

КРИТИЧЕН ПЕРИМЕТЪР НА ПРОДЪНВАНЕ ПРИ КРАЙНИ И ЪГЛОВИ КОЛОНИ СЪГЛАСНО ЕВРОКОД 2

Борислав Даалов

bobdaal@abv.bg

Висше строително училище „Любен Каравелов” – София

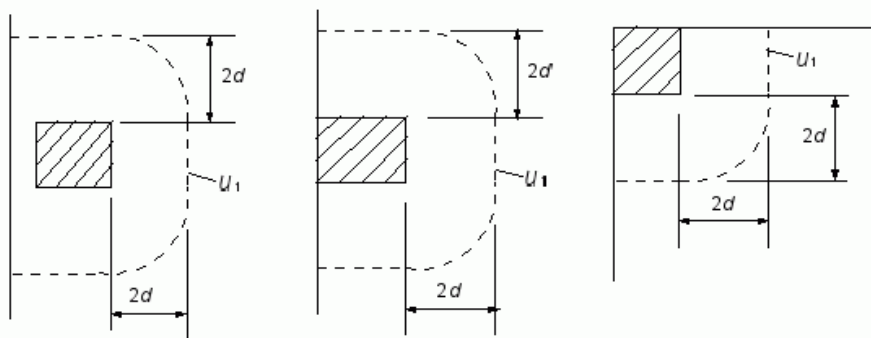
Ул. Суходолска 175, 1373 София

БЪЛГАРИЯ

Ключови думи: периметър на продънване, крайна колона, ъглова колона.

Резюме: Направено е сравнение за големината на срязващото напрежение по критичния периметър при точното му определяне и при използване на приблизителната формула по Еврокод 2. Отбелязано е, че с нея се получава значителна разлика в големината на напрежението, която не е в посока на сигурността. Изведени са формули за точните стойности на характеристиките за основния критичен периметър при крайни и ъгови колони.

Основният критичен периметър u_1 , за който трябва да бъде направена проверка за продънване съгласно Еврокод 2 [2], се намира на разстояние $2d$ от контура на товарната площ или на сечението на колоната, както е показано на фигура 1. С d е означена полезната височина на плочата.



Фигура 1. Основен критичен периметър при крайни и ъгови колони

Този периметър се различава чувствително от използваните в други нормативни документи като [3], [4], [5], при които той се намира на разстояние $d/2$ от контура на колоната и представлява правоъгълник.

Във всички посочени документи формулата за определяне на максималните срязващи напрежения v_{Ed} по критичния периметър има вида

$$(1) \quad v_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{u_1 d} + \frac{k \Delta M_{Ed}}{W_1 d} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_1 d}, \quad \beta = 1 + \frac{k \Delta M_{Ed} u_1}{V_{Ed} W_1}.$$

в която V_{Ed} и ΔM_{Ed} представляват срязваща сила и неуравновесен огъващ момент, предавани от плочата на колоната чрез срязване по периметъра u_1 ;
 W_1 - съпротивителен момент на контура на основния критичен периметър u_1 както е показано на фигура 2, определян с интеграла

$$(2) \quad W_1 = \int_0^{u_1} |e| dl ,$$

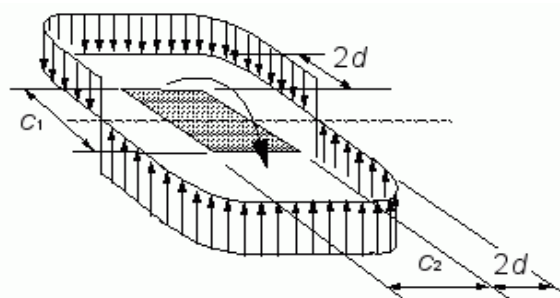
в която dl е диференциален елемент от критичния периметър;

e - разстояние от dl до нулевата линия на контура, изчисляването на W_1 по [2] се извършва като за съпротивителен момент, но при пластични деформации – разпределението на напреженията е по правоъгълна диаграма за контура на периметъра u_1 (фигура 2);

k - коефициент, който зависи от отношението на размерите на напречното сечение на колоната c_1 (по посока на действие на момента) и c_2 (напречно на тази посока) и от частта от неуравновесения момент в плочата ΔM_{Ed} , който се предава на колоната чрез огъване и усукване, а не чрез срязване, определянето на k става по таблица 1.

Таблица 1 Стойности на k за правоъгълни товарни площи

c_1/c_2	$\leq 0,5$	1,0	2,0	$\geq 3,0$
k	0,45	0,60	0,70	0,80

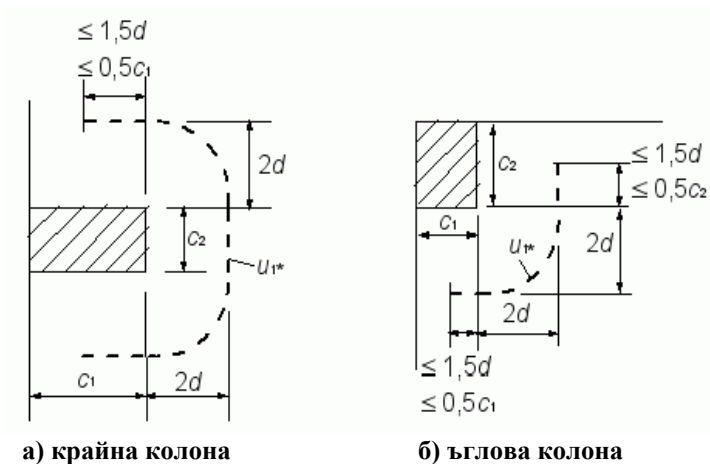


Фигура 2. Разпределение на напреженията на срязване вследствие на неуравновесен момент във връзката плоча колона

За крайни и ълови колони, когато ексцентрицитетът, перпендикулярен на края на плочата (момента действа в равнина перпендикулярна на края на плочата) е в посока на вътрешността и няма ексцентрицитет, успореден на края на плочата, в Еврокод 2 е предоставена и друга възможност за определяне на напреженията чрез формулата

$$(3) \quad v_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{u_{1*} d},$$

в която u_{1*} е намален критичен периметър. Дължината на частта от намаления периметър, успоредна на страната c_1 , е препоръчано да бъде приета по-малката от две дължини: $1,5d$ или $0,5c_1$. Останалата част е както при основния критичен периметър. Същият подход се използва при определяне на намален критичен периметър в случай на ълови колони (фигура 3).



Фигура 3. Намален основен критичен периметър u_{1*}

Формула (3) е залегнала в техническата литература, ползваща Еврокод 2, тъй като предлага много лесно решение (например в трудовете на P. Bhatt). В редица национални нормативни документи, разглеждащи Еврокод 2, обаче, подобна формулировка не е препоръчана. Такива са нормите на Франция, САЩ, Германия, Англия, Русия. С прилагането на формула (3) може да бъде допусната значителна грешка за стойността на v_{Ed} и в някои случаи тя не е в посока на сигурността: изчисленото напрежение ще бъде по-малко от действителното. В други случаи може да се окаже, че изчисленото напрежение е много по-голямо от действителното, което означава излишно запасяване. Коректността на формула (3) може да бъде установена само при съпоставяне с формула (1), която е точната. Целта на това изследване е да бъде направено сравнение за получаваните сръзващи напрежения по приблизителната и по точната формула.

При крайни колони за изчисляване на W_1 е необходимо положението на нулевата линия на контура u_1 . Тя не минава през центъра на тежестта му. Това е ос 1-1, прекарана през точката, означена с буквата c на фигура 4. Разстоянието от външния ръб на плочата до нулевата линия на критичния периметър е

$$(4) \quad x_c = c_1 + a,$$

като a е разстоянието от вътрешния ръб на сечението на колоната до нулевата линия.

За определяне на разстоянието a използваме условието за равновесие на силите по критичния периметър. Понеже в Еврокод 2 е прието, че изчисляването на W_1 се извършва при пластични деформации (разпределението на напреженията е по правоъгълна диаграма за контура на периметъра u_1 - фигура 2), силите от двете страни на нулевата линия трябва да бъдат еднакви по абсолютна стойност. Приемаме $a > 0$, когато нулевата линия е извън сечението на колоната. На разстоянието a отговаря дъгата АВ от контура на критичния периметър. С тези уточнения условието за равновесие на силите се получава от уравнението

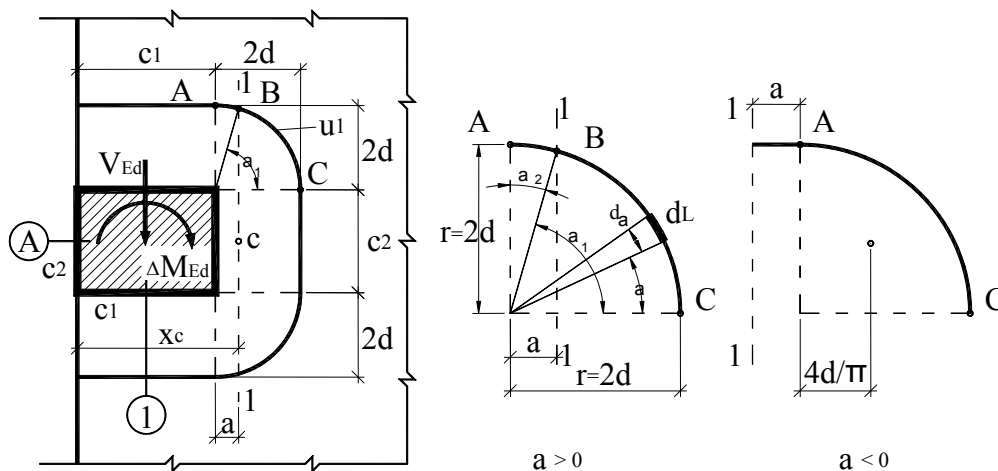
$$2(c_1 + AB) = c_2 + 2(\pi d - AB),$$

от което получаваме дължината на дъгата АВ

$$(5) \quad AB = \frac{c_2 + 2\pi d - 2c_1}{4}.$$

Ъгълът α_2 , стоящ срущу дъгата АВ, е

$$\alpha_2 = \frac{AB}{2d} \text{ rad}.$$



Фигура 4 – Геометрични параметри при основния критичен периметър u_1

За разстоянието a получаваме формулата

$$(6) \quad a = 2ds \sin \alpha_2.$$

Условието, за да бъде с положителна стойност разстоянието a (нулевата линия на контура на основния критичен периметър да бъде разположена извън сечението на колоната), произлиза от (5) и е

$$\frac{c_2 + 2\pi d - 2c_1}{4} > 0,$$

откъдето получаваме след преработка

$$(7) \quad c_2 + 2\pi d > 2c_1.$$

Най-често (7) е изпълнено и $a > 0$.

При $a > 0$:

Ъглите α_1 и α_2 , показани на фигура 4, съответстващи на дъгите BC и AB, могат да бъдат намерени с изразите

$$(8) \quad \alpha_1 = \frac{\pi d - AB}{2d}, \quad \alpha_2 = \frac{AB}{2d}, \quad (\text{в радиани}).$$

За частта от съпротивителния момент \overline{W}_1 , дължаща се на дъговидния участък BC срещу ъгъл α_1 по схемата от фигура 4, прилагаме интегриране по формула (2) като имаме предвид, че диференциалния елемент от дъгата dL е

$$dL = 2d \cdot d\alpha,$$

а разстоянието от центъра на тежестта на този елемент до оста 1 – 1

$$2d \cdot \cos \alpha - a.$$

Извършваме интегрирането и получаваме

$$(9) \quad \overline{W}_1 = \int_0^{\alpha_1} 2d(2d \cos \alpha - a)d\alpha = 4d^2 \sin \alpha_1 - 2ada_1.$$

Частта от съпротивителния момент \overline{W}_2 за дъговидния участък AB срещу ъгъл α_2 изчисляваме по същия начин с тази разлика, че разстоянието от центъра на тежестта на този елемент до оста 1 – 1 е

$$a - 2d \cdot \sin \alpha,$$

$$(10) \quad \overline{W}_2 = \int_0^{\alpha_2} 2d(a - 2d \sin \alpha) d\alpha = 4d^2(\cos \alpha_2 - 1) + 2ada_2.$$

При $\alpha_2 \leq 10^\circ$ ($0,175 \text{ rad}$) съпротивителният момент на дъговидните участъци може да бъде определен сравнително просто и с малка неточност (от 2 до 5%) по формулите

$$\text{за BC: } \overline{W}_1 = \alpha_1 d(2d - a), \quad \text{за AB: } \overline{W}_2 = \alpha_2 ad.$$

Цялата стойност на съпротивителния момент при $a > 0$ е

$$(11) \quad W_1 = c_1^2 + 2ac_1 + c_2(2d - a) + 2(\overline{W}_1 + \overline{W}_2).$$

Ако разстоянието a е малко в сравнение с останалите дължини (до 10-15% от дължината на c_1 или от дъгата AC), тогава съответната част от дъгата AB на криволинейния контур, може да бъде приета по права линия като продължение на страната c_1 . В този случай съпротивителният момент на критичния периметър е

$$W_1 = (c_1 + a)^2 + c_2(2d - a) + 2\overline{W}_1.$$

При $a \leq 0$:

Ако (7) не е изпълнено и $a \leq 0$, оста 1-1 минава през сечението на колоната. В този случай $\alpha_1 = \pi/2$. Разстоянието a се разполага вътре в сечението на колоната. Определянето му става пак чрез равновесното условие, но с променен вид

$$2(c_1 - a) = c_2 + 2\pi d + 2a,$$

откъдето

$$(12) \quad a = 0,5c_1 - 0,25c_2 - 0,5\pi d.$$

Частта от съпротивителния момент, дължаща се на дъговидния участък AC срещу ъгъла $\alpha_1 = \pi/2$, може да бъде изразена чрез дължината на дъгата и разстоянието от центъра на тежестта на дъгата до оста 1 - 1, както е показано на фигура 4

$$(13) \quad \overline{W}_1 = \pi d \left(\frac{4d}{\pi} + a \right).$$

Цялата стойност на съпротивителния момент на критичния периметър при $a \leq 0$ е

$$(14) \quad W_1 = (c_1 - a)^2 + a^2 + c_2(2d + a) + 2\overline{W}_1, \quad \overline{W}_1 \text{ е по (13).}$$

В (13) и (14) разстоянието a се замества с абсолютната стойност.

Ако бъде прието, че $a = 0$, което отговаря на допускането, че ос 1-1 минава по вътрешния ръб на сечението на колоната, за съпротивителния момент на критичния периметър получаваме значително опростената формула

$$(15) \quad W_1 = c_1^2 + 2c_2d + 8d^2.$$

По (15) стойността на съпротивителния момент се получава с грешка до 5-6%, ако a има малка дължина спрямо c_1 и дъгата AC.

Същите съпротивителни моменти могат да бъдат използвани, ако ексцентичитетът е насочен към външния ръб на плочата.

Трябва да се има предвид, че при крайни и ъглови колони центърът на тежестта на сечението на колоната, в който действат усилията, не съвпада с нулевата линия на критичния периметър. По тази причина моментът ΔM_{Ed} , участващ в (1), трябва да бъде заместен с момент $\Delta M_{Ed,c}$, определен за нулевата линия на критичния периметър или

$$(16) \quad \Delta M_{Ed,c} = \Delta M_{Ed} - V_{Ed}(x_c - 0,5c_1).$$

В (16) е прието, че моментът ΔM_{Ed} съгласно фигура 4 върти надясно от външния ръб към плочата, а срязващата сила действа надолу.

При тези условия, за да бъде вярно изчислението по приблизителната формула (3), трябва да бъде изпълнено

$$(17) \quad \frac{V_{Ed}}{u_{1*}d} = \frac{V_{Ed}}{u_1d} + \frac{k[\Delta M_{Ed} - V_{Ed}(x_c - 0,5c_1)]}{W_1d}$$

След преработка получаваме стойността на намаления периметър, при която срязващите напрежения ще бъдат равни на тези по точната формула (1)

$$(18) \quad u_{1*} = \frac{u_1}{\beta - \frac{ku_1(x_c - 0,5c_1)}{W_1}}$$

Коефициентът β се изчислява с формулата по (1).

Ако в (18) вместо равенство бъде получен знак $>$, това означава, че действителното напрежение на срязване е по-голямо от изчисленото по (3), което е предпоставка за разрушаване и не трябва да бъде допускано.

Ако в (18) бъде получен знак $<$, това означава, че действителното напрежение на срязване е по-малко от изчисленото по (3), което представлява презапасяване.

Намереното срязващото напрежение по (3) ще бъде вярно, ако в (18) бъде получен знак за равенство. Това може да бъде изпълнено само при определена комбинация на параметрите и на усилията, което означава, че в повечето случаи постановката по (3) ще дава неверни резултати.

Ако са изпълнени условията по член 6.4.3(6) от Еврокод 2 а именно : **напречната устойчивост не зависи от рамковото действие на скелета и съседните отвори между колоните не се различават с повече от 25%**, за коефициент β може да бъде приета стойност

при крайни колони 1,4,

при ъглови колони 1,5.

В този случай лесно може да бъде проверена коректността на (3) като най-често се оказва, че се получава прекалено голямо презапасяване.

Сравнителни примери за проверка на формула (3)

1. Безгредова подова конструкция с полета 7,20/6,00 m при изпълняване на условията по член 6.4.3(6)

Разглеждаме крайна колона, така както е показана на фигура 3,а, със страни на напречното сечение : $c_1 = 50 \text{ cm}$; $c_2 = 30 \text{ cm}$. Дебелината на плочата е 24 cm , полезната височина $d = 21 \text{ cm}$.

Отношението на страните на сечението на колоната $c_1/c_2 = 1,67$, по таблица 1 приемаме $\kappa = 0,66$. Коефициент $\beta = 1,4$, съгласно член 6.4.3(6).

Необходимите параметри за определяне на срязващите напрежения са :

$$u_1 = 2.50 + 30 + 2\pi 21 = 262 \text{ cm};$$

проверяваме условието

$$c_2 + 2\pi d > 2c_1, \quad 30 + 2\pi 21 = 162 > 2.50 = 100 \text{ cm}, \text{ следователно } a > 0,$$

за дъгата АВ намираме

$$AB = \frac{c_2 + 2\pi d - 2c_1}{4} = \frac{30 + 2\pi 21 - 2.50}{4} = 15,49 \text{ cm},$$

ъгълът α_2 , стоящ срущу дъгата АВ, е

$$\alpha_2 = \frac{AB}{2d} = \frac{15,49}{2.21} = 0,37 \text{ rad},$$

за разстоянието a получаваме по (6)

$$a = 2d \sin \alpha_2 = 2.21 \sin 0,37 = 15,1 \text{ cm}$$

$$x_c = 50 + 15,1 = 65,1 \text{ cm};$$

$$\alpha_1 = \frac{\pi d - AB}{2d} = \frac{\pi 21 - 15,49}{2 \cdot 21} = 1,20 \text{ rad},$$

$$\overline{W}_1 = 4d^2 \sin \alpha_1 - 2ada_1 = 4 \cdot 21^2 \cdot \sin 1,20 - 2 \cdot 15,49 \cdot 21 \cdot 1,20 = 883 \text{ cm}^2;$$

$$\overline{W}_2 = 4d^2 (\cos \alpha_2 - 1) + 2ada_2 = 4 \cdot 21^2 (\cos 0,37 - 1) + 2 \cdot 15,49 \cdot 21 \cdot 0,37 = 115 \text{ cm}^2;$$

$$\begin{aligned} W_1 &= c_1^2 + 2ac_1 + c_2(2d - a) + 2(\overline{W}_1 + \overline{W}_2) = 50^2 + 2 \cdot 15,49 \cdot 50 + 30(2 \cdot 21 - 15,49) + \\ &= 6813 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

Намаленият периметър за прилагане на (3) при $1,5d = 30 \text{ cm} > c_1/2 = 25 \text{ cm}$ е

$$u_{1*} = 2 \cdot 25 + 30 + 2\pi 21 = 212 \text{ cm}.$$

Проверката на (18) показва

$$u_{1*} = \frac{u_1}{\beta - \frac{ku_1(x_c - 0,5c_1)}{W_1}},$$

$$212 \ll \frac{262}{1,4 - \frac{0,66 \cdot 262(65,1 - 0,5 \cdot 50)}{6813}} = 685 \text{ cm}.$$

Презапасяването е 3,2 пъти повече от необходимото.

2. Безредова подова конструкция с полета 7,20/6,00 m при неизпълняване на условията по член 6.4.3(6)

Разглеждаме същата колона от пример 1. Не са изпълнени условията по член 6.4.3(6). За поемане на хоризонталните сили се използва рамково действие на скелета. Изчислителните усилия от вертикален товар са :

срязваща сила $V_{Ed} = 350 \text{ kN}$;

неуравновесен момент в плочата, предаван на колоната, $\Delta M_{Ed} = 250 \text{ kNm}$.

Необходимите параметри са :

отношение на страните на сечението на колоната $c_1/c_2 = 1,67$, по таблица 6.5 приемаме $\kappa = 0,66$;

коэффициент β по (1)

$$\beta = 1 + \frac{\kappa \Delta M_{Ed} u_1}{V_{Ed} W_1} = 1 + \frac{0,66 \cdot 250 \cdot 0,262}{350 \cdot 6813} = 2,81.$$

Проверката на (18) показва

$$212 > \frac{262}{2,81 - \frac{0,66 \cdot 262(65,1 - 0,5 \cdot 50)}{6813}} = 146,2 \text{ cm}.$$

Изчисленото напрежение ще бъде по-малко от действителното и **носещата способност ще бъде с недостиг от 45%.**

При участия на земетръсни въздействия, когато огъващият момент е по-голям от този при действие само на вертикален товар, коэффициентът β ще бъде с по-голяма стойност и недостигът на носеща способност се увеличава. В конкретни случаи може да достигне 70 – 80%.

По тази причина прилагането на формула (3) крие голяма несигурност.

При ъглови колони, когато ексцентрицитетът е в посока на вътрешността, важат обясненията относно правилността на формулата за определяне на изчислителното напрежение на срязване по (3). По-нататък са разгледани необходимите параметри за прилагане на точната формула (1).

Ъглова колона с момент, действащ по посока на страната c_1

Формулите за намиране на съответните параметри са аналогични на тези при крайна колона.

При $a > 0$ условието за равновесие на силите е

$$c_1 + AB = c_2 + \pi d - AB,$$

от което получаваме дължината на дъгата АВ

$$(19) \quad AB = \frac{c_2 + \pi d - c_1}{2}.$$

Ъгълът α_2 , стоящ срущу дъгата АВ, е

$$\alpha_2 = \frac{AB}{2d} \text{ rad}.$$

За разстоянието a получаваме формулата

$$(20) \quad a = 2d \sin \alpha_2.$$

Условието, за да бъде с положителна стойност разстоянието a (нулевата линия да бъде разположена извън контура на сечението на колоната), е

$$(21) \quad c_2 + \pi d > c_1.$$

По (8) изчисляваме α_1 и α_2 , по (9) и (10) намираме съответно $\overline{W}_1, \overline{W}_2$.

Точната стойност на съпротивителния момент е

$$W_1 = 0,5c_1^2 + c_1a + c_2(2d - a) + \overline{W}_1 + \overline{W}_2;$$

при малка стойност на a

$$W_1 = 0,5(c_1 + a)^2 + c_2(2d - a) + \overline{W}_1.$$

При $a \leq 0$ условието за равновесие е

$$c_1 - a = c_2 + \pi d + a,$$

откъдето

$$(22) \quad a = 0,5(c_1 - c_2 - \pi d).$$

Определяме \overline{W}_1 по (12), а съпротивителният момент на критичния периметър е

$$W_1 = 0,5(c_1 - a)^2 + 0,5a^2 + c_2(2d + a) + \overline{W}_1.$$

Ако бъде прието $a \approx 0$,

$$W_1 = 0,5c_1^2 + 2c_2d + 4d^2.$$

За ъглова колона с момент, действащ по посока на страната c_2 , могат да бъдат прилагани същите формули, в които се променят само индексите на страните: вместо c_1 поставяме c_2 и обратно; съпротивителните моменти, дължащи се на дъгите АВ и АС, не зависят пряко от страните на сечението на колоната. Разстоянието a ще бъде измервано пак по посока на c_1 , но в този случай c_1 ще бъде по-дългата страна на сечението на колоната съгласно фигура 3,б. В същност е без значение дали моментът действа по късата или по дългата страна на сечението на колоната. Приемаме страната c_1 по посока на действие на момента.

Препоръка : Постановките на Еврокод 2, член 6.4.3, алинеи (4) и (5) относно прилагането на намален критичен периметър u_1^* при крайни и ъглови колони, не осигуряват точното определяне на срязващите напрежения по критичния периметър. В някои случаи напреженията могат да бъдат значително по-малки от действителните, което е недопустимо. Приоритетно е прилагането на формула (1).

ЛИТЕРАТУРА:

- [1] Даалов Т., Б. Даалов Ръководство за проектиране на стоманобетонни конструкции по Еврокод 2, ВСУ „Л. Каравелов”, София, 2010
- [2] EN 1992-1-1,2004 Еврокод 2: Проектиране на бетонни и стоманобетонни конструкции: Общи правила и правила за сгради
- [3] Норми за проектиране на бетонни и стоманобетонни конструкции, София, КТСУ, 1988г
- [4] СНиП2.03.01.-84 Бетонные и железобетонные конструкции, 2003
- [5] ACI 318-11 Building Code Requirements for Structural Concrete, 2011
- [6] Bhatt P. Prestressed Concrete Design to Eurocodes, Spon Press, London, 2011

CRITICAL PERIMETER OF PUNCHING IN END AND CORNER COLUMNS ACCORDING TO EUROCODE 2

Borislav Daalov
bobdaal@abv.bg

*University of Structural Engineering & Architecture, “Lyuben Karavelov”,
175 Souhodolska Street, 1373 Sofia,
BULGARIA*

Key words: *critical perimeter, end column, corner column.*

Abstract: *A comparison was conducted of the magnitude of the shear stresses in the critical perimeter at precise determination and using the approximate formula according to Eurocode 2. It is noted that it is a significant difference in the magnitude of the stresses, which is not in the direction of the security. A formulas are derived for the exact characteristics of critical perimeter at end and corner columns.*