобразува по следния начин

$$(13) \quad S_{t_{ji}}^{T_{ba}} = \frac{S_{t_{t+1,j}}^{T_{ba}} S_{t_{i,t+1}}^{T_{ba}}}{\sum_{k=r+1}^{r+s} S_{t_{k,t+1}}^{T_{ba}}}; \quad k \in \delta.$$

Като се имат предвид зависимости (2) и (6-9) са разгледани следните случаи на елиминирани на затворени контури:

1. Затвореният контур е образуван от две ребра с предавания t_{lk} и t_{kl} , инцидентни на връх k и връх l (фиг. 3)

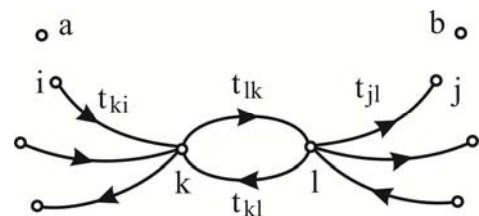
Съгласно цитираните по-горе зависимости (2) и (6-9) следва

$$(14) \quad t_{ji} = \frac{t_{ki} t_{lk} t_{jl}}{\Delta},$$

където $\Delta = 1 - t_{kl} t_{lk}$;

$$(15) \quad S_{t_{ji}}^{T_{ba}} = \frac{T_{ia} T_{bj}}{T_{ba}} t_{ji},$$

$$(16) \quad S_{t_{ki}}^{T_{ba}} = \frac{T_{ia} T_{bk}}{T_{ba}} t_{ki}; \quad S_{t_{jl}}^{T_{ba}} = \frac{T_{la} T_{bj}}{T_{ba}} t_{jl}$$



Фиг.3

След изразяване на предавателните функции T_{ia} и T_{bj} от израз (16) се получава

$$(17) \quad T_{ia} = \frac{S_{t_{ki}} T_{ba}}{T_{bk} t_{ki}}; \quad T_{bj} = \frac{S_{t_{jl}} T_{ba}}{T_{la} t_{jl}}.$$

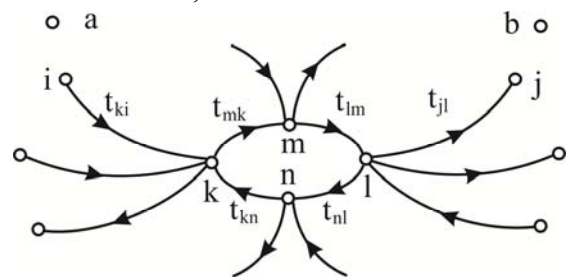
Зависимости (17) се заместват в (15) и като се отчете, че

$$(18) \quad S_{t_{kl}}^{T_{ba}} = \frac{T_{la} T_{bk}}{T_{ba}} t_{kl},$$

откъдето се изразява

$$(19) \quad T_{la} T_{bk} = \frac{T_{ba} S_{t_{kl}}^{T_{ba}}}{t_{kl}}$$

израз (15) придобива окончателния си вид



Фиг.4

$$(20) \quad S_{t_{ji}}^{T_{ba}} = \frac{S_{t_{ki}} S_{t_{jl}} t_{lk} t_{kl}}{S_{t_{kl}}^{T_{ba}} \Delta} = \frac{S_{t_{ki}} S_{t_{jl}} L}{S_{t_{kl}}^{T_{ba}} \Delta},$$

където L представлява произведение от предаванията на ребрата t_{lk} и t_{kl} , участващи в затворения контур;

2. Затвореният контур е образуван от четири ребра (фиг. 4)

В този случай пътят на предаването от връх l към връх k се разделя от връх n , който е инцидентен на входящи и изходящи ребра, включително и на ребрата, участващи в пътя P_{kl} .

Съгласно установените по-горе зависимости (2) и (6-9), се записват изразите

$$(21) \quad t_{ji} = \frac{t_{ki} t_{mk} t_{lm} t_{jl}}{\Delta}; \quad S_{t_{ji}}^{T_{ba}} = \frac{S_{t_{ki}} S_{t_{jl}} T_{ba} t_{mk} t_{lm}}{T_{bk} T_{la} \Delta}.$$

Предавателните функции T_{bk} и T_{la} се определят от

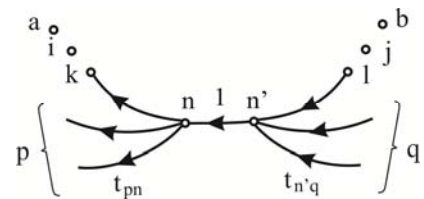
$$T_{bk} = \frac{S_{t_{kn}} T_{ba}}{T_{na} t_{kn}}; \quad T_{la} = \frac{S_{t_{nl}} T_{ba}}{T_{bn} t_{nl}}$$

и чувствителността се записва като

$$S_{t_{ji}}^{T_{ba}} = \frac{S_{t_{ki}} S_{t_{jl}} T_{ba} t_{mk} t_{lm}}{S_{t_{kn}} T_{ba} S_{t_{nl}} T_{ba} \Delta} = \frac{S_{t_{ki}} S_{t_{jl}} L T_{na} T_{bn}}{S_{t_{kn}} S_{t_{nl}} T_{ba} \Delta}.$$

За целите на по-нататъшното изследване е необходимо връх n да се представи като два върха n и n' , инцидентни на ребро с предаване $t_{nn'} = 1$ (фиг. 5). Във върха n' се отделят всички ребра q , насочени към върха n . Останалите p ребра, насочени по посока на излизане от връх n , се опират на самия него. За така полученото ребро с предаване $t_{nn'} = 1$ важи

$$(22) \quad S_{t_{nn'}}^{T_{ba}} = \frac{T_{n'a} T_{bn}}{T_{ba}} t_{nn'} = \frac{T_{n'a} T_{bn}}{T_{ba}}, \text{ за } T_{n'a} = T_{na}.$$



Фиг.5

Тогава

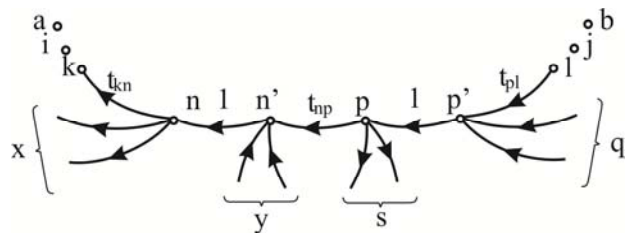
$$(23) \quad S_{t_{ji}}^{T_{ba}} = \frac{S_{t_{ki}} S_{t_{jl}} S_{t_{nn'}} L}{S_{t_{kn}} S_{t_{nl}} \Delta}, \quad \text{където} \quad S_{t_{nn'}} = S_{t_{kn}} + \sum_p S_{t_{pn}} = S_{t_{n'l}} + \sum_q S_{t_{n'q}}.$$

4. Затвореният контур е образуван от пет ребра

Пътят на предаването от връх l към връх k се разделя от върхове p и n , които са инцидентни на входящи и изходящи ребра, включително и на ребрата, участващи в пътя $P_{kl} = t_{pl} t_{np} t_{kn}$. Определена е чувствителността

$$(24) \quad S_{t_{ji}}^{T_{ba}} = \frac{S_{t_{ki}} S_{t_{jl}} t_{mk} t_{lm} t_{kn} t_{pl} T_{na} T_{bp}}{S_{t_{kn}} S_{t_{pl}} \Delta T_{ba}}.$$

Нека върхове n и p са разделени съответно на върхове, инцидентни на ребра с предавания съответно $t_{nn'} = 1$ и $t_{pp'} = 1$ (фиг. 6)



Фиг.6

Върхове n и p са инцидентни на съответните изходящи от тях ребра, които са представени със съвкупността от ребра x и s , а върхове n' и p' са инцидентни съответно на съвкупността от входящи в тях ребра y и q (фиг. 6).

Чувствителностите относно предаванията $t_{nn'}$ и $t_{pp'}$ са

$$(25) \quad S_{t_{nn'}}^{T_{ba}} = \frac{T_{na} T_{bn}}{T_{ba}} t_{nn'} = \frac{T_{na} T_{bn}}{T_{ba}}, \quad \text{за} \quad T_{n'a} = T_{na}; \quad S_{t_{pp'}}^{T_{ba}} = \frac{T_{pa} T_{bp}}{T_{ba}} t_{pp'} = \frac{T_{pa} T_{bp}}{T_{ba}}, \quad \text{за} \\ T_{p'a} = T_{pa}$$

Като резултат от изрази (25) се получават предавателните функции

$$(26) \quad T_{na} = \frac{S_{t_{nn'}} T_{ba}}{T_{bn}}; \quad T_{bp} = \frac{S_{t_{pp'}} T_{ba}}{T_{pa}}$$

След заместване на зависимости (26) в (24) се получава окончателният израз за чувствителността $S_{t_{ji}}^{T_{ba}}$ след отстраняване на затворения контур

$$(27) \quad S_{t_{ji}}^{T_{ba}} = \frac{S_{t_{ki}} S_{t_{jl}} t_{mk} t_{lm} t_{kn} t_{pl} T_{na} T_{bp}}{S_{t_{kn}} S_{t_{pl}} \Delta T_{ba}} = \frac{S_{t_{ki}} S_{t_{jl}} S_{t_{nn'}} S_{t_{pp'}} L}{S_{t_{kn}} S_{t_{pl}} S_{t_{np}} \Delta},$$

където $S_{t_{np}} = \frac{T_{na} T_{bp}}{T_{ba}} t_{np}; \quad L = t_{mk} t_{lm} t_{pl} t_{np} t_{kn};$

$$S_{t_{nn'}} = S_{t_{kn}} + \sum_x S_{t_{xn}} = S_{t_{np}} + \sum_y S_{t_{n'y}};$$

$$S_{t_{pp'}} = S_{t_{np}} + \sum_s S_{t_{xp}} = S_{t_{pl}} + \sum_q S_{t_{p'q}}.$$

Имайки предвид тези резултати се достига до следното **Правило**:

Подграфът g в G^M може да бъде заместен от множество от ребра с предавания между върховете, принадлежащи на множеството α и множеството β . Тази процедура отстранява едновременно всички върхове, принадлежащи на множеството γ . Предаването на всяко ново ребро между върха i от множеството α и върха j от множеството β е

$$(28) \quad t_{ji} = \frac{P_{ji}}{\Delta},$$

където P_{ji} е пътят между върховете, споменати по-горе.

ИЗВОДИ

- Разгледани са характерни случаи на елиминиране на затворени контури без закъснение и са определени зависимости между чувствителностите от първи ред на предавателна функция на сигнален граф и подобни чувствителности, получени след всяка еквивалентна трансформация на графа.
- Формулирано е просто правило за елиминиране на затворени контури в сигнален граф, който отговаря на структура на цифров филтър.
- Резултатите може да се използват не само при сигнални графи на цифрови филтри, но и за други сигнални графи.

ЛИТЕРАТУРА:

- [1] R.E. Massara, „On the Sensitivity of Canonically extended RC-Active Multiloop Filters“, Electrocomponent Science and Technology, Vol.6, , pp 43-48, 1980
- [2] J.Caika, „Sensitivity of Graph Transfer Function to Changes of Transfer Functions of any Branch in a Graph“, Izv.VUZ Radioelektron 14, pp. 355-357, 1971
- [3] I. Georgieva, „Determination of First and Second - Order Sensitivity of Equivalently Transformed Signal-Flow Graphs“, TRANSCOM, Slovak Republic, pp. 7-10, 2001
- [4] C. Acar, „On Determination of Dependent and Independent Sensitivity Functions in Signal-Flow Graphs“, IEEE International Symposium Circuits and Systems, Rome, pp.625-628,1982

FIRST - ORDER SENSITIVITY ANALYSIS OF EQUIVALENTLY TRANSFORMED SIGNAL-FLOW GRAPH

Irina Asenova

irka_honey@yahoo.com

*Todor Kableshkov University of Transport – Sofia
158 Geo Milev Str., Sofia1574,
BULGARIA*

Key words: *sensitivity analysis, transfer functions, equivalent transformations.*

Abstract: *The determination of the sensitivity of the circuit functions is a task whose solution is important in the synthesis of various types and use electrical and electronic devices. Sensitivity analysis is especially needed in the design of frequency selective devices.*

In the paper relationship between sensitivity of transfer functions of signal flow-graphs and similar sensitivity of the equivalent signal-flow graph transformation is defined. These transformations do not affect the transfer function of the circuit, but change first and higher-order sensitivity on the same transfer function. Some cases of loops without delay elimination are considered and a relationship between the first-order sensitivity transfer function with respect to the transmission coefficients before and after transformation the equivalent of signal flow graph is obtained.