

РЕШАВАНЕ НА СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМА ФЕРМА В МАТРИЧНА ФОРМА ПО СИЛОВИЯ МЕТОД

Асен Стоянов

asen_dragomirov@mail.bg

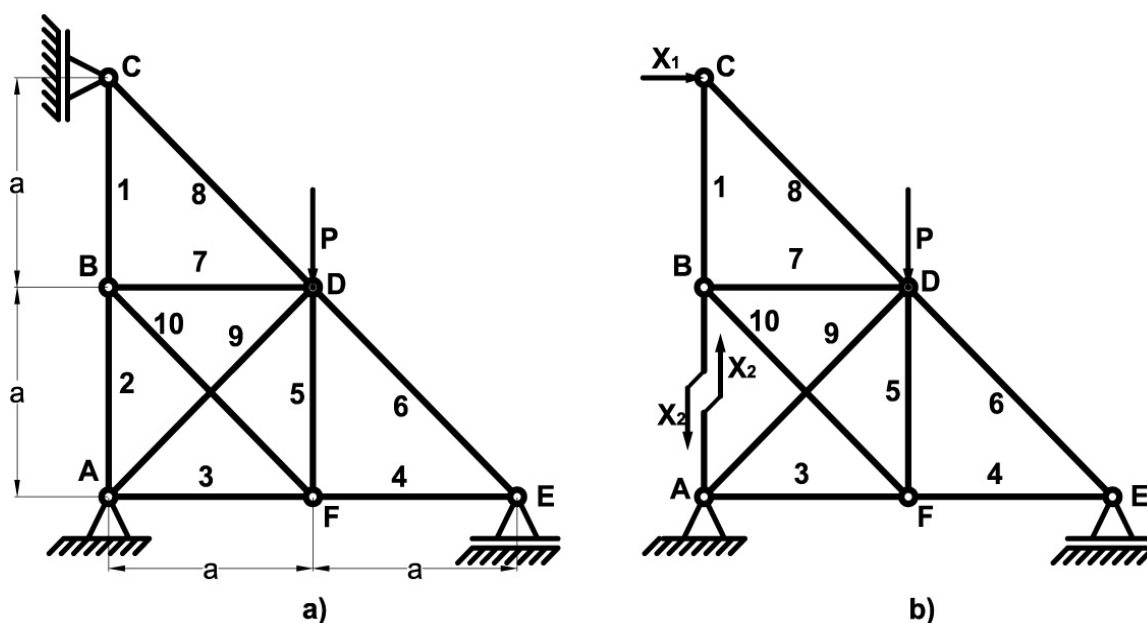
Минно-геоложки университет "Св. Иван Рилски"
Студентски град, ул. „проф. Боян Каменов“, София 1700,
БЪЛГАРИЯ

Ключови думи: силов метод, транспонирана матрица, матрица на податливост, обратна матрица.

Резюме: Пресмятането на статически неопределимата ферма по силов метод се характеризира със своята компактност и прегледност на решението. Статията популяризира матричната форма за излагане на решението като средство за автоматизиране на изчислителния процес.

1. АЛГОРИТЪМ НА РЕШЕНИЕТО

Задачата която ще бъде решена в аналитичен вид е два пъти статически неопределима ферма фиг.1., чиито пръти са с еднаква коравина.



Фиг.1. Два пъти статически неопределима равнинна ферма
а) изчислителна схема; б) основна система

Основната система е получена като са отстранени излишните връзки – външна опора в ставата С и вътрешния за фермата прът АВ фиг.1.б).

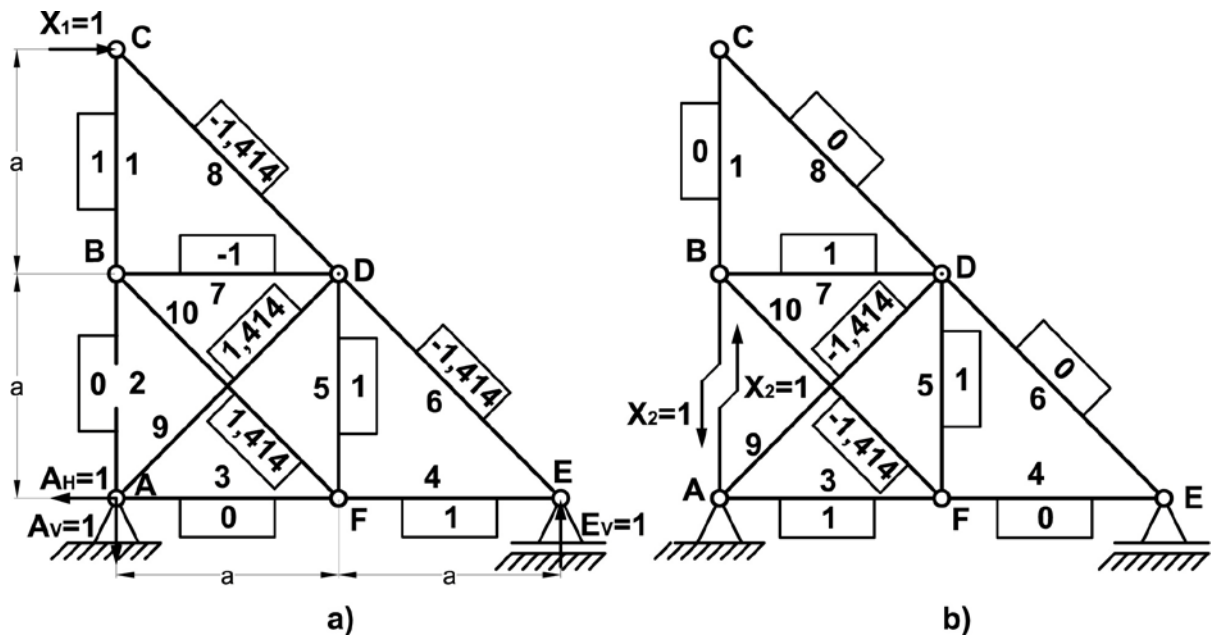
Решението ще се проведе в следната последователност:

- 1) формира се матрицата от коефициентите и свободните членове на каноничните уравнения –

$$(1.1) \quad L_{\delta, \Delta} = N_i^T \cdot D \cdot N_{iP} [1];$$

където:

- N_i^T – транспонирана матрица от прътовите усилия предизвикани от неизвестните – $X_1 = 1$ и $X_2 = 1$ в основната система фиг.2.;
- D – квадратна матрица на податливост;
- N_{iP} – матрица от прътовите усилия предизвикани от неизвестните и външното натоварване – $X_1 = 1$, $X_2 = 1$ и P в основната система – фигури 2 и 3.a);



Фиг.2. Прътови усилия във фермата от единичното натоварване
 а) прътови усилия от $X_1 = 1$; б) прътови усилия от $X_2 = 1$;

- 2) системата канонични уравнения се записва в матрична форма [2] –

$$(1.2) \quad \delta_{ik} \cdot \vec{X} + \vec{\Delta} = 0;$$

където:

- δ_{ik} – матрица от коефициентите на каноничните уравнения;
- \vec{X} – вектор на основните неизвестни;
- $\vec{\Delta}$ – вектор от товарните членове на каноничните уравнения;

- 3) решава се 1.2 –

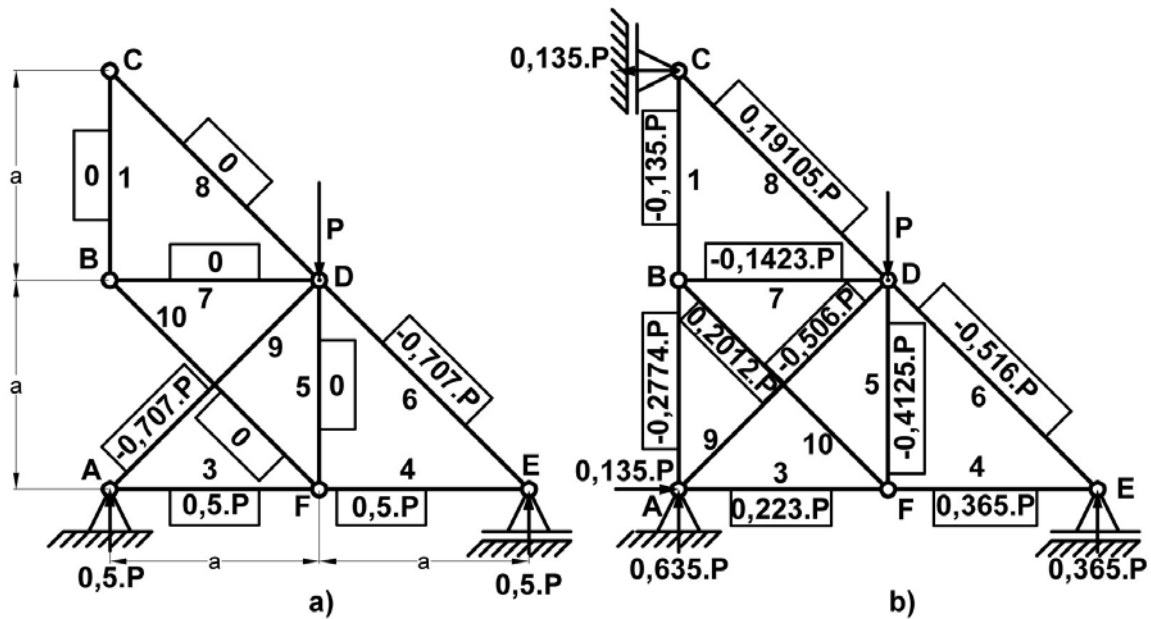
$$\vec{X} = -\delta_{ik}^{-1} \cdot \vec{\Delta};$$

- 4) определят се усилията в прътите от матричното равенство [3] –

$$(1.3) \quad \vec{N} = \vec{N}_P + N_i \cdot \vec{X} \text{ – виж фиг.3.b);}$$

където:

- \vec{N}_P – вектор от прътовите усилията в основната система от външното натоварване.



Фиг.3. Равнинна ферма

а) прътови усилия в основната система предизвикани от външното натоварване; б) прътови усилия и опорни реакции във ставнопрътовата конструкция предизвикани от външното натоварване;

2. РЕШЕНИЕ НА ПРИМЕРА

Определя се –

$$L_{\delta,\Delta} = \frac{a}{EA} \begin{pmatrix} 15,3103 & -5,655 & 0,5 \\ -5,655 & 9,6552 & 1,914 \end{pmatrix};$$

след което матриците –

$$\vec{\delta}_{ik}^{-1} = \begin{pmatrix} 0,083 & 0,049 \\ 0,049 & 0,132 \end{pmatrix} \text{ и } \vec{\Delta} = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 1,914 \end{pmatrix}.$$

Следва решаването на 1.2 –

$$\vec{X} = \begin{pmatrix} -0,1351 \cdot P \\ -0,2774 \cdot P \end{pmatrix};$$

и накрая се определя съгласно 1.3 –

$$\vec{N} = \begin{pmatrix} -0,1351.P \\ -0,2774.P \\ 0,2226.P \\ 0,365.P \\ -0,4125.P \\ -0,516.P \\ -0,1423.P \\ 0,1910.P \\ -0,5058.P \\ 0,2012.P \end{pmatrix} \text{ – виж фиг.3.б).}$$

3. ИЗВОДИ

Методите на матричната алгебра в съчетание с MathCAD спомагат за бързото автоматизирано решение на поставената задача – в изчислителният процес отпада необходимостта от „ръчното“ определяне на единичните и товарните усилия както и решаването на системата канонични уравнения.

ЛИТЕРАТУРА:

- [1] Бурчаков Ю., В. Гнедин, В. Денисов, 1983., Строительная механика, М., „Вышая школа”, 255 с.
- [2] Живейнов Н. Н., Г. Н. Карасев, Строительная механика и металлоконструкции строительных и дорожных машин, М., „Машиностроение”, 1988 г., 278 с.
- [3] Карамански Т., Р. Рангелов, „Методично ръководство за решаване на задачи по строителна статика”, С., Техника, 1976 г., 527 с.

SOLVING STATICALLY INDETERMINATE TRUSS IN MATRIX FORM FORCE METHOD

Asen Stoyanov

asen_dragomirov@mail.bg

*Mining and Geology "St. Ivan Rilski",
Studentski Grad, "Prof. Boyan Kamenov ", Sofia 1700,
BULGARIA*

Key words: *method of displacements transposed matrix inverse matrix*

Abstract: *The calculation of the statically indeterminate truss force method is characterized by its compactness and simplicity of the solution. The article promotes matrix formulation exposure to the decision as a means to automate the calculation process.*