

МОДЕЛ ЗА КВАЗИСТАТИЧНО ВПИСВАНЕ НА ТРАМВАЙНА ТАЛИГА В КРИВ УЧАСТЪК ОТ ПЪТЯ

Добринка Атнаджова, Емил Михайлов
atmadzhova@abv.bg; emm_1968@abv.bg

*Висше транспортно училище „Тодор Каблешков”, ул. „Гео Милев”158, София 1574,
катедра „Транспортна техника”,
БЪЛГАРИЯ*

Ключови думи: трамвай, талига, квазистатично вписване, контакт колело-релса.

Резюме: Разработен е метод за квазистатично вписване на трамвайна талига движеща се в крив участък от пътя с отчитане компонентите на скоростта на плъзгане и обусловените от тях тангенциални сили в контактните точки „колело-релса”, завъртането на колоосите в план и ъгъла на атака на атакуващата колоос. Изгражда се аналитичен апарат с отчитане на възможните премествания в системата кош-рама-колооси-път. Получените зависимости са удобни за изследване хоризонталните връзки в ходовата част на лек релсов подвижен състав (трамвай), които са предназначени за модернизация и изграждане на нови изделия и ще доведат до съществени подобрения на динамично-ходовите качества, намаляване интензивността на износване на ребордите и релсите, повишаване безопасността на движение и допустимите скорости и намаляване на разходите и рисковете от разбиване на релсовия път и подвижния състав. Числените експерименти по изложения модел показват приложимостта за определяне характеристиките на трамвайна талига Т81 и възможността за нейната оптимизация.

1. УВОД

При решаване на задачите, свързани с движение на жп екипажи (талиги), до настоящия момент много широко разпространение има известният и традиционно използваният опростен модел с твърдо свързани колооси (букси) към рамата в хоризонтално направление. Резултатите, които дава този модел, са приблизителни, но пределната му простота, наред с традицията и опита по прилагането му, са основните фактори, обусловили неговото повсеместно разпространение. Поради изтъкнатите съображения, независимо от развитите в последните десетилетия интеракционни модели [1, 2, 3, 4, 5], представлява практически интерес създадения в [6, 7, 8] равнинен модел, който отчита абсолютните и относителни скорости на плъзгане в контактните точки “колело-релса”, обусловените от тях тангенциални сили на плъзгане и е със значително по-висока точност от традиционно използвания опростен равнинен модел с твърдо свързани колооси.

2. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МЕЖДУ КОЛЕЛО И РЕЛСА

При разглеждане на взаимодействието между колелото и релсата се въвеждат две координатни системи едната свързана с релсата (x', y', z'), а другата се движи заедно с контактната точка (x, y, z). Ъгловата скорост на колелото с и скоростта на

търкаляне v в контактната точка са насочени почти в противоположни посоки. Сумата $\dot{S} = v + c$ се определя като твърдо преплъзване на колелото по релсата. Твърдото преплъзване - това е скоростта на колелото като твърдо тяло в равнината на контакта x, y ; тя се състои от скоростта в равнината x, y и ъгловата скорост около оста z :

$$(1) \quad \dot{S} = v + c = v \cdot [(\xi_x - \xi_{sp} \cdot y) \mathbf{i} + (\xi_y - \xi_{sp} \cdot x) \mathbf{j}], \quad \text{като} \quad \xi_x = \frac{(|v| - |c|)}{v}; \xi_y = \alpha;$$

$$\xi_{sp} = \frac{R \cdot \sin \gamma}{|c| \cdot \gamma} \cong \frac{R \cdot \sin \gamma}{v \cdot \gamma}$$

където γ е коничността на колелото.

По такъв начин, надлъжния крип ξ_x е свързан с разликата на модулите $|c|$ и $|v|$, напречния крип ξ_y числено е равен на ъгъла между колелото и равнината на контакта с релсата в точката $y = 0$, а ъгловия крип ξ_{sp} , е свързан с коничността на колелото.

Формата на областта на контакт на колелото с релсата, съгласно теорията на Херц се явява елипса с полуоси a, b [2]. Полуосите на елипсата на контакт в надлъжно и напречно направление се определят със следните формули:

$$(2) \quad a = m \cdot [3 \cdot \pi \cdot N \cdot (K_1 + K_2) / 4 \cdot K_3]^{1/3}; \quad b = n \cdot [3 \cdot \pi \cdot N \cdot (K_1 + K_2) / 4 \cdot K_3]^{1/3}$$

като

$$(3) \quad K_1 = (1 - \sigma_w^2) / (\pi \cdot E_w); \quad K_2 = (1 - \sigma_R^2) / (\pi \cdot E_R);$$

$$K_3 = 0,5 \cdot [R_1^{-1} + R_1'^{-1} + R_2^{-1} + R_2'^{-1}],$$

където: N - сумарната сила на нормално налягане; R_1 - главния радиус на търкаляне на колелото; R_1' - главния радиус на напречната кривина на профила на колелото в точката на контакт; R_2 - главния радиус на търкаляне на релсата в точката на контакт (за релсата $R_2 = 0$); R_2' - главния радиус на напречна кривина на профила на релсата в точката на контакта; σ_w, σ_R - коефициенти на Поасон съответно за материалите на колелото и релсата; E_w, E_R - модули на линейна еластичност (модули на Юнг) съответно за материалите на колелото и релсата; m, n - коефициенти зависещи от отношението K_4/K_3 .

Коефициента K_4 се определя със следния израз:

$$(4) \quad K_4 = 0,5 \cdot \left[(R_1^{-1} + R_1'^{-1})^2 + (R_2^{-1} + R_2'^{-1})^2 + 2 \cdot (R_1^{-1} - R_1'^{-1})(R_2^{-1} - R_2'^{-1}) \cos 2\psi \right]$$

където ψ - е ъгъла между нормалните плоскости на главните кривини $1/R_1$ и $1/R_2$.

Коефициентите m и n са определени таблично във функция от θ , където θ се определя със съотношението:

$$(5) \quad \theta = \arccos(K_4/K_3).$$

За установяване на връзката между силите на триене и нормалните сили на триене се използва закона на Кулон.

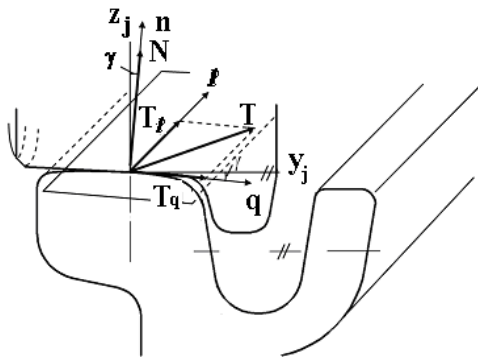
Съотношението между надлъжния и напречния крип и съотношението на ъгловия крип с надлъжните и напречните сили на крипа, също и момента на силите на ъгловия крип се определят чрез законите за изменение на силите на крипа.

3. МОДЕЛ ЗА КВАЗИСТАТИЧНО ВПИСВАНЕ В КРИВА НА ДВУОСНА ТАЛИГА С ЕЛАСТИЧНО СВЪРЗАНИ С РАМАТА КОЛООСИ В ХОРИЗОНТАЛНО НАПРАВЛЕНИЕ

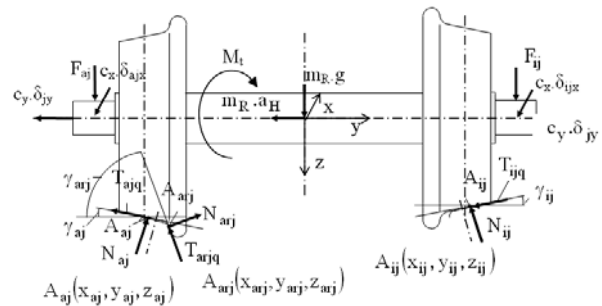
Изследваният двуосен екипаж (талига) в режим на квазистатично вписване с установено движение в крива се разглежда като механична система, състояща се от три тела: първа (или предна) колоос (съобразно посоката на движение), втора (задна) колоос и рама. Колоосите са свързани с рамата в хоризонтално надлъжно и напречно

направление чрез еластични буксови връзки които се приема, че са приложени в средите на буксите в хоризонталната равнина на осите на колоосите.

За контактните точки на колелата с релсите се въвежда координатна система, съгласно фиг.1, имаща за начало съответната контактна точка и координатни оси ℓ , q , n (със съответните индекси), както следва: надлъжна (екваториална) ос ℓ , разположена в допирателната към контактната точка равнина и насочена по посока на въртенето на колелото в поглед отгоре; напречна (меридианна) ос q , разположена в същата допирателна равнина по тангентата към съответния меридиан и насочена на дясно (при обръщане с лице по посока на движението); нормална ос n , съвпадаща с нормалата към повърхнината на колелото (и релсата) в контактната точка, насочена “навън” от релсата.



Фиг.1. Координатна система с оси ℓ , q и n , и компоненти на тангенциалната сила от плъзгане.



Фиг.2. Сили, действащи върху колооста (под № j).

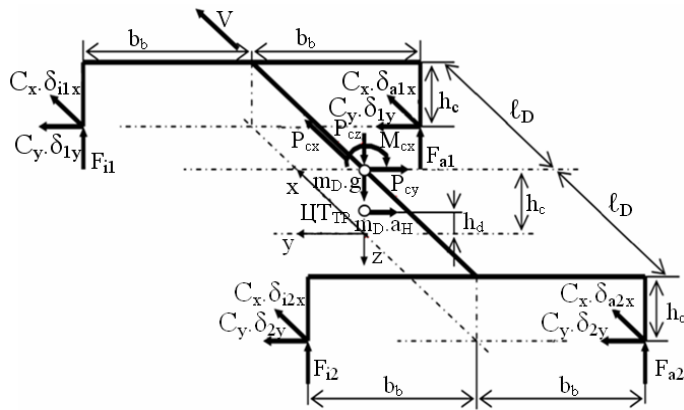
Всички величини отнасящи се до първа или втора колоос носят цифров индекс “1” или “2” или обобщено – индекс “ j ” ($j = 1, 2$). Левите колела (при обръщане с лице по посока на движението) и съответно левите букси, релси и т.н. се приемат за външни по отношение на кривата (завиваща надясно), а десните колела, букси, релса и т.н. - за вътрешни. Величините, отнасящи се до външни или вътрешни елементи (колела, букси, релси и др.) носят буквен индекс “ a ” респ. “ i ”, написан долу преди цифровия индекс j ($j = 1, 2$); за параметрите на контактните точки от зоната на реборда на външното или вътрешно колело се използват индекси “ ar ” респ. “ ir ”. Обобщено индексите a , ar , i , ir се записват с индекс “ k ”.

В модела се съставят зависимости (уравнения), групирани в три групи:

- първа група зависимости, т.нар. силови уравнения, изразяващи условието за равновесие на трите тела от разглежданата механична система – колооси 1 и 2 и рамата на талигата (3 тела по 6 уравнения – 18 броя уравнения) (вж. Фиг.2 и 3);

- втора група зависимости, изведени в [8] – геометрични зависимости между ъгъла на атака, хлабината “реборд - външна релса” и всички относителни премествания в системата, включително хоризонталната деформация на релсата (2 уравнения за ъгъла на атака и 2 уравнения за хоризонталната деформация);

- трета група уравнения, също изведени в [8], се изразяват с кинематично-геометрични зависимости, отнасящи се за координатите и параметрите на контактните точки, а именно: зависимости на координатите y_{kj} за контактните точки от съответните хлабини между реборд и глава релса - σ_j ($j = 1, 2$ - № на колоос); зависимости на радиусите на контактните точки r_{kj} от координатите y_{kj} ; зависимости на ъглите на наклона на бандажния профил γ_{kj} в контактните точки от координатите y_{kj} за трамвайна колоос [10]- общо 18 броя уравнения.

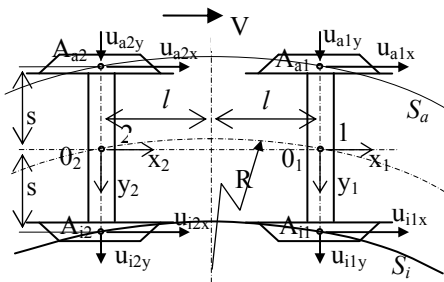


Фиг.3. Сили действащи върху талиговата рама.

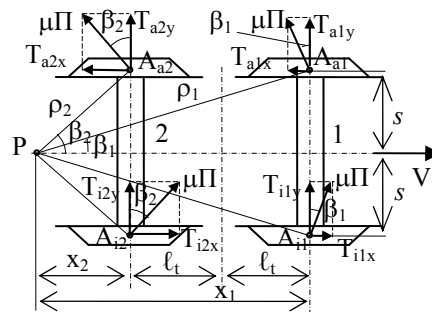
Общият брой алгебрични уравнения от трите групи е 40.

4. Равнинен модел за квазистатично вписване в крива на двуосна талига, отчитащ компонентите на скоростта на плъзгане и тангенциални сили

Разглеждайки двуосовия екипаж на фиг.4, при предполагане на едноточков контакт между колелата и релсите, то компонентите u_{k_jx} и u_{k_jy} в хоризонталната равнина на относителната скорост на плъзгане u_{kj} за различните контактни точки A_{kj} ($k = a$ - за външни колела и $k = i$ - за вътрешни колела; $j = 1, 2$ - за 1-ви респ. 2-ра колоос съобразно посоката на движение в надлъжно и напречно направление (с индекси "x" респ. "y") се представят с различни изрази в съществуващите литературни източници [3, 4, 6, 9].



Фиг.4 Двуосен екипаж при едноточков контакт "колело-релса".



Фиг.5 Равнинен модел за квазистатично вписване в крива на двуосна талига.

Компонентата в надлъжно направление на относителната скорост на плъзгане за контактните точки на различните колела [8] е:

$$(9) \quad u_{k_jx} = 1 - y_{kj}/R - z_{kj}/r_{ej}$$

където: y_{kj} и z_{kj} ($k = a, i$; $j = 1, 2$) са напречните респ. вертикалните координати на контактните точки; r_{ej} - еквивалентен радиус на търкаляне на колооста, който се дефинира със съотношението между скоростта на движение V и ъгловата скорост ω_j на съответната колоос:

$$(7) \quad r_{ej} = V/\omega_j$$

При замяна на r_{ej} със средния радиус r_{mj} , дефиниран от полусумата на външния r_{aj} и вътрешния r_{ij} радиуси, и полагането $z_{kj} \approx r_{kj}$ и $|y_{aj}| \approx y_{ij} \approx s$ (където s - разстояние между кръговете на търкаляне), за относителната скорост на надлъжно плъзгане се получава:

$$(8) \quad u_{a_jx} \approx s/R - \Delta r_j/r_{mj}; \quad u_{i_jx} \approx -s/R + \Delta r_j/r_{mj}$$

Компонентата в напречно - хоризонтално направление на относителната скорост на плъзгане, се равнява на ъгъла на атака α_j , т.е.

$$(9) \quad u_{ajy} = u_{ijy} = u_{jy} = \alpha_j$$

От подробната геометрична трактовка на ъгъла на атака [7], се привежда зависимостта:

$$(10) \quad \alpha_j = u_{jy} = (-1)^{j+1} \cdot \frac{\ell}{R} + \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2\ell} + \frac{\delta_{s2} - \delta_{s1}}{2\ell} + \frac{I_1 - I_2}{2\ell} - \frac{X_{aj} - X_{ij}}{2b} - \xi = \alpha_{j\chi} + \Sigma_{(x,y,\xi)j}$$

където: 2ℓ е база на талигата (екипажа); R - радиуса на кривата; σ_1 и σ_2 - разстоянието “реборд – външна релса” за първа, респ. втора колооси (за общност и с цел повишаване на решенията се залага $\sigma_1 \neq 0$, като се допуска и $\sigma_1 < 0$ - в случаи на възкачване на реборда върху ръба на релсовата глава); δ_{s1} и δ_{s2} - сумарните хоризонтални неравности на релсовия път; I_1 и I_2 - напречните относителни премествания на рамата на екипажа спрямо първа, респ. втора колоос; X_{aj} и X_{ij} - надлъжното относително преместване на външната, респ. вътрешна букса спрямо рамата от разглежданата колоос (с № j); ξ - ъгълът на хоризонталната коса деформация на рамата; $\alpha_{j\chi} = x_j/R$ и $\Sigma_{(x,y,\xi)j}$ е сумата на остатъчните членове от израза (10).

Въз основа на точните изрази за относителните скорости на плъзгане, се получават изрази за надлъжните и напречни компоненти на тангенциалните сили на плъзгане T_{kix} и T_{kijy} , валидни за зоната на сухо триене и при еднакво натоварване на колелата Π и при сухо триене с фиксирана стойност на коефициента на триене μ .

$$(11) \quad T_{kix} = -\mu \cdot \Pi \cdot u_{kix} / \sqrt{u_{kix}^2 + u_{kijy}^2}; \quad T_{kijy} = -\mu \cdot \Pi \cdot u_{kijy} / \sqrt{u_{kix}^2 + u_{kijy}^2}$$

Прилагайки горните формули за различните контактни точки, получаваме тангенциалните сили на плъзгане в разгърнат вид (вж. Фиг.2):

- за първа колоос:

$$(12) \quad T_{k1x} = \frac{\mp \mu \cdot \Pi \cdot (s - R \cdot (\Delta r_1 / r_{m1}))}{\sqrt{(s - R \cdot (\Delta r_1 / r_{m1}))^2 + (x_1 - R \cdot \gamma_1)^2}};$$

$$T_{k1y} = \frac{-\mu \cdot \Pi \cdot (x_1 - R \cdot \gamma_1)}{\sqrt{(s - R \cdot (\Delta r_1 / r_{m1}))^2 + (x_1 - R \cdot \gamma_1)^2}};$$

- за втора колоос:

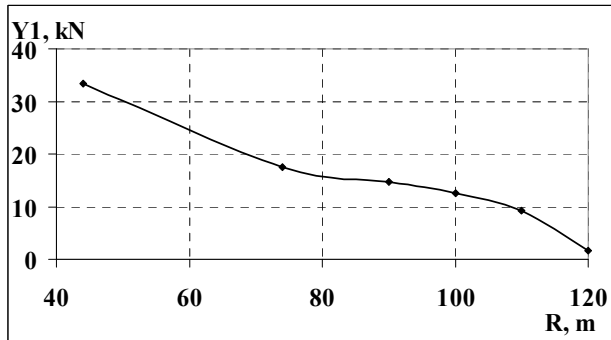
$$(13) \quad T_{k2x} = \mp \mu \cdot \Pi \cdot s / \sqrt{s^2 + (x_1 - 2\ell_t)^2}; \quad T_{k2y} = -\mu \cdot \Pi \cdot (x_1 - 2\ell_t) / \sqrt{s^2 + (x_1 - 2\ell_t)^2}$$

По направените математически модели за квазистатично вписване на трамвайна талига тип Т81, е направен числен експеримент по равнинния модел отчитащ компонентите на скоростта на плъзгане и обусловените от тях тангенциални сили.

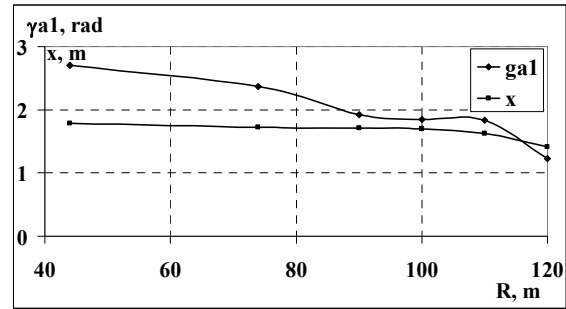
5. Числен експеримент по равнинен модел за квазистатично вписване в крива на двусна трамвайна талига Т81

За определяне оптималните характеристики на буксовите връзки с рамата на пътническа талига по разглеждания модел съставената система е решена чрез програмата MATHCAD 2000 Pro.

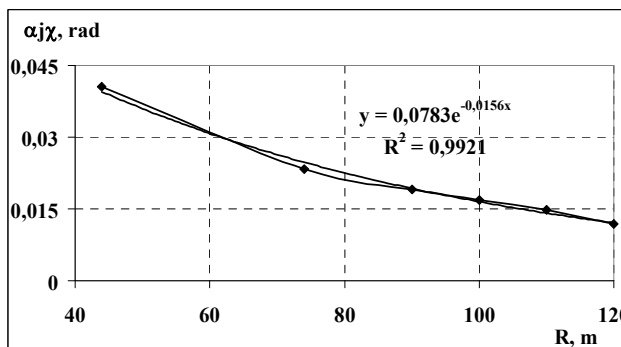
Използвайки разработените модели са направени изчисления чрез програмата MATHCAD 2000 Pro, при радиуси на крива $R = 44, 74, 90, 100, 110$ и 120 m. Резултатите на направляващите сили в атакуващото колело ($Y1$), ъгъла на наклона на контактната точка на атакуващото колело (γ_{a1}) и полюсното разстояние (x) и ъгъла на атака на атакуващото колело ($\alpha_{j\chi}$) във функция от радиусите на кривите (R), са показани съответно на фиг.6, 7 и 8.



Фиг.6 Направляващи сили в атакуващото колело във функция от радиусите на кривите.



Фиг.7 Ъгъл на наклона на контактната точка на атакуващото колело и полюсното разстояние във функция от радиусите на кривите.



Фиг.8 Ъгъл на атака на атакуващото колело във функция от радиусите на кривите.

От фиг.6 се установява, че направляващата сила в атакуващото колело силно намалява с нарастване радиуса на кривите, като в диапазона $R = 80 \div 100$ m направляващата сила намалява, но с по-бавно темпо. От фиг. 7 се установява, че ъгъла на наклона на контактната точка на атакуващото колело и полюсното разстояние също намаляват с нарастване радиуса на кривите, като в диапазона $R = 90 \div 110$ m, те запазват константна стойност.

Таблица 1. Параметри на трамвайна талига Т 81

Маса на талигата	kg	3 050
Маса на рамата на талигата	kg	410
Маса на колоос Т 81 с колоосен редуктор: Гайдаров / РЦК 94	kg	1 004 / 1 077
База на талигата	m	1,60
Радиус на ново колело по кръга на търкаляне, r	mm	352,77
Разстояние между кръговете на търкаляне според конструктивната документация, $2S$	mm	1074
Измерено разстояние между кръговете на търкаляне при улейни релси тип Ri60N, $2S$	mm	1 055,52
Натоварване предавано от двигателна талига на пътя под тара /товар	kg	9 000/14 000

Ъгълът на атака на атакуващото колело (фиг.8) може да бъде изчислен във функция на радиуса на кривата по следното експоненциално уравнение:

$$(14) \quad \alpha_{jx} = 0,0783 \cdot e^{-0,0156 \cdot R}$$

Резултатите които са получени по-горе са за трамвайна талига тип Т81 с параметри дадени в таблица 1 и коловоз изграден с улейни релси тип Ri60N, с параметри дадени в таблица 2.

Таблица 2. Параметри на коловоз изграден с улейни релси тип Ri60N

Междурелсие: $2S_n$	mm	1009
Разстояние между осите на двете релси, S	mm	1036,48

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Използвания равнинен модел за квазистатично вписване в крива на двуосна талига, отчита компонентите на скоростта на плъзгане и обусловените от тях тангенциални сили в контактните точки „колело-релса”, завъртането на колоосите в план и ъгъла на атака на атакуващата колоос.

Числените експерименти показват неговата приложимост при определяне характеристиките на трамвайна талига тип Т81 и възможностите за нейната оптимизация.

Получено е уравнение за определяне ъгълът на атака на атакуващото колело на трамвайна талига тип Т81 при движение в крив участък от пътя във функция на радиуса на кривата.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Вериго М.Ф., Коган А.Я. Взаимодействие пути и подвижного состава./Под ред. Вериго М.Ф. М. : Транспорт, 1986. - 559 с
- [2] Гарг В.К., Дуккupati Р.В. Динамика подвижного состава. Пер. с англ./Под ред. Н. А. Панькина. — М.: Транспорт, 1988. - 391 с
- [3] Димитров, Е. Върху определянето на направляващата способност на локомотивна колоос, Дис., С., 1979.
- [4] Караджов, Т., Ж. Димитров. Вагони, С. Техника, 1988
- [5] Куценко С. М. и кол., Динамика установившегося движения локомотивов в кривых, Х. Виша школа, 1975
- [6] Atmadzhova, D. Plane model of improved accuracy for entering into curves of railway vehicles. The fourth international conference HEDVY MECHINERY HM 2002, Kraljevo, 2002.
- [7] Atmadzhova, D. Theoretical and experimental method of determining angle of attack between with rolling stock running in curves, JAHORINA – IRMES' 2002.
- [8] Аtмаджова Д. Модели за изследване ходовата част на железопътен подвижен състав при движението му в крив участък от пътя Електронно списание "Механика Транспорт Комуникации" бр. 2, 2007, рег. No: 0087, С. BG-2.2-2.14.
- [9] Ружеков, Т. и кол., Конструкция, теория и проектиране на локомотиви., С. Техника, 1985.
- [10] Mihaylov E., Atmadzhova D., Study on wheel profile of tram in operation, HEAVY MACHINERY - HM 2011, Paper accepted: 00.00.2011, ISBN 978-86-82631-45-3

MODEL FOR QUASI-STATIC ENTRY OF A TRAM BOGIE IN A CURVED STRETCH OF ROAD

Dobrinka Atmadzhova, Emil M. Mihaylov,
atmadzhova@abv.bg, emm_1968@abv.bg

*Todor Kableshkov University of Transport, 158 Geo Milev Street, Sofia 1574,
BULGARIA*

Key words: tram, bogie, quasi-static entry, wheel-rail contact

Abstract: *A method for quasi-static entry of the tram's bogie moving in the curved section of the road has been developed. In consideration have been taken the components of the sliding speed and the resulting tangential forces in the contact points "wheel-rail", rotating wheelset in the horizontal plane and the angle of attack of the attacking wheelset. Analytical apparatus is constructed taking into account possible shifts in the system basket-frame-wheelsets-road. The resulting dependencies are convenient for studying of the horizontal links in the chassis of light rail rolling stock (tramway), which are intended for modernization and construction of new products and will result in significant improvements to the dynamic road performance, reduce the intensity of wear on the rims of the wheels and the rails, improve road safety and limit speeds and reduce costs and risks of breaking the track and rolling stock. The numerical experiments show the applicability of the exhibitions model for determining the characteristics of the tram bogie T81 and the possibility of its optimization.*