

ТРЕПТЕНИЯ НА МЕХАНИЧНА СИСТЕМА С ПОЗИЦИОННО СУХО ТРИЕНЕ И КИНЕМАТИЧНО И СИЛОВО СМУЩЕНИЯ

Детелин Василев
dvasilev@vtu.bg

*Висше транспортно училище „Тодор Каблешков”
1574, София, ул. „Гео Милев” 158
БЪЛГАРИЯ*

Ключови думи: листов ресор, позиционно сухо триене, кинематични смущения

Резюме: В работата се разглеждат трептенията на двумасова механична система, образувана от последователно съединени с еластодисипативни елементи точкови маси. Този модел се използва за моделиране на окачването с листови ресори на различни превозни средства. Често при изучаване трептенията на такъв тип ресори се прилага линеаризация на нелинейностите, при условието на енергийна еквивалентност. Трептенията тук се възбуждат от кинематично и силово смущения. Динамичния и математичния модели на системата са решени числено и са формулирани изводи.

ВЪВЕДЕНИЕ

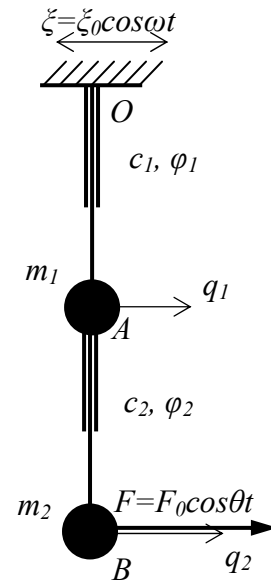
Листовите ресори се използват в окачването на различни превозни средства (камиони, ремаркета, железопътни вагони, талиги и др.). Характерно за тях е, че те притежават нееластично съпротивление, което се дължи на сухото триене между отделните листи в пакета на ресора. Изследването на механична система състояща се от такива елементи е твърде интересно, защото те притежават едновременно еластични и дисипативни свойства. В тази работа се разглеждат трептенията на двумасова механична система с две степени на свобода, включваща два листови ресора и наличие на кинематично и силово смущения. Представени са динамичен и математичен модели на системата, направено е числено решение на системата диференциални уравнения и са формулирани изводи.

ДИНАМИЧЕН И МАТЕМАТИЧЕН МОДЕЛИ

Разглеждания двумасов динамичен модел на механичната система е изобразен на фиг. 1. Системата се състои от две точкови маси А и В, свързани помежду си и с неподвижната опора О с два листови ресора ОА и АВ. Когато ресорът ОА се натоварва еластичната му константа се определя от израза $c_1' = c_1(1 + \varphi_1)$, а когато се разтоварва –

от израза $c_1'' = c_1(1 - \varphi_1)$. Когато ресорът АВ се натоварва еластичната му константа се определя от израза $c_2' = c_2(1 + \varphi_2)$, а когато се разтоварва – от израза $c_2'' = c_2(1 - \varphi_2)$. Параметрите φ_1 и φ_2 описват коефициентите на сухо триене в ресорите ОА и АВ съответно. Те са малки положителни числа. Параметрите c_1 и c_2 описват еластичностите на съответните ресори. Обобщените координати q_1 и q_2 описват движенията на двете точки А и В с маси m_1 и m_2 съответно. Точката, в която е закрепена цялата система – т. О – се движи хоризонтално по закона $\xi = \xi_0 \cos \omega t$, където ξ_0 е максималното отклонение и ω е честотата на кинематичното смущение. В точка В е приложена хармонична смущаваща сила $F = F_0 \cos \theta t$, където F_0 е нейната амплитуда, а θ – честотата на това силово смущение.

Така описаната механична система има две степени на свобода и математичния модел се дава със системата диференциални уравнения



Фиг. 1. Динамичен модел на системата

$$(1) \quad \begin{cases} m_1 \ddot{q}_1 + [c_1(1 + \lambda_1) + c_2(1 + \lambda_2)]q_1 - c_2(1 + \lambda_2)q_2 = \\ \quad = [c_1(1 + \lambda_1) + c_2(1 + \lambda_2)]\xi, \\ m_2 \ddot{q}_2 - c_2(1 + \lambda_2)q_1 + c_2(1 + \lambda_2)q_2 = \\ \quad = c_2(1 + \lambda_2)\xi + F_0 \cos \theta t, \end{cases}$$

където $\lambda_1 = \varphi_1 \text{sign}(q_1, \dot{q}_1)$, $\lambda_2 = \varphi_2 \text{sign}(q_2, \dot{q}_2)$.

Системата диференциални уравнения (1) е съществено нелинейна, което се дължи на наличието на релейната функция sign и нейното решение би могло да се търси по някои от методите на нелинейната механика, например метода на хармоничния баланс. Независимо от това общото решение би дало резултат, който не би могъл да се анализира. По тази причина изследването на механичната система, описана със системата диференциални уравнения (1) се прави с числено интегриране със заместване на конкретни числови стойности.

ЧИСЛЕН ЕКСПЕРИМЕНТ

Численото решение се прави с програмния пакет MATLAB, по метода на Рунге-Кута като се използва солвъра *ode45*.

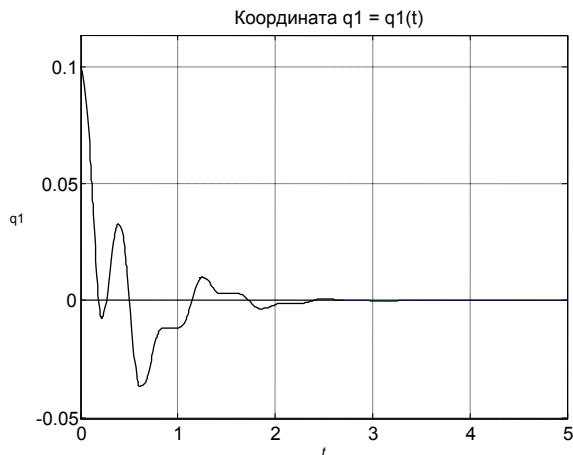
Конкретните числови стойности на параметрите на системата при провеждане на експеримента са:

$$\frac{c_1}{m_1} = 100 [s^{-2}]; \quad \frac{c_2}{m_2} = 169 [s^{-2}]; \quad \frac{m_2}{m_1} = 0.5;$$

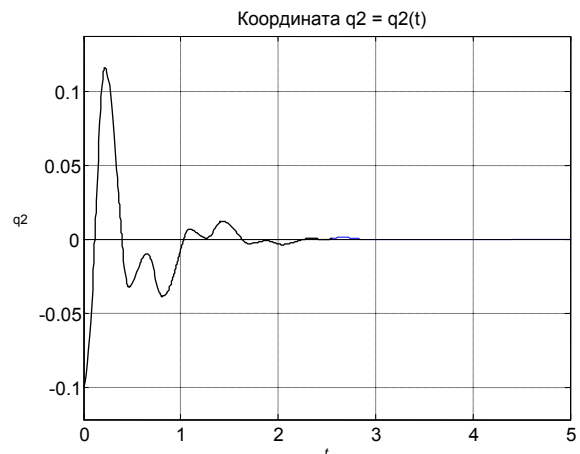
$$\varphi_1 = 1.0; \quad \varphi_2 = 0.5; \quad \xi_0 = 0.01 [m]; \quad \omega = 6; 10; 15 [s^{-1}]; \quad \theta = 6; 10; 15 [s^{-1}].$$

По време на числения експеримент, когато липсва както кинематично така и силово смущения са изследвани свободните трептения на механичната система (фиг. 2 и фиг. 3). Вижда се, че се реализират зоните на закливане на ресорите, когато амплитудите намалееят. С честотен анализ са определени собствените честоти, които са 6 s^{-1} и 15 s^{-1} . Затова при пресмятанията са приети стойности на честотите на кинематичното и силово смущения съвпадащи със собствените честоти и стойност разположена между тях.

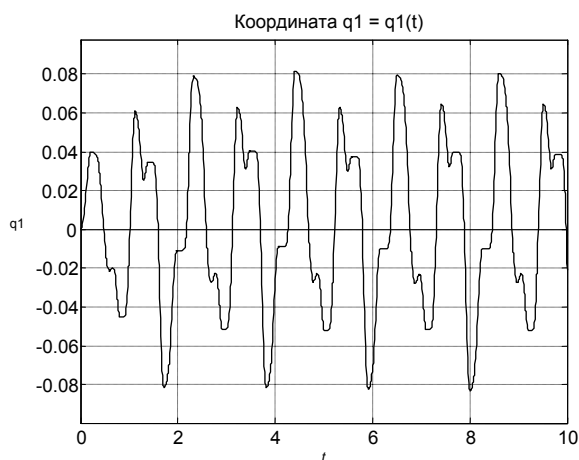
При честота на кинематичното смущение $\omega=6\text{ s}^{-1}$ и честота на силовото смущение $\theta=15\text{ s}^{-1}$ се наблюдава биене по двете обобщени координати (фиг. 4 и фиг. 5). Това характерно явление се вижда и във фазовите равнини (фиг. 6 и фиг. 7).



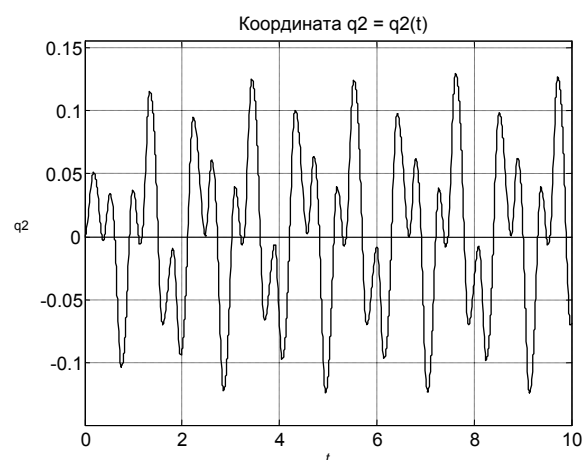
Фиг. 2. Свободни трептения – координата q_1



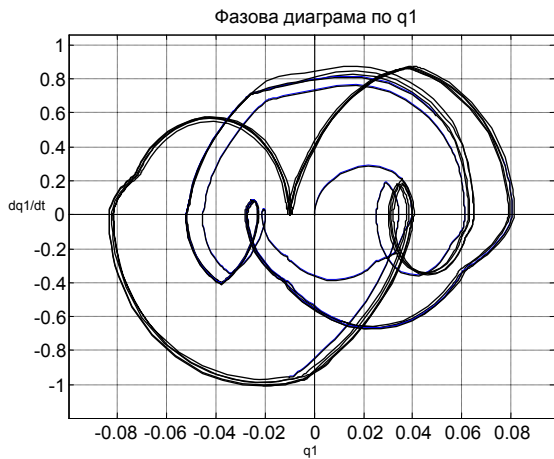
Фиг. 3. Свободни трептения – координата q_2



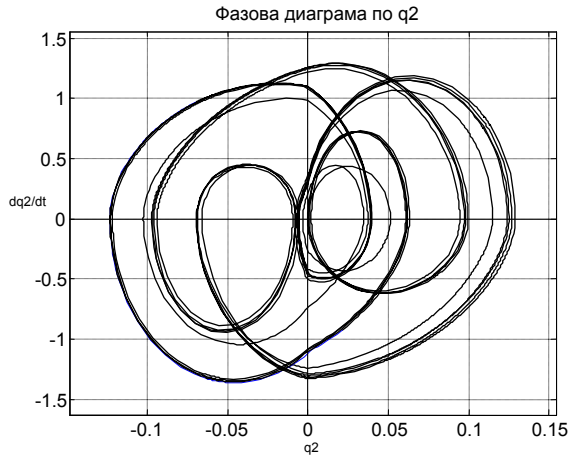
Фиг. 4. Трептения по координата q_1 , при смущения с честоти $\omega=6\text{ s}^{-1}$; $\theta=15\text{ s}^{-1}$



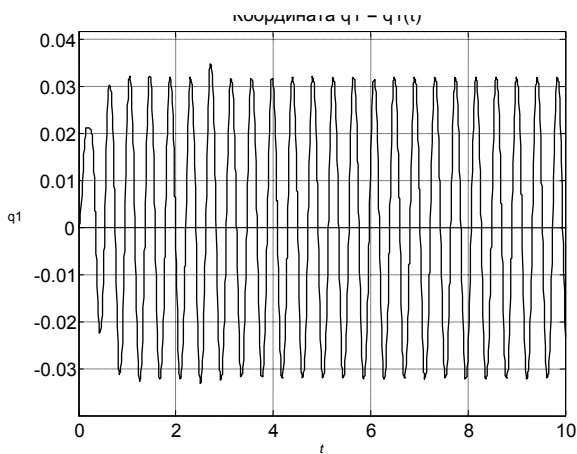
Фиг. 5. Трептения по координата q_2 , при смущения с честоти $\omega=6\text{ s}^{-1}$; $\theta=15\text{ s}^{-1}$



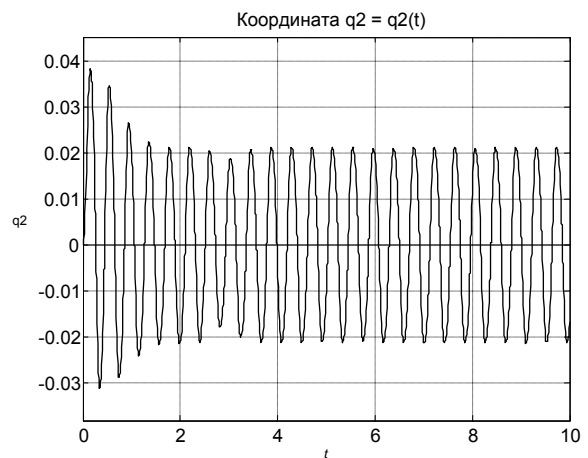
Фиг. 6. Фазова диаграма по координата q_1 , при смущения с честоти $\omega=6 \text{ s}^{-1}$; $\theta=15 \text{ s}^{-1}$



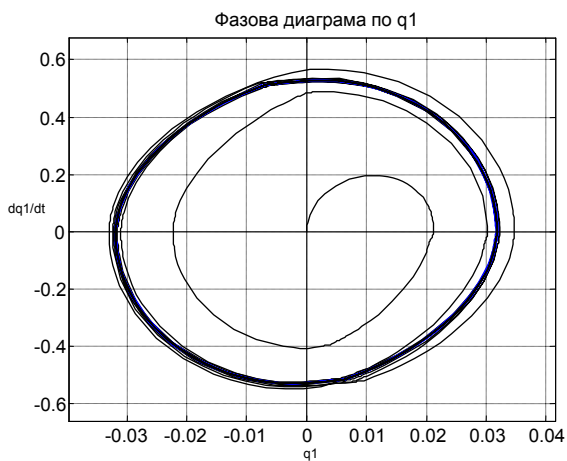
Фиг. 7. Фазова диаграма по координата q_2 , при смущения с честоти $\omega=6 \text{ s}^{-1}$; $\theta=15 \text{ s}^{-1}$



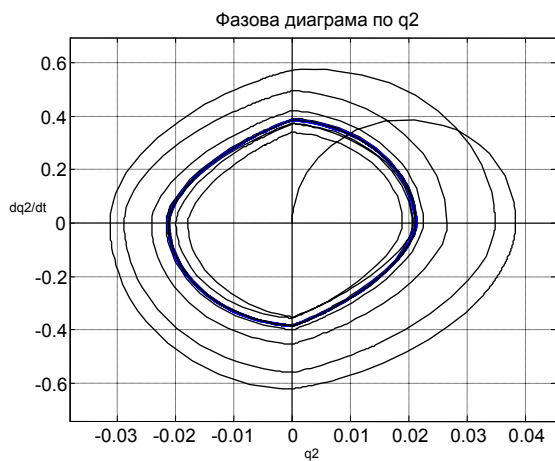
Фиг. 8. Трептения по координата q_1 , при смущения с честоти $\omega=15 \text{ s}^{-1}$; $\theta=15 \text{ s}^{-1}$



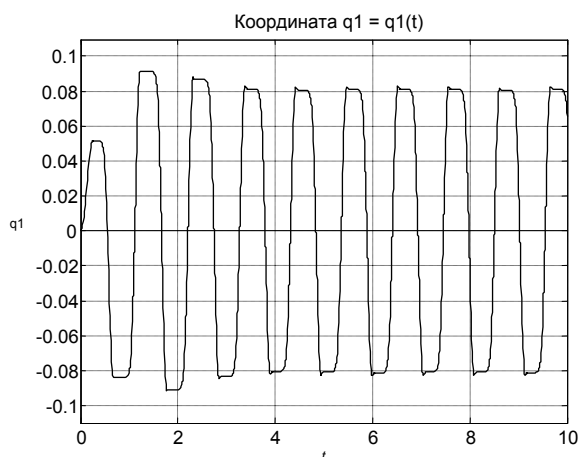
Фиг. 9. Трептения по координата q_2 , при смущения с честоти $\omega=15 \text{ s}^{-1}$; $\theta=15 \text{ s}^{-1}$



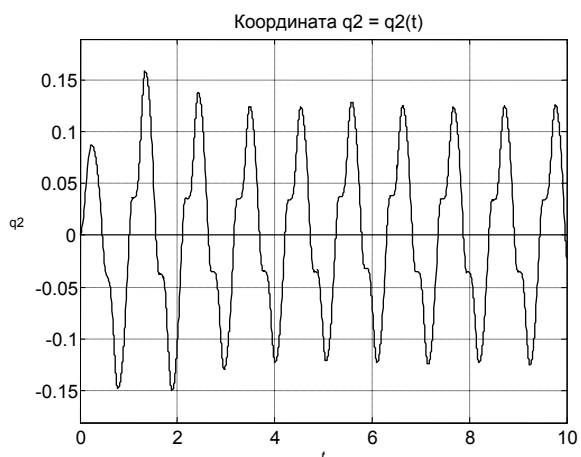
Фиг. 10. Фазова диаграма по координата q_1 , при смущения с честоти $\omega=15 \text{ s}^{-1}$; $\theta=15 \text{ s}^{-1}$



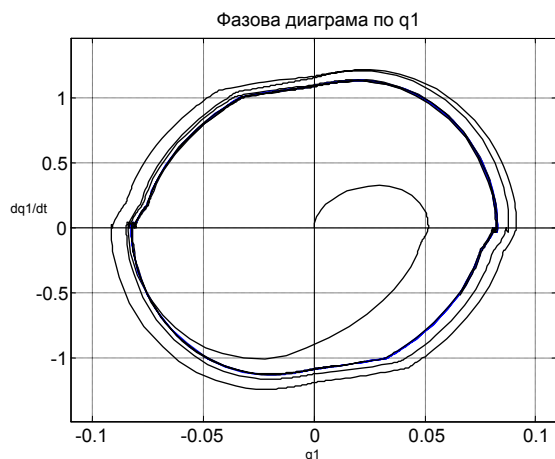
Фиг. 11. Фазова диаграма по координата q_2 , при смущения с честоти $\omega=15 \text{ s}^{-1}$; $\theta=15 \text{ s}^{-1}$



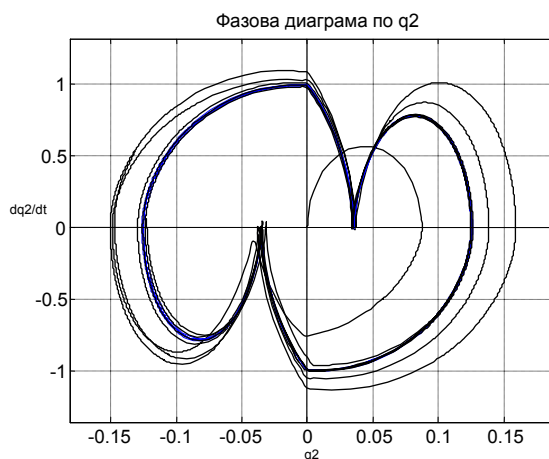
Фиг. 12. Трептения по координата q_1 , при смущения с честоти $\omega=6 \text{ s}^{-1}$; $\theta=6 \text{ s}^{-1}$



Фиг. 13. Трептения по координата q_2 , при смущения с честоти $\omega=6 \text{ s}^{-1}$; $\theta=6 \text{ s}^{-1}$



Фиг. 14. Фазова диаграма по координата q_1 , при смущения с честоти $\omega=6 \text{ s}^{-1}$; $\theta=6 \text{ s}^{-1}$



Фиг. 15. Фазова диаграма по координата q_2 , при смущения с честоти $\omega=6 \text{ s}^{-1}$; $\theta=6 \text{ s}^{-1}$

При честоти на смущенията, съвпадащи с втората собствена честота ($\omega=15 \text{ s}^{-1}$ и $\theta=15 \text{ s}^{-1}$), след краткия преходен процес се установяват устойчиви хармонични трептения по двете обобщени координати (фиг. 8 и фиг. 9), което във фазовата равнина се представя като устойчиви гранични цикли (фиг. 10 и фиг. 11).

При честоти на смущенията съвпадащи с първата собствена честота ($\omega=6 \text{ s}^{-1}$ и $\theta=6 \text{ s}^{-1}$) след преходен процес се установяват устойчиви полихармонични трептения по двете обобщени координати (фиг. 12 и фиг. 13). Характерно тук е, че по първата обобщена координата пиковите стойности на амплитудите на трептения са „изрязани“, което е предизвикано от наличието на сухо триене в ресорите. Това води до деформиране и на фазовите криви (фиг. 14 и фиг. 15).

В заключение може да се каже, че от проведените числени пресмятания в областта на двете собствени честоти на тази съществено нелинейна механична система се наблюдават зони на „заклинване“, което се дължи на сухото триене между листите на ресорите. Това „заклинване“ е по-характерно изразено при по-ниските честоти на смущение. При по-високите честоти се наблюдават хармонични трептения и отсъства „заклинване“.

ЛИТЕРАТУРА:

- [1] Vassilev,D., M. Marinov, Forced vibrations of a mechanic system with positional dry friction and kinematics disturbance, 2nd European Nonlinear Oscillation Conference, Prague, September 9-13, 1996, ISBN 80-85918-20-X, s. 479-482.
- [2] Василев, Д., Принудени трептения на механична система с две степени на свобода при наличие на позиционно сухо триене, Научна конференция на Висшето военно артилерийско училище, Шумен, май, 1988.
- [3] Тондл А., Нелинейные колебания механических систем, Мир, Москва, 1978.

VIBRATIONS OF A MECHANICAL SYSTEM WITH POSITIONAL DRY FRICTION AND KINEMATICS AND FORCED DISTURBANCE

Detelin Vasilev
dvasilev@vtu.bg

Todor Kableshkov University of Transport
1574 Sofia, 158 Geo Milev Str.
BULGARIA

Key words: leaf springs, kinematic disturbance, dry friction

Abstract: In the paper are examined the forced vibrations of a mechanic system, compound of consecutively connected masses with elastic-resistant elements. This mechanic system models the suspension of leaf springs of different vehicles. Usually the springs are changed with linear elastic elements, which are energy equivalent. The vibrations of this mechanic system are excited by a kinematic and forced disturbance. A numerical solution of the system of differential equations is made. A quality analysis of the solution is done and frequency relations are found.