

ГЕОМЕТРИЧНА ИНТЕРПРЕТАЦИЯ НА ЕЛЕКТРОМАГНИТЕН ХИСТЕРЕЗИС

Данаил Йовчев Данаилов
dvd52@abv.bg

Висше транспортно училище „Тодор Каблешков“,
ул. „Гео Милев“ № 158, гр. София 1574
БЪЛГАРИЯ

Ключови думи: хистерезис, магнитни вериги, нелинейни вериги.

Резюме: В статията се разглежда електромагнитния хистерезис в установен режим при линейна и нелинейна основна магнитна крива $B = g(H)$, когато магнитната индукция се променя по закона $b(t) = B_m \sin(\omega t)$. Посочени са основните параметри от които зависи процеса и тяхната корелация. Дефинира се функционалната зависимост, между индукцията и интензитета и останалите параметри от които зависи хистерезисната функция $b(t) = \mathcal{G}[h(t)]$. Хистерезисният процес е визуализиран посредством примерни графични построения.

ВЪВЕДЕНИЕ

Хистерезисът е физикално феноменално явление, което се наблюдава в различни области на научното знание. Когато става въпрос за изследване на електромагнитните процеси, които протичат в електрическите вериги се говори за магнитен хистерезис. При променливотоковите електрически вериги той определя моментното състояние на намагнитеност на електромагнитни устройства, поставени под въздействието на електромагнитно поле. Изследвания в тази област се правят от началото на миналия век, но до момента няма окончателна теория за протичането на този процес [1, 2, 3, 4, 5, 6]. Основна характеристика на процеса е нелинейната зависимост на магнитната индукция - B от интензитета на магнитното поле - H , която се обуславя от различни фактори.

ЕЛЕКТРОМАГНИТЕН ХИСТЕРЕЗИСЕН ПРОЦЕС В ЕЛЕКТРИЧЕСКА НАМОТКА

Най-често е необходимо изследването на магнитния хистерезис в променливотокова намотка с феромагнитна сърцевина. Определяща характеристика за магнитните материали е основната магнитна крива, която може да се заснеме експериментално. Тази характеристика сама по себе си не е достатъчна за определяне на развитието на хистерезисния процес. Тя е геометрично място от точки съответстващи на стационарно състояние на магнитната система, когато B и H на магнитното поле имат максимални моментни състояния. Тя не дава информация за

непрекъснатата промяна и развитие на процеса във времето. За това е необходима допълнителна информация.

ТЕОРЕТИЧНА ПОСТАНОВКА

При анализа на магнитни вериги се дефинират величините статична магнитна проницаемост - μ_c и динамична магнитна проницаемост - μ_d , които не са функции на времето. За изследване на генезиса на хистерезисния процес при намотка с магнитна сърцевина, захранена с променливо напрежение е необходимо B , H , μ_c и μ_d да се представят с параметрични времеви функции.

Нека магнитната индукция и интензитета се изменят по закона:

$$(1) \quad b(t) = B_m \sin(\omega t) \text{ и}$$

$$(2) \quad h(t) = H_m \sin(\omega t).$$

Тогава времевата статичната магнитната проницаемост $\mu_c(t)$ и времевата динамична магнитната проницаемост $\mu_d(t)$ са:

$$(3) \quad \mu_c(t) = \frac{b(t)}{h(t)} = \frac{B_m \sin(\omega t)}{H_m \sin(\omega t)} = \frac{B_m}{H_m} = \mu_c$$

и

$$(4) \quad \mu_d(t) = \frac{db/dt}{dh/dt} = \frac{\omega B_m \cos(\omega t)}{\omega H_m \cos(\omega t)} = \frac{B_m}{H_m} = \mu_d$$

за всяко t .

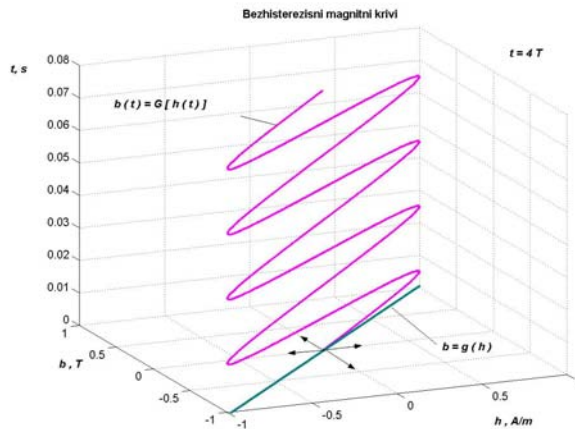
Когато $b(t)$ и $h(t)$ са с еднакви кръгови честоти $\omega_b = \omega_h$ и еднакви амплитуди моментната статичната магнитната проницаемост

$$(5) \quad \mu_c(t) = \frac{b(t)}{h(t)} = \frac{b'(t)}{h'(t)} = \mu_d(t) = I(t_j).$$

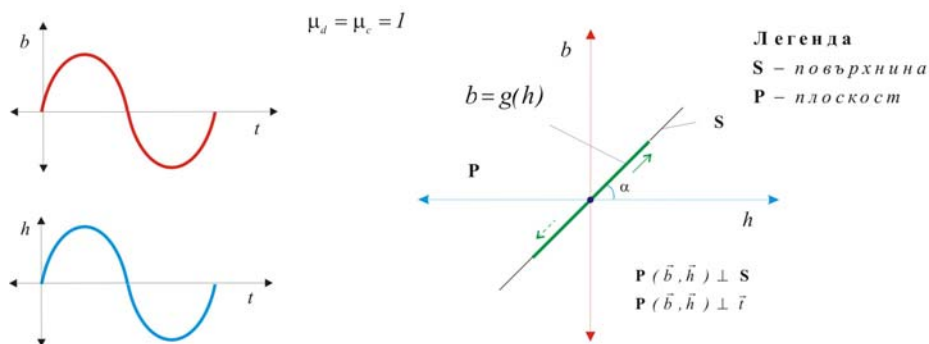
ГЕОМЕТРИЧНО ИЗОБРАЖАВАНЕ

Магнитната характеристика се представя с параметричната времевата функция $b(t) = G[h(t)]$. Образът ѝ в триизмерната координатна система " b, h, t " е пространствена крива, която е геометрично място от точките $M_j[b(t_j); h(t_j); t_j]$ определящи моментната намагнитеност на материала. Магнитната характеристика $b = g(h)$ е проекцията на $b(t) = G[h(t)]$ върху плоскостта \mathbf{P} и е права линия и направляваща за повърхността \mathbf{S} , като пресича началото на координатната система " b, h, t ". Траекторията на $b(t) = G[h(t)]$ е синусоида, която лежи на повърхността \mathbf{S} (фиг. 1). Повърхността \mathbf{S} е перпендикулярна на плоскостта \mathbf{P} определена от осите " b, h ". Ъгълът който сключва линейната функция $b = g(h)$ с оста " h " (фиг. 2) остава постоянен и е

$$(6) \quad \alpha = \arctg\left(\frac{b}{h}\right) = \arctg(\mu_c) = \pi / 4.$$



Фиг. 1



Фиг. 2

Статичната времева магнитната проницаемост

$$(7) \quad \mu_c(t) = \mu_d(t) = \frac{b(t)}{h(t)} = \frac{B_m}{H_m} = \mu_c = \mu_d.$$

На синусоидата $b(t) = G[h(t)]$ от повърхнината S , съответства $b = g(h)$, която е нейна проекция в равнината определена от осите " b, h " (фиг. 1). Когато $B_m \neq H_m$ $\mu_c = const. \neq 1$ и $b = g(h)$ сключва ъгли $\alpha = \arctg(b/h) \neq \pi/4$. Ако се приеме $B_m = const.$, а $H_m \neq B_m$, $\mu_c = \mu_d < 1$ за $H_m > B_m$ и $\mu_c = \mu_d > 1$ за $H_m < B_m$, т.е. $1 < \mu_c = \mu_d \leq 1$. Тези случаи отговарят на линейно безхистерезисно пренамагнитване, когато не се отчита влиянието на относителните съпротивления на намотката $-r_w$ и магнитопровода $-r_m$. Съпротивлението на магнитопровода влияе на големината на индуктираните токове на Фуко.

Съществува съответствие между магнитните и електрически величини, като

$$(8) \quad \mu_c(t) = \frac{b(t)}{h(t)} = \frac{sw^2}{l} \cdot \frac{u(t)}{i(t)} = \rho \frac{u(t)}{i(t)} = \rho \eta_c(t),$$

където

$$\rho = \frac{sw^2}{l} - \text{конструктивен коефициент,}$$

η_c - магнитна проницаемост приведена към електрическите величини.

ПУЛСИРАЩИ ФУНКЦИИ

Използването на пулсиращи функции за B и H , позволява да се обясни характера на хистерезисния процес на пренамагнитване, като се отчете влиянието на

загубите и влиянието на насищането на магнитната система.

За целта индукцията се разлага на две пулсиращи компоненти, дефазирани на $\pi/2 \text{ rad.}$ или

$$(9) \quad \begin{aligned} b(t) &= B_m \sin(\omega t) = B_{m\mu} \sin(\omega t) + B_{mr} \sin(\omega t + \pi/2) = B_{m\mu} \sin(\omega t) + B_{mr} \cos(\omega t) = \\ &= b_{\mu}^{(p)}(t) + b_r^{(p)}(t), \end{aligned}$$

където

$b_{\mu}^{(p)}(t)$ - нормална пулсираща функция на индукцията от която зависи пренамагнитването;

$b_r^{(p)}(t)$ - тангенциална пулсираща функция на индукцията, формираща загубите от пренамагнитване.

Хипотетично, когато $r_w = 0$ и $r_m = \infty$ се наблюдава безхистерезисно линейно или нелинейно пренамагнитване и тангенциалните компоненти са нулеви, т.е. $b_r^{(p)}(t) = h_r^{(p)}(t) = 0$. В този случай индукцията и интензитета се представят посредством пулсиращите нормални функции $b_{\mu}^{(p)}(t)$ и $h_{\mu}^{(p)}(t)$.

1. Безхистерезисно пренамагнитване при линейна основна магнитна крива

$$(10) \quad \mu_d(t) = \frac{db_{\mu}^{(p)}/dt}{dh_{\mu}^{(p)}/dt} = \frac{db_{\mu}/dt}{dh_{\mu}/dt} = \frac{b_{\mu}^{(p)}(t)}{h_{\mu}^{(p)}(t)} = \mu_c(t) = \text{const.}$$

Индукцията и напрегатостта са пулсиращите функции $b_{\mu}^{(p)}$ и $h_{\mu}^{(p)}$ и както по-горе пулсиращата синусоида $b_{\mu}^{(p)}(t) = G[h_{\mu}^{(p)}(t)]$ от повърхнината \mathbf{S} , проектирана в равнината определена от осите " b, h " е основната магнитна крива $b_{\mu} = g(h_{\mu})$ от фиг. 2.

2. Безхистерезисно пренамагнитване при нелинейна основна магнитна крива

В случая отношението на моментните скорости на пулсиращите функции $b_{\mu}^{(p)}$ и $h_{\mu}^{(p)}$ не е постоянно. Това се дължи на нелинейността на функцията $b_{\mu} = g(h_{\mu})$ и ако се приеме, че $b^{(p)}(t)$ е синусоидално пулсираща, $h^{(p)}(t)$ пулсира несинусоидално и отношението на техните моментни стойности не е постоянно, т.е.

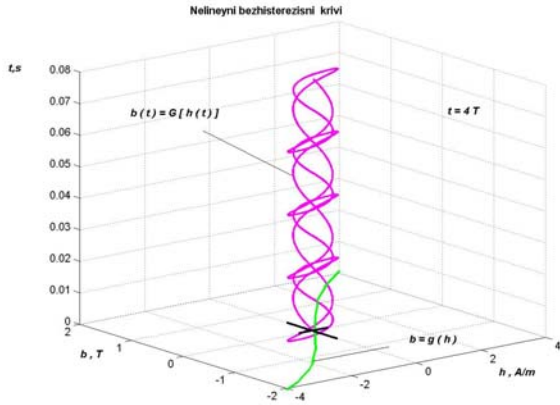
$$(11) \quad \mu_d(t) = \frac{db_{\mu}^{(p)}/dt}{dh_{\mu}^{(p)}/dt} = \frac{b_{\mu}^{(p)}(t)}{h_{\mu}^{(p)}(t)} = \mu_c(t) \neq \text{const.}$$

На фиг.4а е показано как се променя интензитета $h_{\mu}^{(p)}(t)$ при нелинейна магнитна крива, а с $\tilde{h}^{(p)}(t)$ при линейна магнитна крива. В този случай образът на времевата пулсираща функция $b^{(p)}(t) = G[h^{(p)}(t)]$ в триизмерната координатна система " b, h, t " е синусоидално пулсираща крива върху повърхността \mathbf{S} (фиг. 3а, 3б). Повърхността \mathbf{S} в резултат на нелинейността се изкривява в краищата си. Фиг. 3а и 3б показват пулсиращата функция $b^{(p)}(t) = G[h^{(p)}(t)]$ от различен зрителен ъгъл по отношение на координатната система " b, h, t ".

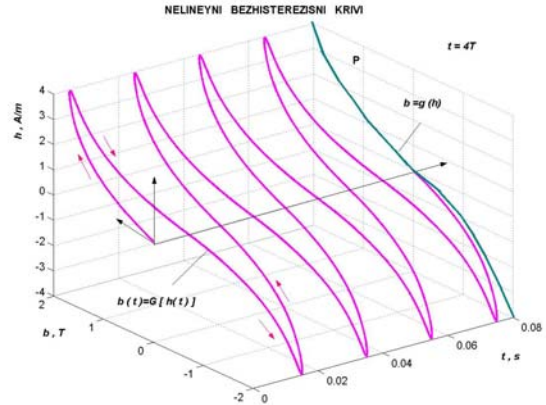
Проекцията на $b^{(p)}(t) = G[h^{(p)}(t)]$ върху плоскостта \mathbf{P} е кривата $db = \mu_d dh$, която минава през началото на координатната система " b, h, t " (фиг. 4б). Кривата

$b_d = g(h_d) \equiv db = \mu_d dh$ се явява направляваща за овалната повърхност S . Ъгълът който съдържа нелинейната функция $b_d = g(h_d)$ с оста "h" (фиг. 4б) е

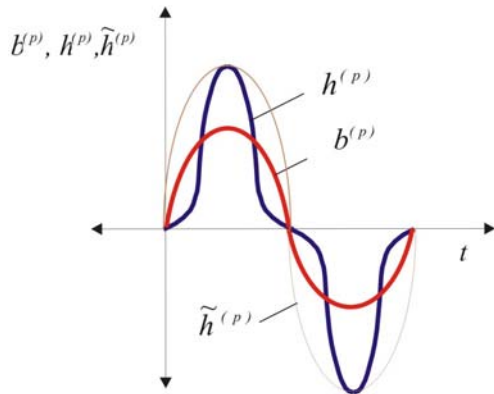
$$(12) \quad \alpha = \arctg\left(\frac{db}{dh}\right) = \arctg(\mu_d) \neq const.$$



Фиг. 3а

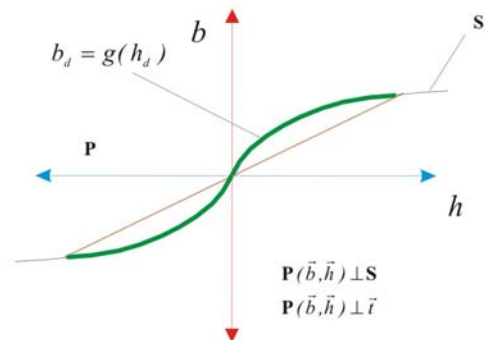


Фиг. 3б



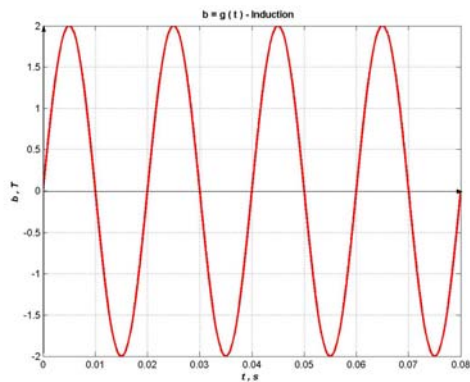
Фиг. 4а

$$\mu_d(t) = \mu_c(t) \neq const.$$

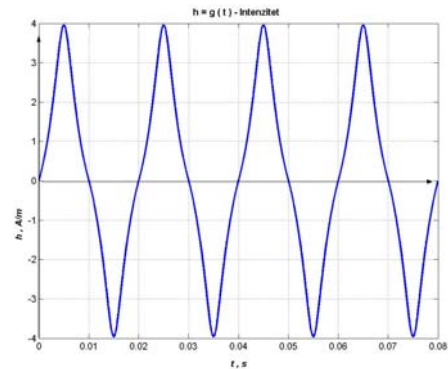


Фиг. 4б

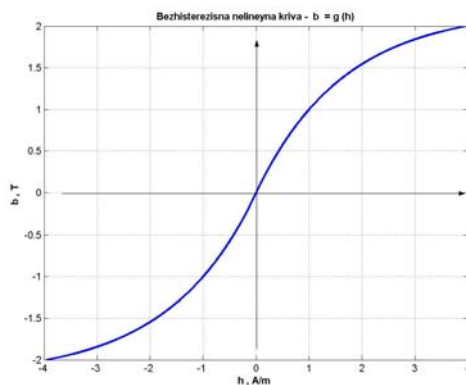
Видът на $b_u(t)$ и $h_u(t)$ за време $t = 4T$ е показан на фиг. 5 и фиг. 6, а нелинейната диференциална крива $b_d = g(h_d)$ на фиг. 7.



Фиг. 5



Фиг. 6



Фиг. 7

В разгледаните случаи не е отчетено влиянието на активното съпротивление на намотката - R_w и магнитното съпротивление на магнитния материал - R_m , което оказва влияние върху големината на индуктираните вихрови токове в магнитопровода. Динамиката на процеса е причина отношението b_μ/h_μ във всеки момент t_j да е равно на отношението на скоростите b'_μ/h'_μ в този момент. Това е така, защото $b''_\mu = d^2b_\mu/dt^2$ и $h''_\mu = d^2h_\mu/dt^2$ са насочени в такава посока, че изравнят b_μ и h_μ с h'_μ и b'_μ . За да се получи пълната картина на хистерезисния процес е необходимо да се отчете и влиянието на съпротивленията R_w и R_m , като се въведе *тангенциалната* пулсираща компонента и обобщената резистивна характеристика - $b_{dr} = g(h_{dr})$. *Нормалните* компоненти $b_\mu^{(p)}$ и $h_\mu^{(p)}$ отчитат процеса на пренамагнитване на магнитния материал, а *тангенциалните* компоненти $b_r^{(p)}$ и $h_r^{(p)}$ отчитат размагнитващото действие, дължащо се на загубите в магнитния материал от индуктираните вихрови токове и активните загуби в намотката. Сумата от едновременното действие на *нормалните* и *тангенциални* компоненти описва динамиката на протичащия хистерезисен процес.

ИЗВОДИ

1. В статията се формулира математическа теория за протичането на хистерезисните явления в намотка с феромагнитна сърцевина.
2. Разгледани са случаите на безхистерезисно линейно и нелинейно пренамагнитване в магнитни материали.
3. Предлага се разлагане на индукцията и интензитета на пулсиращи (*нормална* и *тангенциална*) компоненти за моделиране на реален установен хистерезисен процес.
4. Доразвиването на описаната теория може да се използва и за моделиране и преходни хистерезисни процеси.
5. Доказва се влиянието на промяната на скоростта на индукцията и интензитета върху протичането на хистерезисния процес.
6. Установено е, че моделирането на хистерезисния процес не може да се осъществи само по диференциалната магнитна крива - $b_{d\mu} = g(h_{d\mu})$, а е необходимо да се използва и обобщена резистивна диференциална характеристика за магнитния материал и намотката - $b_{dr} = g(h_{dr})$.
7. Използваните математически зависимости са формулирани от автора.

8. В литературата са посочени разработки за магнитен хистерезис от други автори.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Данаилов Д. Й., ‘*Математически модел на хистерезис*’, Механика Транспорт Комуникации, том 12, брой 3/2, ID 1010 / 2014 г., ISSN 1312 - 3823, <http://www.mtc-aj.com>
- [2] Danailov D., ‘*Simulation of Established Linear and Nonlinear Hysteretic Loops*’ International Symposium On Hysteresis Modeling And Micromagnetics (HMM-2015), 18-21, May, 2015, Iasi, Romania
- [3] Cardelli E., Della Torre E., Pinzaglia E., ‘*Numerical Implementation of the Radial Vector Hysteresis Model*’, Proc. of 14-th COMPUMAG Conference, Shen Yang, July 2005, invited paper. IEEE Trans. on Magn., Vol. 42, n.4, pp. 527-530, April 2006.
- [4] Friedman G., ‘*Second - order Preisach model of scalar hysteresis*’, Physica B, Vol. 275, № 1/3, pp. 173- 178 , 2000
- [5] Nova I., Zemanek I., *Analytical model with flexible parameters for dynamic hysteresis loops modeling.*, Journal of electrical engineering, Vol.61, №7/s, pp.46-49, 2010
- [6] Carnevale D., Nicosia S., Zaccarian L., ‘*Generalized Constructive Model of Hysteresis*’, IEEE Trans. MAG-42, №12, 2006

GEOMETRICAL INTERPRETATION OF ELECTROMAGNETIC HYSTERESIS

Daniel Yovchev Danailov

dvd52@abv.bg

**Todor Kableshkov University of Transport
158 Geo Milev Street, Sofia 1574
BULGARIA**

Key words: *hysteresis, magnetic circuits, nonlinear circuits*

Abstract: *The paper examines electromagnetic hysteresis in steady state in main linear and non-linear magnetic curves $B = g(H)$ when magnetic induction changes according to law $b(t) = B_m \cos(\omega t)$. The basic parameters determining the process and their correlation are given. The functional relationship between induction and magnetic field strength and other parameters determining hysteresis function $b(t) = \mathcal{G}[h(t)]$ are defined. The hysteresis process is visualized through sample graphic structures.*